

1. Holtidős folyamatok szabályozása

Az irányított folyamatok jelentős részét képezik a *lassú folyamatok*. Ilyenek például az ipari környezetben található nagy méretű kemencék, desztillációs oszlopok, amelyekben valamilyen fizikai mennyiséget (pl. hőmérsékletet, nyomást, koncentrációt) kell szabályozni. A lassú folyamatok két legfontosabb jellemzője:

- *Nagy időállandókkal* rendelkeznek (másodperces vagy még nagyobb nagyságrendű), ami lassú választ eredményez.

- *Holtidővel* rendelkeznek (Ez lehet akár az irányítási algoritmusban alkalmazott mintavételi periódus többszöröse).

Holtidőnek nevezzük azt az időtartamot, aminek el kell telnie ahhoz, hogy a bemenet hatása a kimeneten megjelenjen.

1.1. Ideális holtidős tag és hatása a szabályozási kör stabilitására

Ideális holtidős tag esetében a bemenet τ időtartamú késleltetéssel jelenik meg a kimeneten:

$$y(t) = u(t - \tau) \quad (6.1)$$

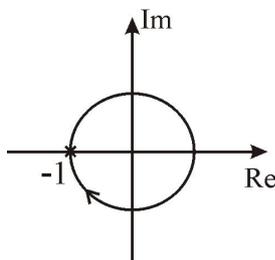
Alkalmazva a Laplace transzformált $\mathcal{L}\{u(t - \tau)\} = u(s)e^{-s\tau}$ tulajdonságát, kapjuk az ideális holtidős tag átviteli függvényét:

$$H_F(s) = e^{-s\tau} \quad (6.2)$$

Az ideális holtidős tag frekvenciatartománybeli alakját az Euler összefüggés alkalmazásával kapjuk:

$$H_F(j\omega) = e^{-j\omega\tau} \stackrel{\text{Euler}}{=} \cos \omega\tau - j \sin \omega\tau \quad (6.3)$$

Ábrázolva a komplex részt a valós rész függvényében, kapjuk az ideális holtidős tag Nyquist diagramját (lásd 6.1 Ábra).



1.1 Ábra: Ideális holtidős tag Nyquist diagramja

A rendszer Nyquist diagramja áthalad a $(-1,0)$ ponton, tehát ha visszacsatoljuk, a zárt rendszer a stabilitás határán van.

A (6.3) összefüggés alapján meghatározhatjuk az ideális holtidős tag erősítését (decibelben) és fázisát.

$$A = \sqrt{\cos^2 \omega\tau + \sin^2 \omega\tau} = 1$$

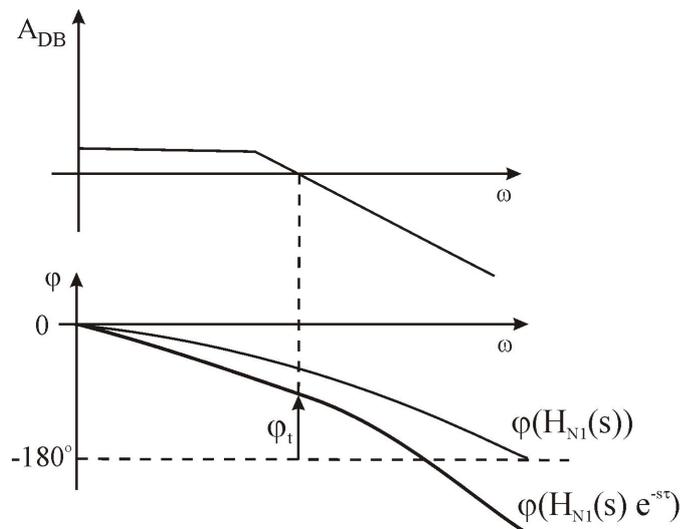
$$A_{db} = 0$$

$$\varphi = \arctg\left(-\frac{\sin \omega\tau}{\cos \omega\tau}\right) = -\arctg(\operatorname{tg} \omega\tau) = -\omega\tau \quad (6.4)$$

Legyen egy szabályozási körben a nyílt rendszer pólusai és zérusai mellett egy ideális holtidős tag is. Ebben az esetben a nyílt rendszer modellje:

$$H_N(s) = H_{N1}(s) \cdot e^{-s\tau} \quad (6.5)$$

$H_{N1}(s)$ a holtidő nélküli rendszer modellje. A 6.2 Ábrán a holtidős és a holtidő nélküli nyílt rendszer Bode diagramja látható. A (6.4) összefüggések alapján az ideális holtidős tag az amplitúdó menetet nem módosítja, de a fázismenetet az ω -val arányosan lefele tolja. Így a rendszer fázistartaléka kisebb lesz ($\varphi_t = 180^\circ + \varphi(H_N(j\omega_c)) = 180^\circ + \varphi(H_{N1}(j\omega_c)) - \omega_c\tau$). Tehát a holtidő rontja a szabályozási rendszer stabilitását.



