
Abb. 12.25. Spannungsquelle mit negativem Ausgangswiderstand

Ausgangsspannung: $U_2 = U_0 + I_2 R_1$

Ausgangswiderstand: $r_a = -\frac{dU_2}{dI_2} = -R_1$

Mit $I_1 = -I_2$ folgt daraus:

$$U_2 = U_0 + I_2 R_1$$

Der INIC wurde so angeschlossen, dass die Spannungsquelle leerlaufstabil ist.

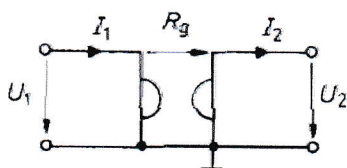
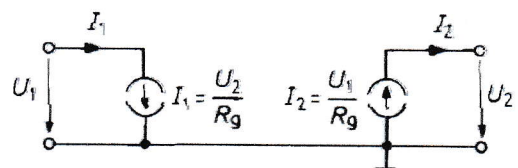
Auch bei negativen Widerständen gelten die Gesetze der Reihen- und Parallelschaltung unverändert. Man kann die Spannungsquelle mit negativem Ausgangswiderstand also z.B. dazu verwenden, den Widerstand einer längeren Zuleitung zu kompensieren, um am Ende die Spannung U_0 mit dem Ausgangswiderstand Null zu erhalten.

12.6 Der Gyrator

Der Gyrator ist eine Transformationsschaltung, mit der man beliebige Impedanzen in ihre dazu dualen umwandeln kann, also z.B. eine Kapazität in eine Induktivität. Das Schaltsymbol des Gyrators ist in Abb. 12.26 dargestellt. Die idealisierten Übertragungsgleichungen lauten:

$$\begin{aligned} I_1 &= 0 \cdot U_1 + \frac{1}{R_g} U_2 \\ I_2 &= \frac{1}{R_g} U_1 + 0 \cdot U_2 \end{aligned} \quad (12.18)$$

Es ist also jeweils der Strom auf der einen Seite proportional zur Spannung auf der anderen Seite. Man kann demnach einen Gyrator aus zwei spannungsgesteuerten Stromquellen mit hohem Eingangs- und Ausgangswiderstand realisieren, wie es schematisch in Abb. 12.27 dargestellt ist. Die direkte Realisierung dieses Prinzips besteht im Einsatz von zwei CC-Operationsverstärkern gemäß Abb. 5.90 auf S. 570.


Abb. 12.26. Schaltsymbol des Gyrators

Abb. 12.27. Realisierung eines Gyrators mit zwei spannungsgesteuerten Stromquellen

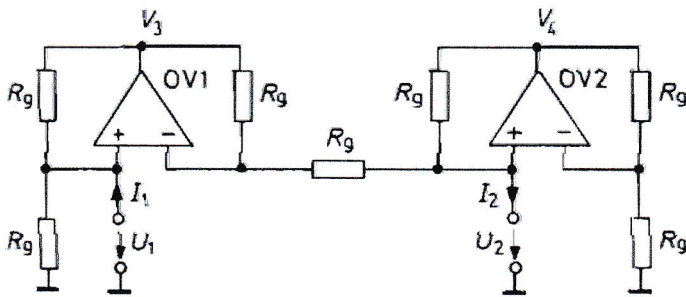


Abb. 12.28. Realisierung eines Gyrators mit zwei INICs

Die in Abb. 12.28 gezeigte Realisierungsmöglichkeit beruht auf der Kombination von zwei INICs [12.3]. Zur Berechnung der Übertragungsgleichungen wenden wir die Knotenregel auf die P- und N-Eingänge von OV 1 und OV 2 an und erhalten:

$$\begin{aligned} \text{Knoten } P_1: & \quad \frac{V_3 - U_1}{R_g} - \frac{U_1}{R_g} + I_1 = 0 \\ \text{Knoten } N_1: & \quad \frac{V_3 - U_1}{R_g} + \frac{U_2 - U_1}{R_g} = 0 \\ \text{Knoten } P_2: & \quad \frac{V_4 - U_2}{R_g} + \frac{U_1 - U_2}{R_g} - I_2 = 0 \\ \text{Knoten } N_2: & \quad \frac{V_4 - U_2}{R_g} - \frac{U_2}{R_g} = 0 \end{aligned}$$

Durch Elimination von V_3 und V_4 folgen die Übertragungsgleichungen

$$I_1 = \frac{U_2}{R_g} \quad \text{und} \quad I_2 = \frac{U_1}{R_g},$$

also die gewünschten Beziehungen, wie sie in Gl. (12.18) angegeben wurden.

