

**Dr. GRANÁT JÁNOS** egyetemi docens  
**HORVÁTHNÉ Dr. GEMBICZKY ERZSÉBET** egyetemi adjunktus  
**Dr. KOLLER ISTVÁN** mestertanár

**MŰSZAKI AKUSZTIKA**

**Egyetemi jegyzet**

**BME Villamosmérnöki és Informatikai Kar**  
**Hálózati Rendszerek és Szolgáltatások Tanszék**

**Budapest, 2007-2017.**

<b>1. MECHANIKAI RENDSZEREK .....</b>	<b>4</b>
1.1. KONCENTRÁLT MECHANIKAI ELEMELK .....	4
1.2. KONCENTRÁLT ELEMELK (IMPEDANCIÁK) KAPCSOLÁSA .....	6
1.3. MECHANIKAI HÁLÓZATOK ÉS MODELLJEIK .....	8
1.4. ELEKTROMOS ANALÓGIA .....	9
1.5. ELOSZTOTT PARAMÉTERŰ MECHANIKAI ELEMELK .....	14
<b>2. HANGTÉR, HULLÁMEGYENLET ÉS EGYSZERŰ MEGOLDÁSAI .....</b>	<b>23</b>
2.1. HULLÁMEGYENLET ELŐÁLLÍTÁSA .....	23
2.2. SÍKHULLÁM .....	24
2.3. AKUSZTIKUS TÁPVONAL .....	25
2.4. TEREMREZONANCIÁK .....	27
2.5. GÖMBHULLÁMOK .....	29
2.6. HENGERES TÉR .....	31
2.7. EXPONENCIÁLIS TÖLCSÉR .....	32
2.8. HELMHOLTZ FELÜLETI INTEGRÁL .....	34
2.9. SUGÁRZÁSI IMPEDANCIA .....	35
2.10. SUGÁRZÓK IRÁNYÍTOTTSÁGA .....	38
<b>3. AKUSZTIKAI ELEMELK ÉS HÁLÓZATOK .....</b>	<b>41</b>
3.1. AKUSZTIKAI TÖMEG .....	41
3.2. AKUSZTIKAI KAPACITÁS, ÜREG .....	42
3.3. AKUSZTIKAI ELLENÁLLÁS .....	42
3.4. KIS LEZÁRÓIMPEDANCIA A CSŐ VÉGÉN .....	43
3.5. NAGY LEZÁRÓIMPEDANCIA A CSŐ VÉGÉN .....	43
3.6. AKUSZTIKAI HÁLÓZATOK ÉS ELEKTROMOS ANALÓGJAIK .....	44
<b>4. ELEKTROMECHANIKAI ÁTALAKÍTÓK .....</b>	<b>47</b>
4.1. ELEKTROSZTATIKUS (KAPACITÍV) ÁTALAKÍTÓ .....	47
4.2. ELEKTROMÁGNESES ÁTALAKÍTÓ .....	50
4.3. DINAMIKUS ÁTALAKÍTÓ .....	52
4.4. A DINAMIKUS ÁTALAKÍTÓK MEGVALÓSÍTÁSI FORMÁI .....	53
4.5. PIEZOELEKTROMOS ÁTALAKÍTÓ .....	55
4.6. LÉ MÓDUSÚ PIEZOELEKTROMOS REZONÁTOR .....	59
<b>5. HANGSZÓRÓK .....</b>	<b>65</b>
5.1. A DINAMIKUS (MOZGÓTEKERCSSES) HANGSZÓRÓ .....	67
5.2. A TÖLCSÉRES HANGSZÓRÓ .....	71
5.3. A VÉGES HOSSZÚSÁGÚ EXPONENCIÁLIS TÖLCSÉR .....	75
5.4. SZTATIKUS HANGSZÓRÓ .....	77
<b>6. MÉLYREFLEX HANGSUGARZÓ TERVEZÉSE .....</b>	<b>81</b>
6.1. A KÖLCSÖNÖS SUGÁRZÁSI IMPEDANCIA .....	82
6.2. A MÉLYREFLEX DOBOZ MÉRETEZÉSE .....	86
6.3. ÖSSZEFÜGGÉSEK ÉS KÖVETKEZTETÉSEK .....	94
6.4. AZ ÁTVITELI FÜGGVÉNY ÉS AZ ÉRZÉKENYSÉG ÖSSZEFÜGGÉSE .....	98
6.5. A REFLEXDOBOZ MŰSZAKI JELLEMZŐI A FREKVENCIA FÜGGVÉNYÉBEN .....	99
<b>7. ÁVÁTERESZTŐ MÉLYSUGÁRZÓK .....</b>	<b>103</b>
7.1. EGYREZONÁTOROS SUGÁRZÓ .....	104
7.2. HANGOLT KAPUS SUGÁRZÓ .....	108
7.3. KÉTREZONÁTOROS (BOSE-TÍPUSÚ) MÉLYHANGSUGÁRZÓ .....	110
7.4. NÉHÁNY MEGJEGYZÉS A MEGVALÓSÍTÁSHOZ .....	112
<b>8. PASSZÍV VÁLTÓSZŰRŐK .....</b>	<b>113</b>