1.2 Ábra: A holtidő hatása a szabályozási rendszer fázistartalékára

Mintavételes rendszerek esetében a holtidőt az alábbi konstanssal jellemezzük:

$$d = \tau / T \quad (6.6)$$

τ a folytonos holtidőt, T a mintavételi periódust jelöli.

A mintavételes ideális holtidős tagot a z komplex változó definíciója alapján kapjuk:

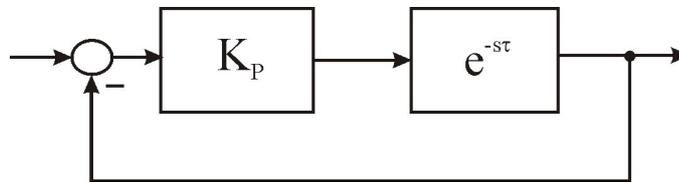
$$e^{-s\tau} = e^{-sdT} = z^{-d} \quad (6.7)$$

Így a d mintavételnyi holtidőt is tartalmazó, mintavételes rendszer általános modellje:

$$H(z) = \frac{b_0 z^m + b_1 z^{m-1} + \dots + b_m z^{-d}}{z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n} \quad (6.8)$$

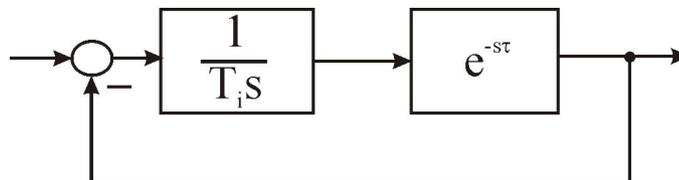
1.1.1. Ideális holtidős tag szabályozása

Proporcionális kompenzálás: A visszacsatolt rendszerben az ideális holtidős taggal sorban erősítőt helyezünk el (P szabályozás) (lásd 6.3 Ábra). A 6.1 Ábra alapján látszik, hogy ha a K_P erősítést 1-nél nagyobbra választjuk, a nyílt rendszer Nyquist diagramja a $(-1,0)$ pontot balról kerüli meg, tehát a zárt rendszer instabillá válik. A stabilitást a $K_P < 1$ választással lehet garantálni. Azonban számos szabályozási alkalmazás megköveteli nagy erősítésérték választását a minél pontosabb alapjel követés és minél jobb zajelnyomás eléréséhez. Tehát csak P szabályozással holtidős rendszereket nem célszerű irányítani.



1.3 Ábra: Ideális holtidős tag P kompenzálással

Integráló kompenzálás: A visszacsatolt rendszerben az ideális holtidős taggal sorban integrátort helyezünk el T_i integrálási idővel. (I szabályozás) (lásd 6.4 Ábra).



1.4 Ábra: Ideális holtidős tag I kompenzálással

Az integráló szabályozóval a nyílt rendszer:

$$H_N(s) = \frac{1}{T_i s} \cdot e^{-s\tau} \quad (6.9)$$

A zárt rendszer stabilitásának vizsgálatához határozzuk meg először a nyílt rendszer amplitúdó menetét:

$$H_N(j\omega) = \frac{-j}{T_i \omega} \cdot (\cos \omega\tau - j \sin \omega\tau) = \frac{-1}{T_i \omega} \cdot (\sin \omega\tau - j \cos \omega\tau)$$

$$|H|_{db} = 20 \log_{10} \left(\sqrt{\frac{1}{T_i^2 \omega^2} (\cos^2 \omega\tau + \sin^2 \omega\tau)} \right) = 20 \lg \frac{1}{T_i \omega} \quad (6.10)$$

Ebből könnyen számítható a nyílt rendszer vágási frekvenciája:

$$|H|_{db} = 0 \Rightarrow \frac{1}{T_i \omega_c} = 1 \Rightarrow \omega_c = \frac{1}{T_i} \quad (6.11)$$