Nun wollen wir einige Anwendungen des Gyrators untersuchen. Dazu schließen wir auf der rechten Seite einen Widerstand R_2 an. Da I_2 und U_2 dieselbe Pfeilrichtung besitzen, gilt nach dem Ohmschen Gesetz der Zusammenhang $I_2 = U_2/R_2$. Setzt man diese Beziehung in die Übertragungsgleichungen ein, folgt:

$$U_1 = I_2 R_g = \frac{U_2 R_g}{R_2} \quad \text{und} \quad I_1 = \frac{U_2}{R_g}$$

Das Tor 1 verhält sich demnach wie ein ohmscher Widerstand mit dem Wert:

$$R_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{R_g^2}{R_2} \quad (12.19)$$

Er ist also proportional zum Kehrwert des Verbraucherwiderstandes am Tor 2.

Die Widerstandstransformation gilt auch für Wechselstromwiderstände und lautet dann entsprechend zu Gl. (12.19):

$$\underline{Z}_1 = \frac{R_g^2}{\underline{Z}_2} \quad (12.20)$$

Diese Beziehung führt auf eine interessante Anwendung des Gyrators: Schließt man nämlich auf der einen Seite einen Kondensator mit der Kapazität C_2 an, misst man auf der anderen Seite die Impedanz:

$$\underline{Z}_1 = R_g^2 \cdot j\omega C_2$$

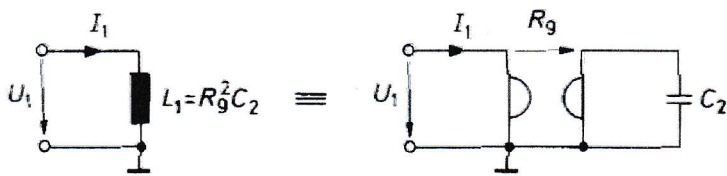


Abb. 12.29. Simulation einer Induktivität

Das ist aber nichts anderes als die Impedanz einer Induktivität:

$$L_1 = R_g^2 C_2 \tag{12.21}$$

Die Bedeutung des Gytrators liegt darin, dass man mit ihm große verlustarme Induktivitäten erzeugen kann. Die entsprechende Schaltung ist in Abb. 12.29 dargestellt. Die beiden freien Anschlüsse des Gytrators verhalten sich nach Gl. (12.21) so, als ob zwischen ihnen eine Induktivität $L_1 = R_g^2 C_2$ läge. Mit $C_2 = 1 \mu F$ und $R_g = 10 k\Omega$ ergibt sich $L_1 = 100 H$.

Schaltet man zu der Induktivität L_1 einen Kondensator C_1 parallel, erhält man einen Parallelschwingkreis. Damit lassen sich „L“ C-Filter hoher Güte aufbauen.

Die Güte des Parallelschwingkreises für $C_1 = C_2$ ist ein geeignetes Maß, um die Abweichung eines realen Gytrators vom idealen Verhalten zu charakterisieren. Sie wird als Gytratorgüte Q bezeichnet. ~~Die Verluste eines realen Gytrators lassen sich durch zwei Widerstände R_v beschreiben, die parallel zu den beiden Toren liegen.~~ Bei der Stromquellenschaltung nach Abb. 12.27 ergeben sie sich als Parallelschaltung des Eingangswiderstandes der einen Quelle mit dem Ausgangswiderstand der anderen. Bei der INIC-Realisierung nach Abb. 12.28 werden sie von der Paarungstoleranz der Widerstände bestimmt. Das Ersatzschaltbild eines Gytrator-Parallelschwingkreises bei realem, verlustbehaftetem Gytrator ist in Abb. 12.30 a dargestellt. Wendet man auf die rechte Seite die Transformationsgleichung (12.20) an, ergibt sich das transformierte Ersatzschaltbild in Abb. 12.30 b. Daraus erhält man nach [12.4] die Gytratorgüte zu $Q = R_v / 2R_g$.

Diese Beziehung gilt allerdings nur bei niedrigen Frequenzen, da die Güte sehr empfindlich auf Phasenverschiebungen in den Übertragungsgleichungen (12.18) reagiert. Nach [12.4] ergibt sich für ein Modell 1. Ordnung:

$$Q(\varphi) = \frac{1}{\frac{1}{Q_0} + \varphi_1 + \varphi_2}$$

Darin ist Q_0 der niederfrequente Grenzwert der Güte. φ_1 und φ_2 sind die Phasenverschiebungen zwischen Strom I_1 und Spannung U_2 bzw. Strom I_2 und Spannung U_1 bei der Resonanzfrequenz des Schwingkreises. Bei Phasennacheilung nimmt die Güte mit steigender Resonanzfrequenz zu. Bei $|\varphi_1 + \varphi_2| \geq \frac{1}{Q_0}$ wird die Schaltung instabil; es tritt