8.1. A KONSTANS ELLENÁLLÁSÚ VÁLTÓSZŰRŐ .....	114
8.2. A KONSTANS FESZÜLTSGŰ VÁLTÓSZŰRŐ .....	118
8.3. A MINDENTÁTERESZTŐ VÁLTÓSZŰRŐ .....	119
8.4. A LINKWITZ-SZŰRŐ .....	120
8.5. A HANGSZÓRÓ IMPEDANCIAMENETÉNEK KOMPENZÁLÁSA .....	123
<b>9. FEJHALLGATÓK .....</b>	<b>127</b>
9.1. DINAMIKUS FEJHALLGATÓ .....	128
9.2. MÁGNESES FEJHALLGATÓ .....	131
<b>10. MIKROFONOK .....</b>	<b>135</b>
10.1. DINAMIKUS MIKROFON .....	137
10.2. KONDENZÁTORMIKROFON .....	140
10.3. PIEZOELEKTROMOS MIKROFON .....	143
10.4. SZALAGMIKROFON .....	145
10.4. PUSKAMIKROFON .....	147
10.6. MIKROFONOK IRÁNYKARAKTERISZTIKÁI .....	148
<b>11. HALLÁSTULAJDONSÁGOK .....</b>	<b>153</b>
1. AZ EMBERI FŰL SZERKEZETE ÉS A HALLÁS FOLYAMATA .....	153
11.2. HALLÁSTERÜLET .....	155
11.3. HANGOSSÁGSZINT .....	156
11.4. HANGOSSÁG .....	157
11.5. KRITIKUS SÁV .....	158
11.6. HANGFEDÉS .....	159
11.7. EREDŐ HANGOSSÁG .....	160
11.8. HAAS-HATÁS .....	163
11.9. IRÁNYHALLÁS .....	164
11.10. HANGFORRÁS MÉRETE ÉS TÁVOLSÁGA .....	166
<b>12. EMBERI HANG .....</b>	<b>167</b>
<b>13. AKUSZTIKA MÉRÉSTECHNIKA.....</b>	<b>171</b>
13.1. KONDENZÁTORMIKROFON NYOMÁSKIEGYENLÍTŐ NYÍLÁSA .....	171
13.2. KONDENZÁTORMIKROFONOK TERMIKUS ZAJA .....	177
13.3. KONDENZÁTORMIKROFON KALIBRÁLÁSA .....	183
<b>14. AKUSZTIKA ANALIZÁTOROK .....</b>	<b>188</b>
14.1. FOURIER TRANSZFORMÁCIÓK ÁTTEKINTÉSE .....	188
14.2. EGYCSATORNÁS FFT ANALIZÁTOROK .....	198
<b>15. SZÁMPÉLDÁK.....</b>	<b>203</b>
15.1. AKUSZTIKAI RENDSZEREK .....	203
15.2. ELEKTROMECHANIKAI ÁTALAKÍTÓK .....	213

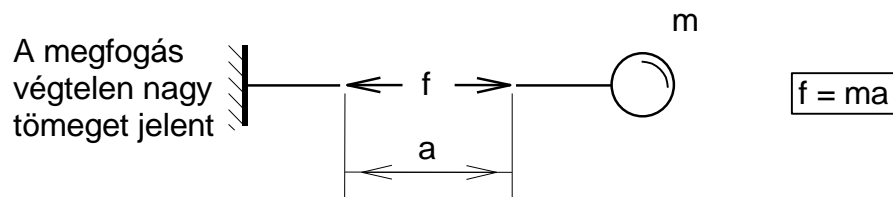
# 1. MECHANIKAI RENDSZEREK

## 1.1. Koncentrált mechanikai elemek

a.) Mechanikai tömeg

jele:  $\mathbf{m}$ , mértékegysége:  $[\mathbf{m}]=\mathbf{kg}$ ,

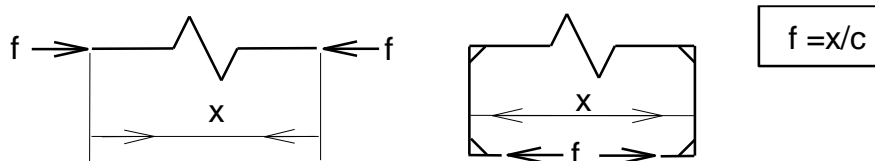
az  $f$  erő és az  $a$  gyorsulás közötti kapcsolatban szerepel



b.) Rugó

jele:  $\mathbf{c}$  mértékegysége:  $[\mathbf{c}]=\mathbf{m/N}$

az  $f$  erő és az  $x$  elmozdulás közötti kapcsolatban szerepel

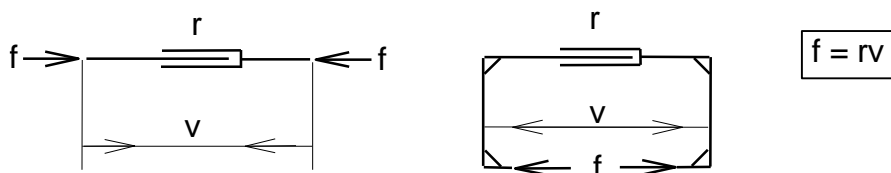


Az egységnyi erő hatására létrejött elmozdulás a *rugóengedékenységet* jelenti. Sok esetben szokás ennek a reciprokát az úgynevezett *rugókeménységet* használni.

c.) Mechanikai ellenállás

jele:  $\mathbf{r}$  mértékegysége:  $[\mathbf{r}]=\mathbf{Ns/m}$

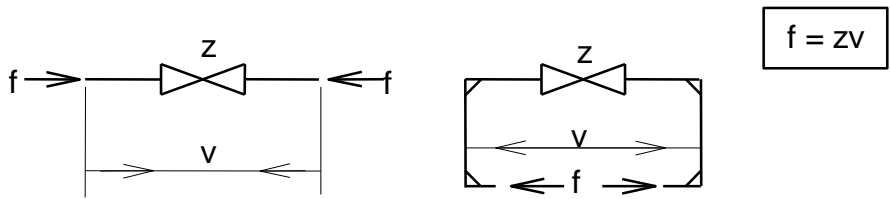
az  $f$  erő és a  $v$  sebesség közötti kapcsolatban szerepel



c.) Mechanikai impedancia

jele:  $\mathbf{z}$  mértékegysége:  $[\mathbf{z}]=\mathbf{Ns/m}$

az  $f$  erő és a  $v$  sebesség közötti kapcsolatban szerepel

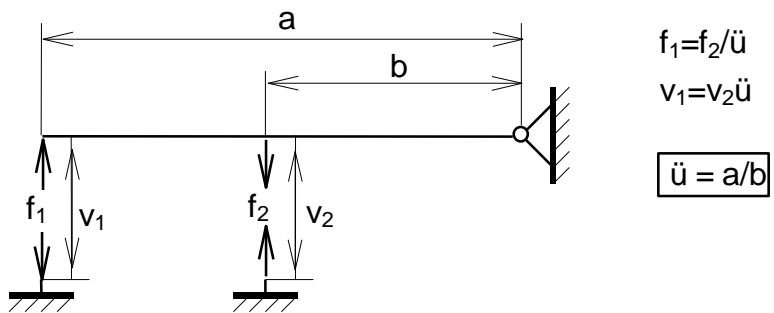


Az impedancia csak periodikus jelekkel, a komplex amplitudók hányadosaként értelmezhető. A sebesség deriválással és integrálással meghatározható a kitérésből illetve a gyorsulásból.