A nyílt rendszer fázismenete a (6.5) összefüggés alapján:

$$\varphi(\omega) = -90^\circ - \omega\tau \quad (6.12)$$

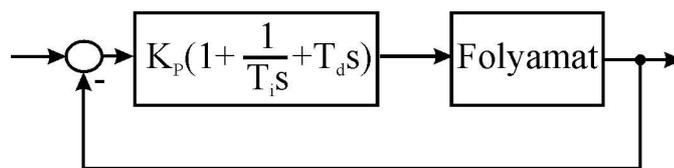
A (6.11) és (6.12) összefüggések alapján egyszerűen következik a fázistartalék:

$$\varphi_r = 180^\circ + \varphi(\omega_c) = 180^\circ - 90^\circ - \frac{\tau}{T_i} = 90^\circ - \frac{\tau}{T_i} \quad (6.13)$$

A rendszer stabil, ha a fázistartalék értéke pozitív. A (6.13) összefüggés alapján látszik, hogy minél nagyobb a holtidő, a fázistartalék annál kisebb. Ugyanakkor nagy integrálási idő választásával a fázistartalékot javíthatjuk. Tehát integráló szabályozóval, nagy integrálási idő választásával garantálható a holtidős szabályozási kör stabilitása.

1.2. Szabályozók kísérleti hangolása

Abban az esetben alkalmazandó hangolási eljárások, amikor a folyamatról kevés információ áll rendelkezésre, a folyamatot leíró modell és paraméterei nem, vagy csak részben ismertek. Segítségükkel PID típusú szabályozókat lehet hangolni (megválasztani a szabályozóstruktúrát, meghatározni a szabályozó paramétereit – K_p , T_i , T_d) (lásd 6.5 Ábra). Empirikus módszerek, de a gyakorlat azt mutatja, hogy ha a szabályozási követelmények nem túl erősek, jól alkalmazhatóak. Egyszerűségük miatt elterjedtek. Általában lassú, holtidővel is rendelkező rendszerekre kidolgozott módszerek.



1.5 Ábra: Szabályozási rendszer PID szabályozóval

1.2.1. Oppelt módszer

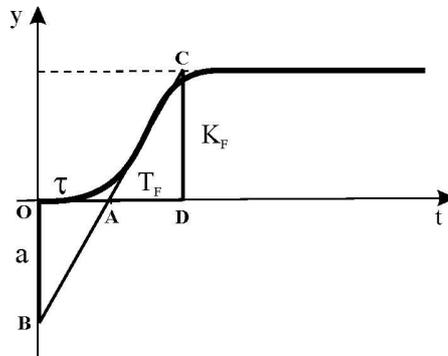
Számos olyan módszer létezik, amely a rendszer egységugrásra adott válasza alapján adja meg a szabályozó paramétereit. Ilyen hangolási módszer az Oppelt módszer, amely feltételezi, hogy az irányított folyamat elsőfokú stabil rendszer, amely holtidővel is rendelkezik:

$$H_F(s) = \frac{K_F}{T_F s + 1} e^{-s\tau} \quad (6.14)$$

Ebben az esetben az irányított folyamatot három paraméterrel jellemezhetjük: K_F erősítés, T_F időállandó, τ holtidő. Az Oppelt módszer lényege, hogy a folyamat egységugrásra adott válasza alapján határozzuk meg ezen paramétereket, majd a folyamat paramétereinek ismeretében hangoljuk be a PID szabályozót.

A stabil rendszer egységugrásra adott válaszát könnyen megkaphatjuk, hiszen ehhez csak arra van szükség, hogy a folyamatnak konstans egységnyi bemenetet biztosítsunk, miközben mérjük a kimenetet. Bizonyos folyamatoknál problémát jelenthet, hogy a K_F értéke túlságosan nagy, nem a mérhető tartományban van, az egységugrásra adott nominális kimenet, amely körül a szabályozás történik, sohasem éri el a K_F értékét. Ebben az esetben a K_F/T_F érték közelítőleges meghatározására a rendszer válaszát egyenesekkel közelítjük. A 6.6 Ábra alapján az OAB háromszög hasonló az ACD háromszöggel, tehát:

$$OAB_{\Delta} \approx ACD_{\Delta} \Rightarrow \frac{a}{K_F} = \frac{\tau}{T_F} \Rightarrow \frac{K_F}{T_F} = \frac{a}{\tau} \quad (6.15)$$



1.6 Ábra: Egységugrásra adott válasz és approximációja egyenesekkel

Nagy K_F értékek esetén a válasz alapján legkönnyebb a τ és az a paramétereket mérni. Ezért az Oppelt módszer esetén ezeket a paramétereket használjuk a PID paraméterek meghatározására. A különböző struktúrájú szabályozók esetén az alábbi paraméterválasztások javasoltak:

6.1 Táblázat Oppelt módszer – hangolás

	K_P	T_i	T_D
P	$1/a$	-	-
PI	$0.8/a$	3τ	-
PID	$1.2/a$	2τ	0.42τ

Csak a P szabályozó nem garantálja a zérus állandósult állapotbeli hibát egységugrás alapjelre, ezért ha nagy pontosságú szabályozást szeretnénk, integrátort kell elhelyezni a szabályozóba. A szabályozási kör csillapítása a 6.1 Táblázat alapján $\zeta=0.25$, ami miatt nagy túllövésre számíthatunk.