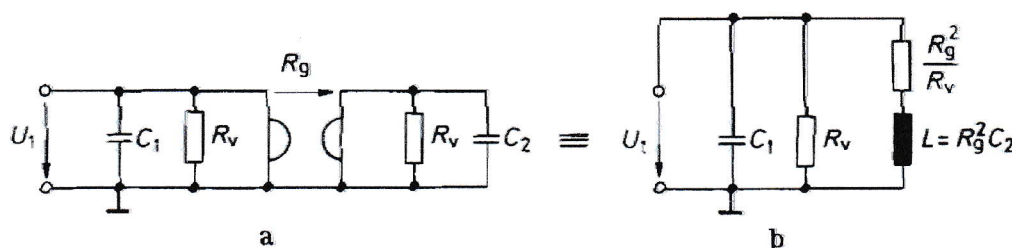


Abb. 12.30. (a) Simulierter Schwingkreis mit verlustbehaftetem Gytrator. (b) Ersatzschaltbild des verlustbehafteten Schwingkreises

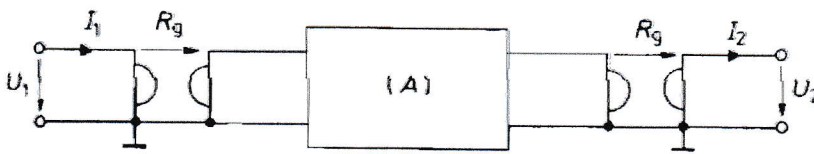


Abb. 12.31.
Dualtransformation von Vierpolen

eine Schwingung mit der Resonanzfrequenz des Schwingkreises auf. Bei Phasenvoreilung nimmt die Güte mit steigender Resonanzfrequenz ab.

Mit Gyrotoren kann man nicht nur Zweipole, sondern auch Vierpole transformieren. Dazu schließt man den zu transformierenden Vierpol wie in Abb. 12.31 zwischen zwei Gyrotoren mit gleichen Gyrotationswiderständen an. Zwischen den äußeren Toren tritt dann der duale Vierpol auf. Zur Herleitung der Transformationsgleichungen bildet man das Produkt der Kettenmatrizen. Der zu transformierende Vierpol besitze die Kettenmatrix:

$$(A) = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}$$

Aus Gl. (12.18) erhalten wir für den Gyrotor die Beziehung:

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & R_g \\ 1/R_g & 0 \end{pmatrix}}_{(A_g)} \begin{pmatrix} U_2 \\ I_2 \end{pmatrix} \quad (12.22)$$

Für die Kettenmatrix (\bar{A}) des resultierenden Vierpoles ergibt sich damit:

$$(\bar{A}) = (A_g)(A)(A_g) = \begin{pmatrix} A_{22} & A_{21}R_g^2 \\ A_{12}/R_g^2 & A_{11} \end{pmatrix} \quad (12.23)$$

Das ist die Matrix des dualtransformierten inneren Vierpoles.

Die Abb. 12.32 zeigt als Beispiel, wie sich eine Schaltung aus drei Induktivitäten durch eine duale Schaltung aus drei Kapazitäten ersetzen lässt.

Schaltet man parallel zu L_1 und L_2 extern je einen Kondensator, erhält man ein induktiv gekoppeltes Bandfilter, das ausschließlich aus Kondensatoren aufgebaut ist. **Schließt man C_a und C_b kurz, erhält man eine erdfreie Induktivität L_3 .**

Ha a 12.32 ábrán a C_a C_b kondenzátorokat rövidzárral helyettesítjük, akkor egy földfüggetlen L_3 induktivitást kapunk.

12.7 Der Zirkulator

Ein Zirkulator ist eine Schaltung mit drei oder mehr Anschlüssen. Das Schaltsymbol ist in Abb. 12.33 dargestellt. Kennzeichnend ist, dass ein Signal, das auf einen der Anschlüsse gegeben wird, in Pfeilrichtung weitergeleitet wird. An einem offenen Anschluss wird es unverändert vorbeigeleitet; an einem kurzgeschlossenen Anschluss wird das Vorzeichen der Signalspannung invertiert. Schließt man an einem Anschluss einen Widerstand $R = R_g$

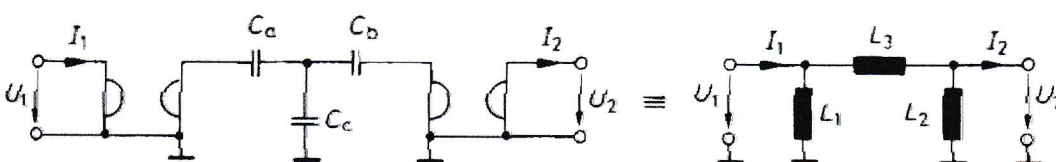


Abb. 12.32. Beispiel für die Dualtransformation

Transformationsgleichungen: $L_1 = R_g^2 C_a$, $L_2 = R_g^2 C_b$, $L_3 = R_g^2 C_c$