$v = \frac{dx}{dt} = j\omega x$  illetve  $v = \int a dt = \frac{a}{j\omega}$  ezek figyelembevételével az ellenállás, a rugó és a tömeg impedanciáit a következőképpen számíthatjuk:

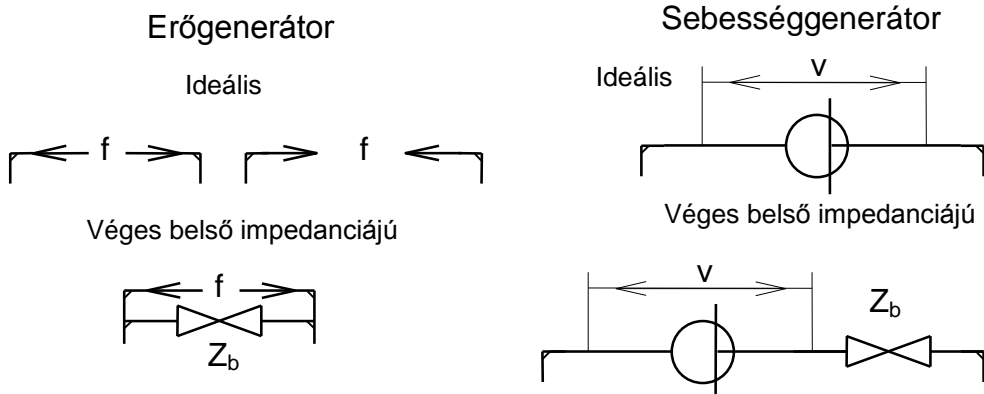
$$z_r = \frac{f}{v} = r \qquad z_c = \frac{f}{j\omega x} = \frac{1}{j\omega c} \qquad z_m = \frac{f}{\frac{a}{j\omega}} = j\omega m$$

d.) Mechanikai transzformátor (emelő)



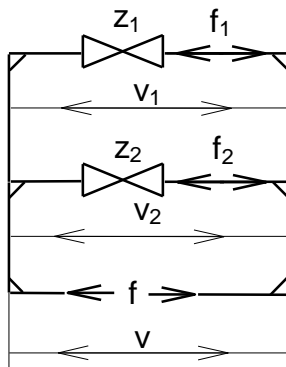
A mechanikai transzformátor egy emelő, ami a karok hosszának ( $a$  és  $b$ ) arányában változtatja meg az erőt, s ugyanakkor ennek reciprok értékével a sebességet.

e.) Generátorok



## 1.2. Koncentrált elemek (impedanciák) kapcsolása

A két alapvető kapcsolási forma a *közös sebesség ill. elmozdulás* és a *közös erő* szerinti kapcsolat. A közös elmozdulás azt jelenti, hogy az impedanciaelemek végei mereven, szög tartóan vannak összekötve.

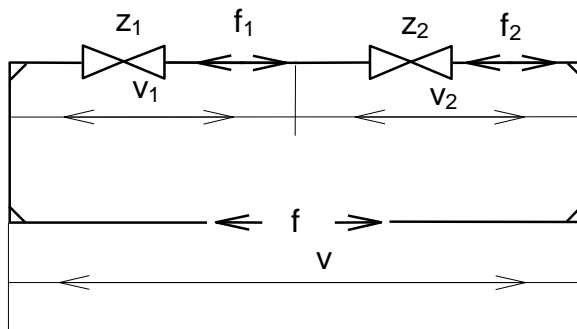


$$v = v_1 = v_2 \quad \text{a sebesség közös}$$

$$f = f_1 + f_2 \quad \text{az erők összeadódnak}$$

$$z = \frac{f}{v} = \frac{f_1 + f_2}{v} = \frac{f_1}{v_1} + \frac{f_2}{v_2} = z_1 + z_2$$

A közös erőre történő kapcsolásnál az erők minden elemen azonosak, a sebességek ill. elmozdulások adódnak össze.



$$f = f_1 = f_2 \quad \text{az erő közös}$$

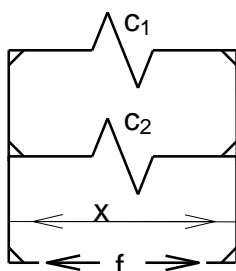
$$v = v_1 + v_2 \quad \text{a sebességek összeadódnak}$$

$$z = \frac{f}{v} = \frac{f}{v_1 + v_2} = \frac{1}{\frac{v_1}{f} + \frac{v_2}{f}} = \frac{1}{\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}} = z_1 \times z_2$$

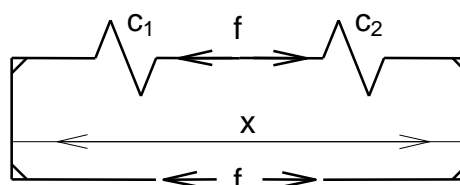
Példák:

### Rugók

azonos elmozdulásokkal



azonos erővel



$$z = \frac{1}{j\omega(c_1)} + \frac{1}{j\omega(c_2)} = \frac{1}{j\omega(c_1 \times c_2)}$$