Mintavételes megvalósításnál a mintavételi periódust $T \approx 0.3\tau$ értékre kell választani.

Léteznek más hangolási módszerek is, amelyek segítségével az egységugrásra adott válasz alapján hangolhatjuk a szabályozókat. Ilyen például a *Chien-Hrones-Reswick* módszer, ami ugyancsak feltételezi, hogy az irányított folyamat elsőfokú és holtidővel rendelkezik. Ez a módszer túllövés-mentes választ biztosít. Az *Strejc* módszer kettő illetve n időállandóval

rendelkező folyamatokra van kidolgozva. Az *Oppelt* módszernek létezik integráló folyamatokra kidolgozott változata is.

1.2.2. A Ziegler-Nichols módszer

A Ziegler-Nichols módszert csak olyan folyamatoknál lehet alkalmazni, amelyeknél a technológia megengedi, hogy a szabályozási kört a stabilitás határán működtessük.

A hangolási módszernél nem szükséges ismerni a rendszer válaszát.

A hangoláshoz a szabályozási körből kiiktatjuk az integráló és deriváló csatornát a ($T_i = \infty$, $T_d = 0$ paraméterezéssel). Így a szabályozó egy erősítőre redukálódik (P szabályozó). A szabályozó K_p erősítését nulláról kell növelni addig, amíg a zárt rendszer eléri a stabilitás határát. A stabilitás határán állandósult állapotban a folyamat kimenete szinuszosan leng az alapjel körül. Jelölje K_{pkrit} a *kritikus erősítést*, vagyis a szabályozó erősítését a konstans amplitúdójú lengések bekövetkeztekor. Jelölje T_{krit} a *kritikus periódust*, a konstans amplitúdójú lengések periódusát. A szabályozó hangolása ezen értékek alapján történik.

6.2 Táblázat: Ziegler-Nichols módszer - hangolás

P	$K_p = 0.45 K_{pkrit}$	-	-
PI	$K_p = 0.45 K_{pkrit}$	$T_i = 0.85 T_{krit}$	-
PID	$K_p = 0.6 K_{pkrit}$	$T_i = 0.5 T_{krit}$	$T_D = 0.12 T_{krit}$

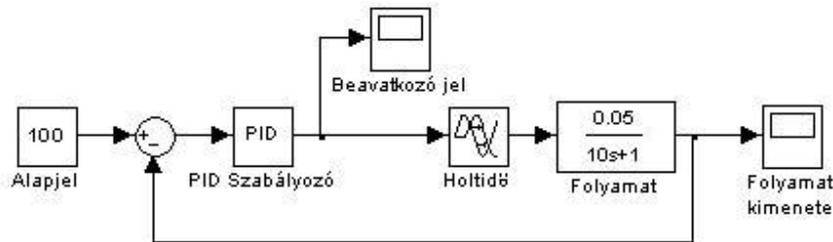
A szabályozási kör csillapítása a 6.2 Táblázat alapján is $\zeta = 0.25$, ami 40% körüli túllövést eredményez.

Mintavételes megvalósításnál a mintavételi periódust $T \cong (0.1 \dots 0.3) T_{krit}$ körüli értékre kell választani.

A hangolás előnye, hogy nincs szükség az egységugrásra adott válaszra, az egyetlen paraméter, amit a folyamatról ismerni kell a T_{krit} . A hátránya egyrészt hogy a szabályozási rendszert el kell vinni a stabilitás határára, másrészt, hogy ha az irányított folyamat lassú, a hangolás időigényes. Másik előnye, hogy a kidolgozott táblázat használható az önhangoló szabályozások megvalósításánál.

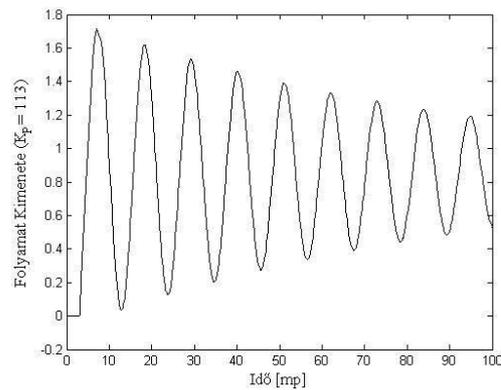
6.1 Példa: Legyen a 6.14 modell által leírt folyamat az alábbi paraméterekkel: $K_F = 0.05$, $T_F = 10$ másodperc (mp), $\tau = 3$ mp. Tervezzünk P és PID szabályozót a folyamatnak a Ziegler-Nichols módszer alapján. Teszteljük a kapott szabályozási rendszert úgy, hogy az alapjel 100 legyen.

A PID szabályozás Matlab/Simulink tömbrajzát a 6.7 Ábra mutatja. A holtidős rendszer viselkedését a sorban elhelyezett 'Transport Delay' és 'Transfer Function' blokkokkal szimuláljuk.

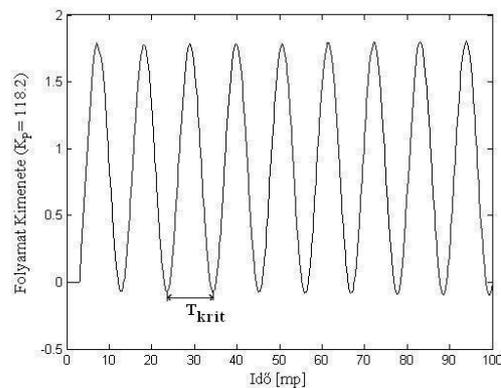


1.7 Ábra: Holtidős rendszer PID szabályozásának Simulink modellje

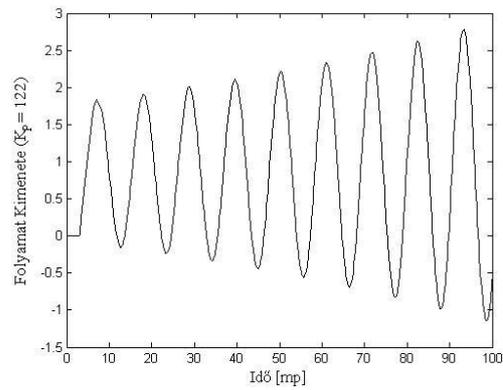
A hangolás fázisában a PID blokk T_I és T_D paramétereit nullának választjuk ($T_I=0$ választás esetén az integráló csatorna kimenete is nullává válik). Többször ismétljük meg a szabályozási rendszer szimulálását növekvő K_P értékekkel. Tapasztalni fogjuk, hogy 100-nál nagyobb K_P értékekre a rendszer túllövése megnő, majd 118.2 értéknél nagyobb szabályozóerősítésre a rendszer instabillá válik. $K_{P_{krit}}=118.2$ értékre a kimenet konstans amplitúdóval leng, tehát a szabályozási rendszer a stabilitás határán van (lásd 6.8, 6.9, 6.10 Ábrák).