vagyis

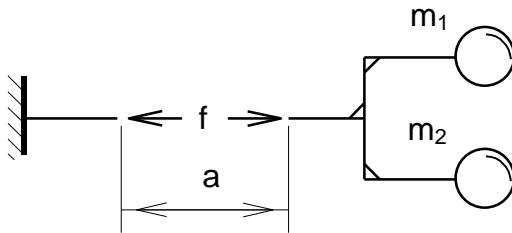
$$c = c_1 \times c_2$$

$$z = j\omega c_1 + j\omega c_2 = j\omega(c_1 + c_2)$$

$$c = c_1 + c_2$$

### Tömegek

azonos gyorsulásokkal

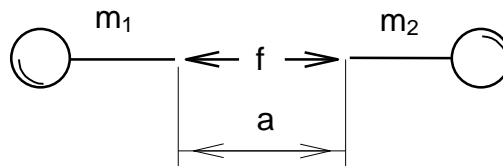


$$z = j\omega m_1 + j\omega m_2 = j\omega(m_1 + m_2)$$

vagyis

$$m = m_1 + m_2$$

azonos erőkkel



$$z = j\omega m_1 \times j\omega m_2 = j\omega(m_1 \times m_2)$$

$$m = m_1 + m_2$$

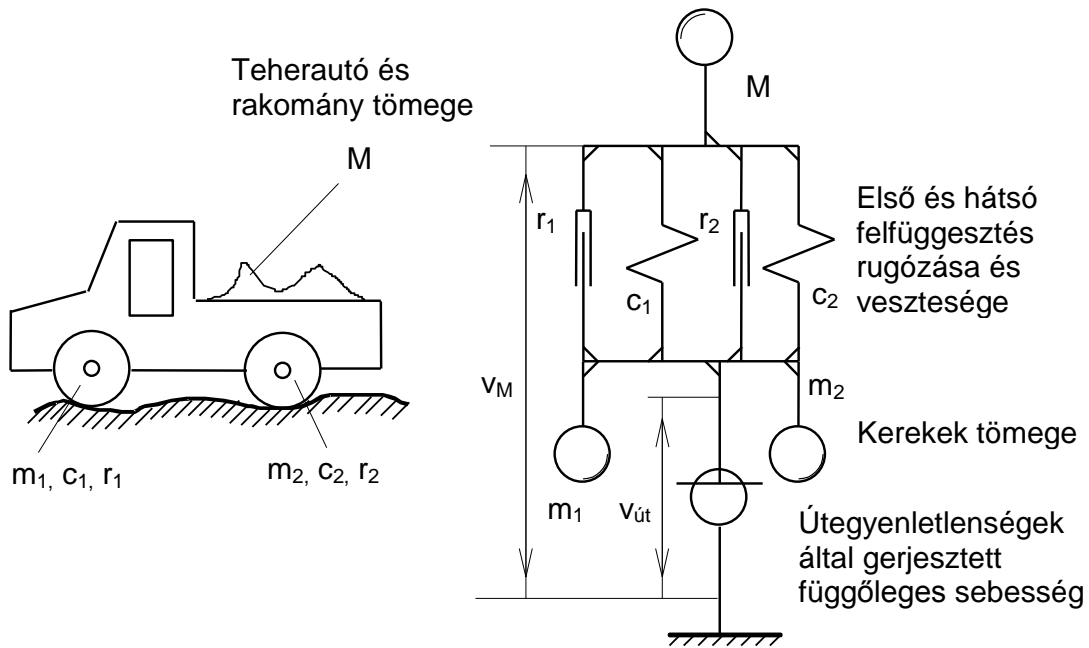
Az **ellenállások** formailag pont úgy szerepelnek, mint az impedanciák:

$$Z = Z_1 + Z_2 = r_1 + r_2 \quad \text{illetve}$$

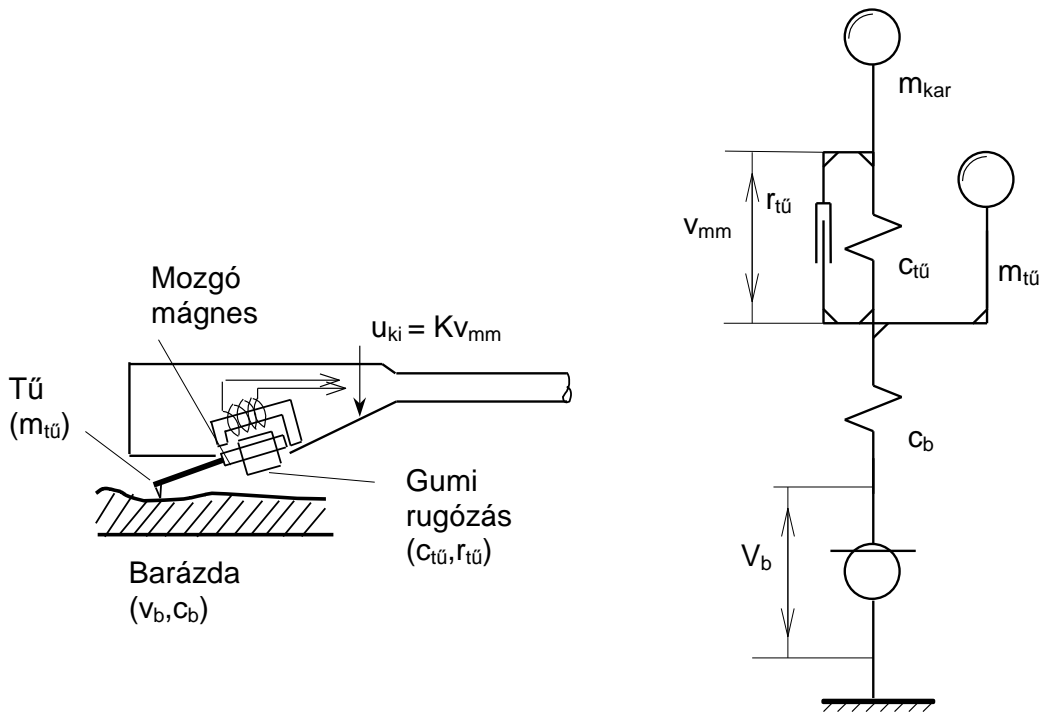
$$Z = Z_1 \times Z_2 = r_1 \times r_2$$

### 1.3. Mechanikai hálózatok és modelljeik

Teherautó példája:

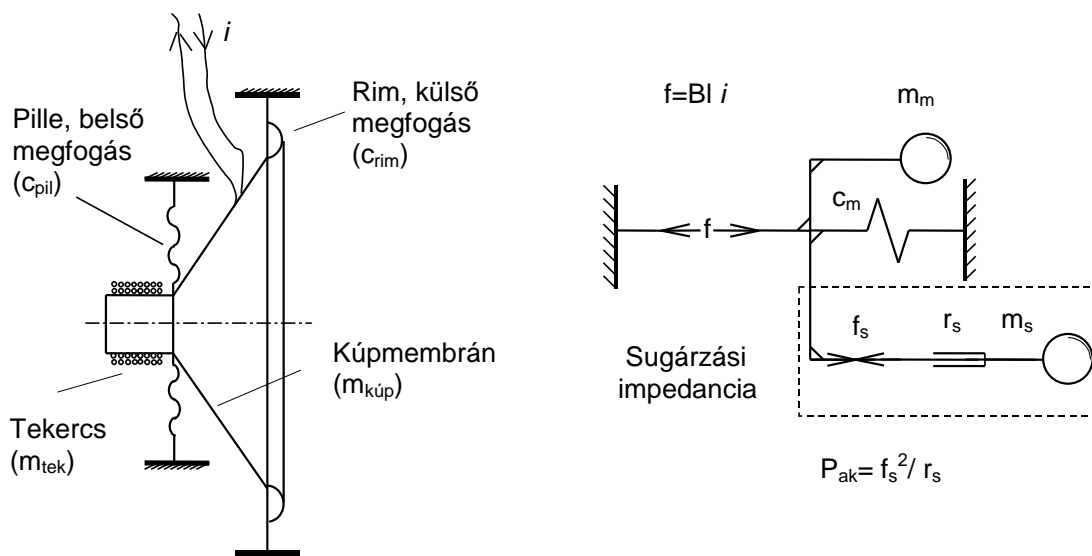


### Hangszedő





## Hangszórómembrán



### 1.4. Elektromos analógia

A leggyakrabban használatos analógia a következő:

Mechanikai mennyiség	Jele	Elektromos mennyiség	Jele
Erő	$f$	Feszültség	$V$
Sebesség	$v$	Áram	$I$
Mechanikai ellenállás	$r$	Elektromos ellenállás	$R$
Tömeg	$m$	Induktivitás	$L$
Rugó	$c$	Kapacitás	$C$
Mechanikai impedancia	$z$	Elektromos impedancia	$Z$
Erőgenerátor	$f_g$	Feszültséggenerátor	$U_g$
Sebességgenerátor	$v_g$	Áramgenerátor	$I_g$

Az erő és sebesség szorzata ugyanúgy a teljesítményt eredményezi, mint a feszültség és az áram szorzata. A mechanikai hálózatok elektromosba való átrajzolását a fenti analógia szerint tehetjük meg, ügyelve a következőkre:

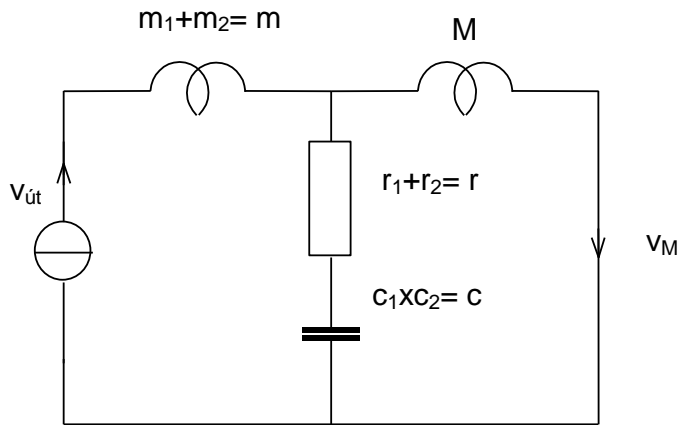
az azonos erőnek kitett mechanikai elemek, elemcsoportok analóg elektromos elemei párhuzamosan kapcsolódnak,

az azonos sebességgel mozgó mechanikai elemek analógjai sorosan kapcsolódnak, a tömeg sebessége vagy gyorsulása egy referenciaponthoz (mozdulatlan végtelen tömeg) képest értendő.

A fentiek alapján a *teherautó* mechanikai rendszerének elektromos analóg hálózata az alábbi alakban adható meg. A hálózat – a megfelelő összevonások után - lényegében egy veszteséges mechanikai rezgőrendszer. Ez alapján könnyen felírhatjuk a  $v_M / v_{út}$  függvényt, ami a gépkocsiszekrény és rakomány függőleges sebességét adja a frekvencia függvényében.

Az eredmény egy első és egy másodfokú Bode-építőelemekből álló függvény. Az

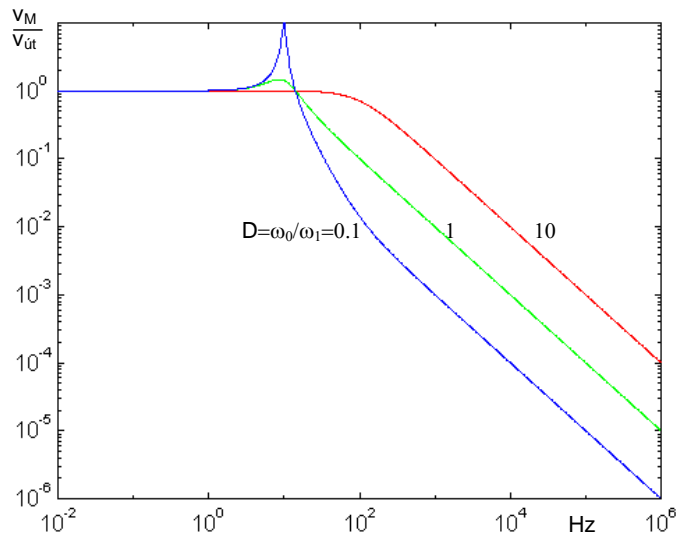
elsőfokú tag  $\omega_1$  törésponti frekvenciája az eredő rugóállandótól ( $c$ ) és az eredő csillapító ellenállástól ( $r$ ) függ. Az  $\omega_0$  rezonanciafrekvenciát pedig az össztömeg ( $M$ ) és ugyancsak az eredő rugóállandó határozza meg. A diagrammban megadtuk a függvény abszolút értékét a frekvencia függvényében három különböző esetre. A csillapító ellenállástól függően más és más törésponti frekvencia ( $\omega_1$ ), ill. csillapítási ( $D$ ) tényező állítható be.



$$\frac{v_M}{v_{\text{út}}} = \frac{r + \frac{1}{sc}}{r + \frac{1}{sc} + sM} = \frac{1 + src}{1 + src + s^2Mc} = \frac{1 + \frac{s}{\omega_1}}{1 + \frac{s}{\omega_1} + \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2} = \frac{1 + \frac{s}{\omega_1}}{1 + D \frac{s}{\omega_0} + \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2}$$

ahol:

$$\omega_1 = \frac{1}{rc} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{Mc}} \quad D = \frac{\omega_0}{\omega_1}$$

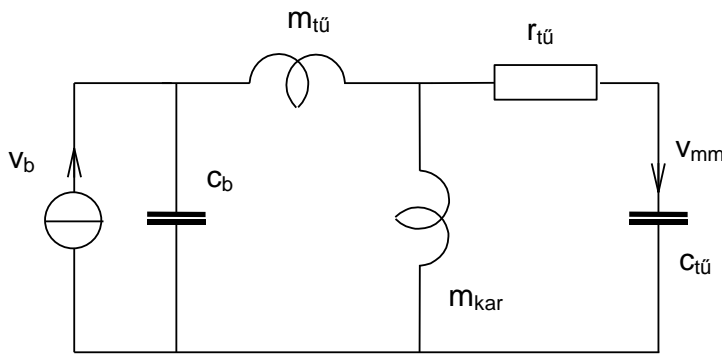


A mozgómágneses hangszedő (pickup) elektromos helyettesítő kapcsolása látható a következő ábrán. A hálózat bemenő jelét a barázdasebességet megtestestítő  $v_b$  forráserősségű generátor szolgáltatja. A hangszedő kimenőfeszültsége a  $v_{mm}$  mágnes sebességgel arányos, ezért az átviteli függvény a  $v_{mm}/v_b$ -vel írható le. Ez a függvény negyedfokú lesz, aminek a felírását úgy egyszerűsíthetjük, hogy a frekvenciatartományt két részre osztjuk és ezekben a megengedett elhanyagolásokat fogjuk használni.