1.8 Ábra: P szabályozás - stabil válasz

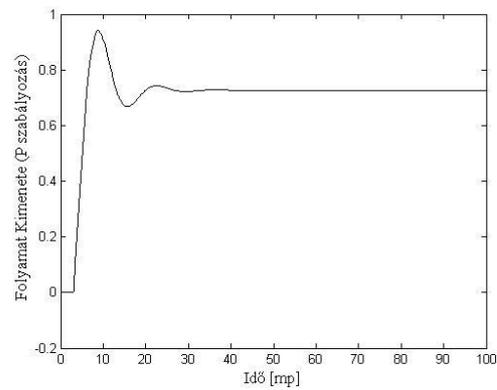


1.9 Ábra: P szabályozás – határciklus

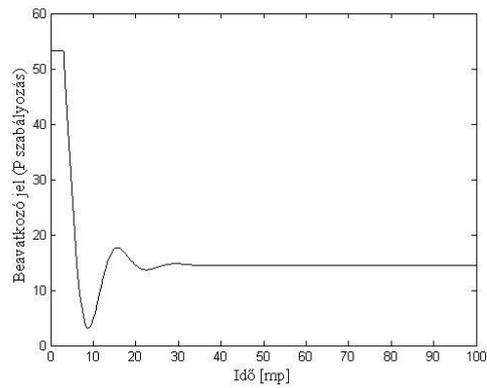


1.10 Ábra: P szabályozás - instabil válasz

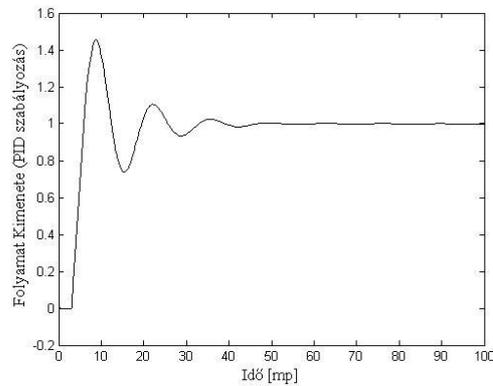
A 6.9 Ábráról leolvashatjuk a kritikus periódust: $T_{krit}=11$ mp. Alkalmazva a 6.2 Táblázatot, a szabályozóparaméterek P szabályozó esetén: $K_P=53.19$, PID szabályozó esetén $K_P=70.1$, $T_I=5.5$ mp, $T_D=1.32$ mp. Az így felparaméterezett szabályozókkal, a rendszer válaszai és a beavatkozó jelek a 6.11, 6.12 Ábrán (P szabályozó esetén) illetve a 6.13, 6.14 Ábrán láthatóak (PID szabályozó esetén).



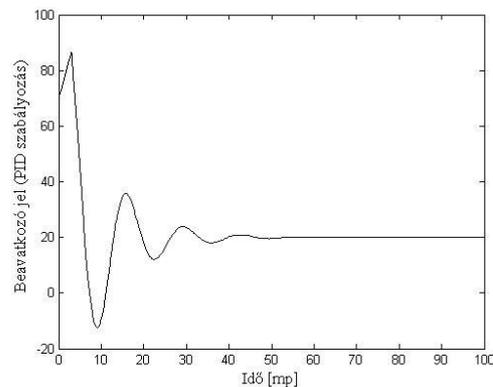
1.11 Ábra: P szabályozás Ziegler-Nichols hangolással



1.12 Ábra: P szabályozás Ziegler-Nichols hangolással (beavatkozó jel)



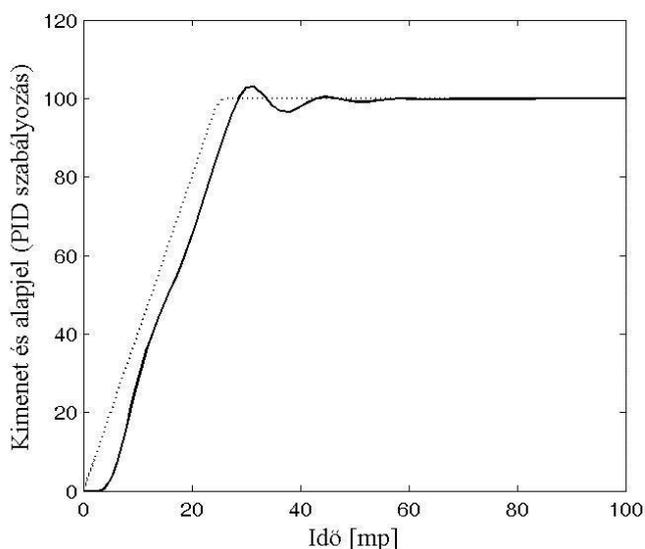
1.13 Ábra: PID szabályozás Ziegler-Nichols hangolással



1.14 Ábra: PID szabályozás Ziegler-Nichols hangolással (beavatkozó jel)

Látható, hogy P szabályozó esetén az állandósult állapotbeli hiba jelentős, tehát nem alkalmazható a feladat megoldására. A PID szabályozó garantálja a zérus állandósult állapotbeli hibát. Mindkét esetben jelentős, 40% körüli túllövésre számíthatunk. Ezt elkerülhetjük, ha az alapjelet nem egységugrásnak, hanem a szabályozás indításakor korlátozottan növekvő sebesség ugrásnak választjuk, majd amikor elérjük az előírt értéket, az alapjelet konstans értéken tartjuk. A

6.15 Ábrán az alapjel 25 másodperc alatt lineárisan növekszik az előírt értékig. A 6.15 Ábrán látszik, hogy a túllövés jelentősen kisebb lesz (3% körüli).



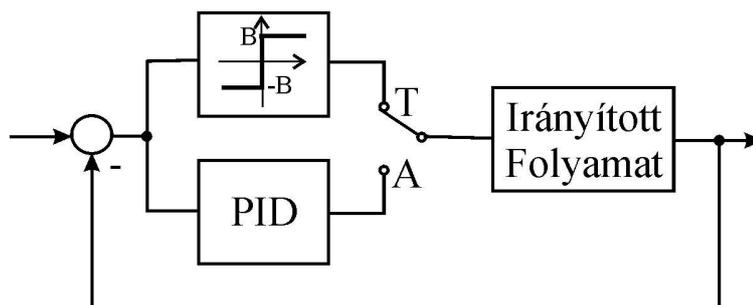
1.15 Ábra: PID szabályozás Ziegler-Nichols hangolással (módosított alapjellel)