Kisfrekvencián a  $c_b$  sönthatása és az  $m_{tú}$  soros impedanciája hanyagolható el. A maradék hálózat egy veszteséges párhuzamos rezgőkör, amelynek az áramosztását kell felírunk. Az eredmény egy veszteséges másodfokú függvény:

$$\frac{v_{mm}}{v_b} \Big|_a = \frac{sm_{kar}}{sm_{kar} + r_{tú} + \frac{1}{sc_{tú}}} = \frac{s^2 c_{tú} m_{kar}}{s^2 c_{tú} m_{kar} + sr_{tú} c_{tú} + 1} = \frac{\left(\frac{s}{\omega_1}\right)^2}{\left(\frac{s}{\omega_1}\right)^2 + D_1 \left(\frac{s}{\omega_1}\right) + 1}$$

ahol a rezonanciafrekvencia  $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{c_{tú} m_{kar}}}$  és a veszteségi tényező  $D_1$



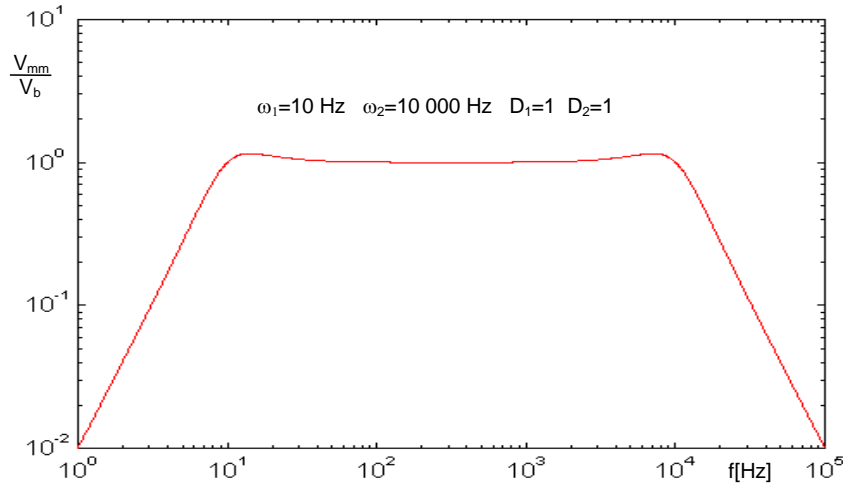
Nagyfrekvencián a  $c_{tú}$  impedanciája rövidzárral helyettesíthető, s az  $m_{kar}$  pedig szakadással. Az eredmény ismét egy veszteséges párhuzamos rezgőkör ( $c_b$  és  $m_{tú}$ ) alkotta áramosztó lesz, amely a következő alakú:

$$\frac{v_{mm}}{v_b} \Big|_f = \frac{\frac{1}{sc_b}}{\frac{1}{sc_b} + sm_{tú} + r_{tú}} = \frac{1}{s^2 c_b m_{tú} + sr_{tú} c_b + 1} = \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_2}\right)^2 + D_2 \left(\frac{s}{\omega_2}\right) + 1}$$

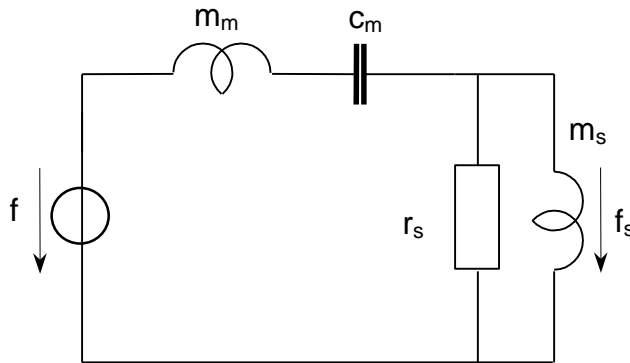
ahol a felső rezonanciafrekvencia  $\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{c_b m_{tú}}}$  és a veszteségi tényező  $D_2$ . Az eredő átvitel a két leegyszerűsített függvény szorzata.

$$\frac{v_{mm}}{v_b} = \frac{v_{mm}}{v_b} \Big|_a \frac{v_{mm}}{v_b} \Big|_f = \frac{\left(\frac{s}{\omega_1}\right)^2}{\left(\frac{s}{\omega_1}\right)^2 + D_1 \left(\frac{s}{\omega_1}\right) + 1} \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_2}\right)^2 + D_2 \left(\frac{s}{\omega_2}\right) + 1}$$

Az átviteli függvény abszolút értéke a következő ábrán látható



A hangszórómembrán analóg elektromos hálózata három reaktáns és egy ohmos tagot tartalmaz.



Mivel az elsugárzott teljesítmény az  $f_s$ -el arányos, ezért a rendszer átviteli függvényét  $f_s/f$ -ként írhatjuk fel. Kisfrekvencián a sugárzási tömeg impedanciája sokkal kisebb, mint az ohmos tagja, ezt vegyük úgy figyelembe, hogy a nevezőben ne alakuljon ki a harmadfokú tag.

$$\left. \frac{f_s}{f} \right|_a = \frac{s m_s r_s}{s m_s r_s + s m_m + \frac{1}{s c_m}} = \frac{s m_s r_s}{s m_s r_s + s m_m (r_s + s m_s) + \frac{r_s + s m_s}{s c_m}}$$

Az  $s c_m$ -vel való szorzás és az  $r_s$ -el való osztás után a következő alakot kapjuk, amelyből az állandó tömegarány kiemelhető:

$$\left. \frac{f_s}{f} \right|_a = \frac{s^2 c_m m_s}{s^2 c_m (m_s + m_m) + \frac{s m_s}{r_s} + 1} = \frac{m_s}{(m_s + m_m)} \frac{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + D \left(\frac{s}{\omega_0}\right) + 1}$$

ahol a rezonanciafrekvencia  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{c_m (m_s + m_m)}}$  és a veszteségi tényező  $D$ .