1.3. Önhangoló PID szabályozók

Az önhangoló szabályozók képesek a saját paramétereik meghatározására, ami jelentősen megkönnyíti használatukat. A szabályozó maga határozza meg azokat a folyamatra jellemző paramétereket, amelyek alapján a szabályozóparaméterek kiszámíthatóak. Így az önhangoló szabályozók esetében induláskor van egy úgynevezett *hangolási üzemmód (Tuning)* amikor a szabályozó megméri/kiszámítja a folyamat azon paramétereit, amelyek szükségesek a szabályozóparaméterek meghatározásához, majd meg is határozza ezeket. Ezután átkapcsol *önműködő üzemmódba (Automat)*, amely során a felparaméterezett szabályozó irányítja a folyamatot zárt hurokban.

Az önhangoló PID szabályozók egy típusa a Ziegler-Nichols módszer alapján határozza meg a szabályozóparamétereket. E módszer esetében a hangolás is zárt rendszerben történik. A hangolás alatt egy P szabályozó erősítését kell növelni, amíg a folyamat kimenete leng, a zárt rendszer stabilitás határára jut, majd a szabályozó erősítése és a lengések periódusa alapján meghatározható.

Az önhangoló PID szabályozó ugyancsak a kritikus erősítés és periódus alapján számolja ki a szabályozóparamétereket, de anélkül, hogy eljuttatná a rendszert a stabilitás határára. Ehhez egy kétállású (*ON-OFF*) szabályozót alkalmaz. Így a szabályozóban párhuzamosan egy PID és egy kétállású szabályozó van (lásd 6.16 Ábra).



1.16 Ábra: Önhangoló PID szabályozó

A hangolás üzemmódban a kétállású szabályozó aktív. Ezzel a szabályozóval a folyamat kimenete állandósult állapotban is lengeni fog az előírt érték körül a nagyenergiájú kapcsoló üzemmódu szabályozás és a folyamat tehetetlensége miatt. Ugyanakkor a rendszer nincs a stabilitás határán, a kétállású szabályozó biztosítja, hogy a szabályozási kör ne váljon instabillá. A hangoláshoz először meg kell határozni azt az *ekvivalens P szabályozót*, amely a stabilitás határán a kétállású szabályozó által generált lengéseket képes létrehozni.

1.3.1. Az ekvivalens P szabályozó erősítésének meghatározása

Feltételezzük, hogy a kétállású szabályozó kimenete $\pm b$ értékeket vehet fel. A folyamat kimenetén az állandósult állapotbeli lengések amplitúdója a . Mivel a P szabályozó esetében a stabilitás határán a beavatkozó jel (a szabályozó kimenete) is szinuszosan leng, meg kell határozni a kétállású szabályozó négyszögjel beavatkozó jelének szinuszos megközelítését. Feltételezve, hogy a négyszögjel periodikus (ami állandósult állapotban igaz), a jelet Fourier sorba fejthetjük. Általában egy $b(t)$ periodikus jel Fourier sorát az alábbi alakban írhatjuk fel:

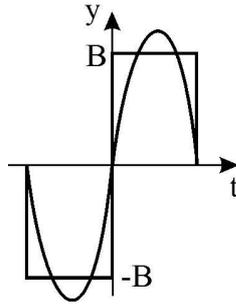
$$b(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_{Cn} \cos(n\omega t) + a_{Sn} \sin(n\omega t)] \quad (6.16)$$

ahol:

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} b(t) d(\omega t) \quad a_{Cn} = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} b(t) \cos(n\omega t) d(\omega t) \quad a_{Sn} = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} b(t) \sin(n\omega t) d(\omega t) \quad (6.17)$$

A négyszögjelet a főharmonikusával közelítjük meg, vagyis azzal a komponenssel a sorból, amelynek ugyanaz a periódusa, mint az eredeti jelnek. Így az $n=1$ indexű szinuszos komponenssel közelítjük meg a négyszögjelünket, az összes többit elhanyagoljuk. Mivel a négyszögjel páratlan függvény ($b(t) = -b(-t)$) az a_{Cn} komponens mindig zérus. A megközelítés ezért az alábbi formájú (lásd még a 6.17 Ábra):

$$b(t) \cong a_{S1} \sin(\omega t) \quad (6.18)$$



1.17 Ábra: Négyzetjel és főharmonikusa

Határozzuk meg a megközelítés a_{S1} amplitúdóját:

$$a_{S1} = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} b(t) \sin(\omega t) d(\omega t) = \frac{1}{\pi} \left[\int_{-\pi}^0 (-B) \sin(\omega t) d(\omega t) + \int_0^{\pi} B \sin(\omega t) d(\omega t) \right] = \frac{B}{\pi} \left[-(-\cos(\omega t)) \Big|_{-\pi}^0 + (\cos(\omega t)) \Big|_0^{\pi} \right] = (6.19)$$

$$= \frac{B}{\pi} [-(-\cos(0) + \cos(-\pi)) + (-\cos(\pi) + \cos(0))] = \frac{4B}{\pi}$$