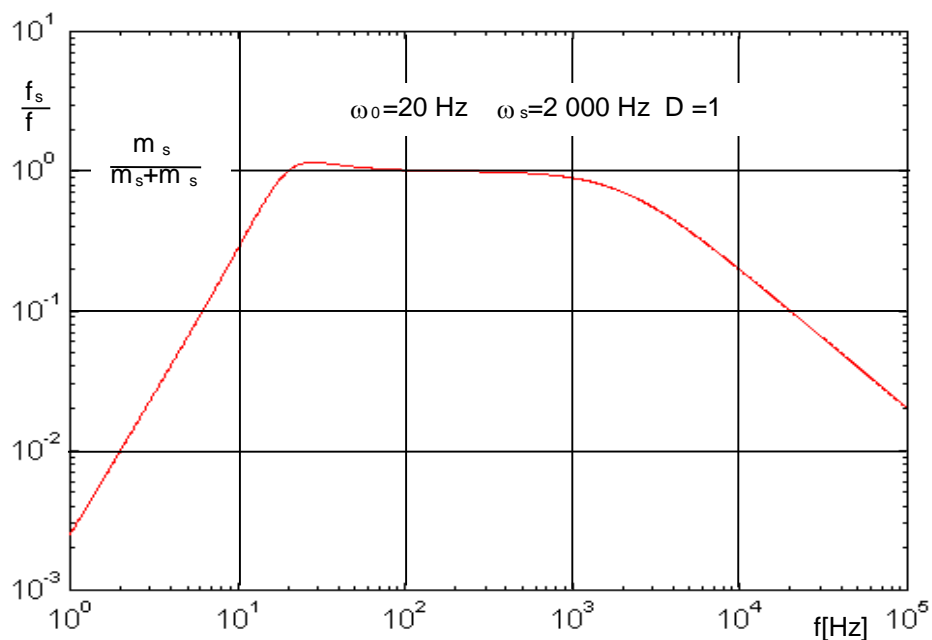
Nagyfrekvencián a mechanikai rugó rövidzárral helyettesíthető, s így egy elsőfokú függvényt kapunk, amiből ugyanaz a tömegarány kiemelhető.

$$\left. \frac{f_s}{f} \right|_f = \frac{sm_s x r_s}{sm_s x r_s + sm_m} = \frac{m_s}{m_s + m_m} \frac{sm_s r_s}{s \frac{m_m m_s}{m_s + m_m} \frac{1}{r_s} + 1} = \frac{m_s}{m_s + m_m} \frac{1}{\frac{s}{\omega_s} + 1}$$

Ahol  $\omega_s = \frac{r_s}{m_m \times m_s}$  Az eredő átviteli függvény a két frekvenciafüggő tag és az állandó tömegarány szorzata:

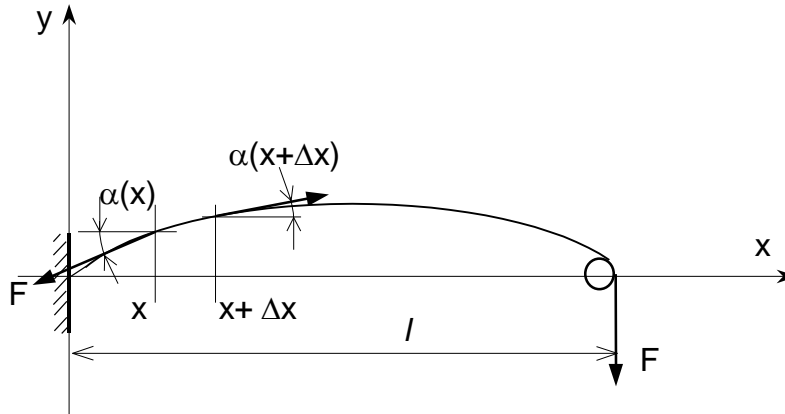
$$\frac{f_s}{f} = \frac{m_s}{m_s + m_m} \frac{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + D \left(\frac{s}{\omega_0}\right) + 1} \frac{1}{\frac{s}{\omega_s} + 1}$$

Ennek abszolút értéke a frekvencia függvényében:



## 1.5. Elosztott paraméterű mechanikai elemek

Ezen elemek jellemzője az, hogy kiterjedésük nem tekinthető elhanyagolhatóan kicsinek az anyagukban terjedő hanghullámok hullámhosszához képest. A legegyszerűbb ilyen elem a *húr*, amely csak egy irányú kiterjedéssel rendelkezik.



Két pont között kifeszített szál kiregzett alakját látjuk az ábrán, melynek  $F[N]$  a feszítőereje és a húr hosszegységre eső tömege  $m' [kg/m]$ . Az  $x$  és  $x+\Delta x$  közötti  $m'\Delta x$  tömegű húrdarabot a végeire ható, eltérő hajlásszögű  $F$  erők különbsége fogja  $y$  irányban gyorsítani

$$F[\sin(\alpha + \Delta\alpha) - \sin(\alpha)] = \Delta x m' \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Kis  $\alpha$  hajlásszögeknel a szinuszt jól közelíthetjük a tangens függvénnyel, ami nem más mint az  $x$  szerinti derivált.

$$F[\sin(\alpha + \Delta\alpha) - \sin(\alpha)] = F[\operatorname{tg}(\alpha + \Delta\alpha) - \operatorname{tg}(\alpha)] = F\left[\frac{\partial y}{\partial x}(x + \Delta x) - \frac{\partial y}{\partial x}(x)\right] = \Delta x m' \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Osztva  $F$ -el és  $\Delta x$ -el az egyenletet, majd határátmenetet képezve, megkapjuk az alábbi hullámeqyenletet:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{m'}{F} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \text{ ahol a transzverzális terjedési sebesség } c = \sqrt{\frac{F}{m'}}$$