A kritikus erősítés meghatározásához feltételezzük, hogy az ekvivalens P szabályozóval, ami a lengéseket okozza, a rendszer a stabilitás határán van. Ennek a frekvenciatartománybeli feltétele:

$$\begin{cases} |H_F(j\omega_{krit})| \cdot K_{Pkrit} = 1 \\ \arg(H_F(j\omega_{krit}) \cdot K_{Pkrit}) = -\pi \end{cases} \quad (6.20)$$

H_F a folyamat ismeretlen átviteli függvényét jelöli, $\omega_{krit} = 2\pi/T_{krit}$ a kritikus körfrekvencia, a lengések körfrekvenciája.

A folyamat átvitelét állandósult állapotban (szinuszos kimenettel és közelítőleg szinuszos bemenettel) az alábbi formában számíthatjuk:

$$|H_F(j\omega_{krit})| = \frac{a}{4B} = \frac{a\pi}{4B} \quad (6.21)$$

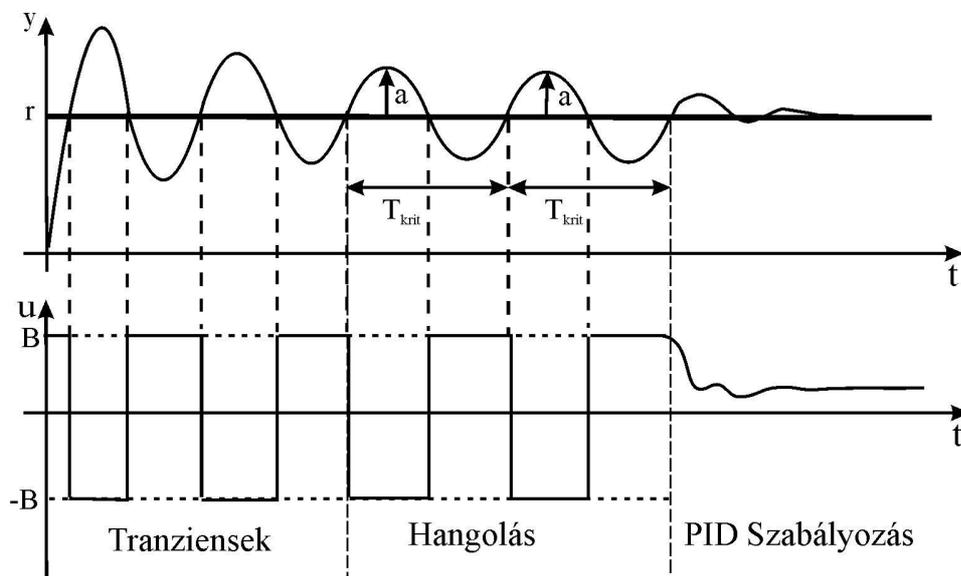
A (6.20) lengésfeltétel és (6.21) összefüggés alapján kapjuk az ekvivalens kritikus erősítést:

$$|H_F(j\omega_C)| \cdot K_{Pkrit} = \frac{a\pi}{4B} K_{Pkrit} = 1 \Rightarrow K_{Pkrit} = \frac{4B}{a\pi} \quad (6.22)$$

Az önhangoló PID működése:

- A szabályozás kétállású szabályozóval indul.
- A tranziensek lecsengése után a szabályozó megméri a lengések periódusát (T_{krit}) és a lengések amplitúdóját (a).
- A (6.20) összefüggés alapján kiszámolja a kritikus erősítést (K_{Pkrit}).
- A kritikus erősítés és kritikus periódus alapján a 6.2 Táblázat felhasználásával meghatározza a PID szabályozó paramétereit.
- Átkapcsolás PID szabályozásra.

Mivel mérési zajokra számíthatunk, a lengések periódusának és amplitúdójának meghatározásánál fontos, hogy a mért jelet szűrjük, valamint a mérést több lengéscikluson keresztül ismételjük meg, az amplitúdót és periódust több mérés átlagaként számítsuk. A 6.18 Ábrán az önhangoló PID szabályozó tipikus válasza látható.



1.18 Ábra: Önhangoló szabályozás (folyamat kimenete, beavatkozó jel)