A megoldást periódikus idő- és helyfüggvénnyel, exponenciális alakban keressük

$$y(x, t) = \hat{y} e^{j\omega t} e^{\alpha x} \text{ behelyettesítés után a karakterisztikus egyenlet } \alpha^2 = -\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 = -k^2$$

Miután  $\alpha = \pm jk$  értékeket vehet fel, a teljes megoldás a haladó és a reflektált hullámok összege lesz.

$$y(x, t) = y_h e^{j(\omega t - kx)} + y_r e^{j(\omega t + kx)} = e^{j\omega t} (y_h e^{-jkx} + y_r e^{jkx})$$

A peremfeltételekből az ismeretlenek meghatározhatóak. Mivel az időfüggvény ismert a továbbiakban csak a helyfüggő részt kell vizsgálnunk. A peremfeltételek szerint a kitérés mindkét végpontban zérus. Tehát

$$y(x=0) = y_h + y_r = 0 \text{ innen } y_h = -y_r$$

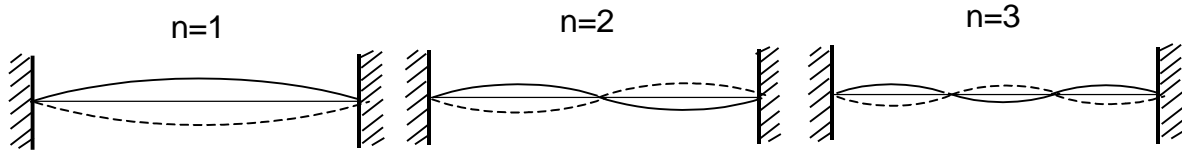
Felhasználva a másik végponti kitérést és az előző eredményt, azaz az amplitúdók relációját:

$$y(x=l) = y_h (e^{-jkl} - e^{jkl}) = -2j y_h \sin(kl) = 0$$

amiből következik, hogy  $kl = n\pi$  és  $n=1,2,3,\dots$ . Ez csak úgy lehetséges, hogy  $n$  különböző értékei esetén kötött értékű rezgési frekvencia alakul ki.

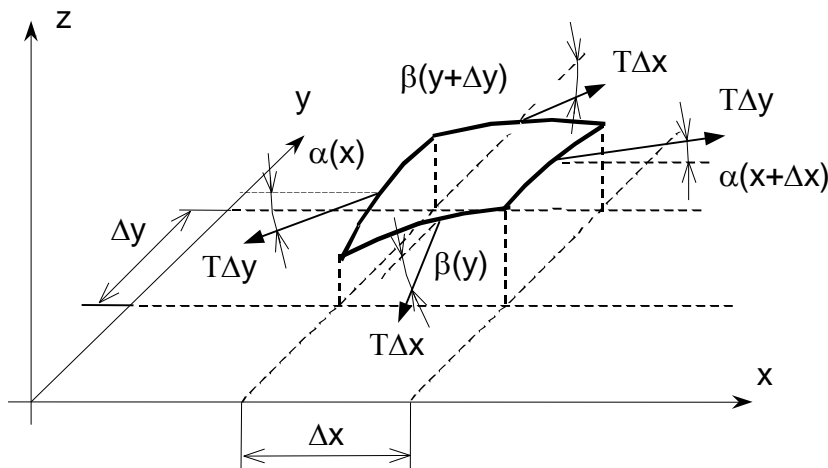
$$f_n = \frac{n\pi c}{2l} = \frac{nc}{2l} = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{F}{m'}}$$

az első három rezgésalak a következők szerint alakul



Az összefüggésből kiderül, hogy a kialakuló rezgési frekvencia egyenesen arányos a feszítőerő gyökével, fordítottan arányos a húr hosszával és tömegének gyökével.

Kétdimenziós, vastagság nélküli elemeknek tekintjük a feszített membránokat. Ezek jellemzője a megfeszítés mértéke  $T[N/m]$  és a membrán anyagának felületegységenkénti



tömege  $m''[kg/m^2]$ . Tekintsük először a derékszögű koordinátarendszerben leírható membránt.

A  $\Delta x$  és  $\Delta y$  méretű membrándarabkára összesen négy erő hat, amelyek függőleges komponenseinek páronkénti különbsége fogja megadni az eredő gyorsítóerőt  $z$  irányban. Az  $x$  és az  $x + \Delta x$ , valamint az  $y$  és az  $y + \Delta y$  helyeken ható erők különbsége a következőképpen írható:

$$F_x = T\Delta y [\sin \alpha(x + \Delta x) - \sin \alpha] \text{ és } F_y = T\Delta x [\sin \beta(y + \Delta y) - \sin \beta]$$

Mivel az  $\alpha$  és  $\beta$  hajlásszögek kicsik, ezért a szinuszok tangenssel, illetve a kitérés  $x$  és  $y$  szerinti deriváltjával közelíthetők:

$$F = F_x + F_y = T \left[ \Delta y \left( \frac{\partial z}{\partial x}(x + \Delta x) - \frac{\partial z}{\partial x}(x) \right) + \Delta x \left( \frac{\partial z}{\partial y}(y + \Delta y) - \frac{\partial z}{\partial y}(y) \right) \right] = m'' \Delta x \Delta y \frac{\partial^2 z}{\partial t^2}$$

A  $\Delta x \Delta y$ -al történő osztás és  $\Delta x \rightarrow 0, \Delta y \rightarrow 0$  határátmenetek után után:

$$\left[ \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right] = \frac{m''}{T} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \quad \text{ahol } c = \sqrt{\frac{T}{m''}} \text{ a terjedési sebesség}$$

Keressük a megoldást megint az előbb használt periódikus időfüggvény, valamint az egyelőre ismeretlen,  $X(x)$  és  $Y(y)$  függvények szorzataként:

$z(x, y, t) = X(x)Y(y)e^{j\omega t}$  A behelyettesítés után az időfüggvénnyel és  $X(x)Y(y)$  -al osztva kapjuk

$$\frac{1}{X(x)} \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} + \frac{1}{Y(y)} \frac{\partial^2 Y(y)}{\partial y^2} = -\frac{\omega^2}{c^2} = -k^2 = -k_x^2 - k_y^2$$

Mivel  $k$  állandó, megoldás csak úgy lehetséges, ha az  $x$  és  $y$  függő tagok külön-külön is állandóak.

$$\frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} = -k_x^2 X(x) \quad \frac{\partial^2 Y(y)}{\partial y^2} = -k_y^2 Y(y)$$

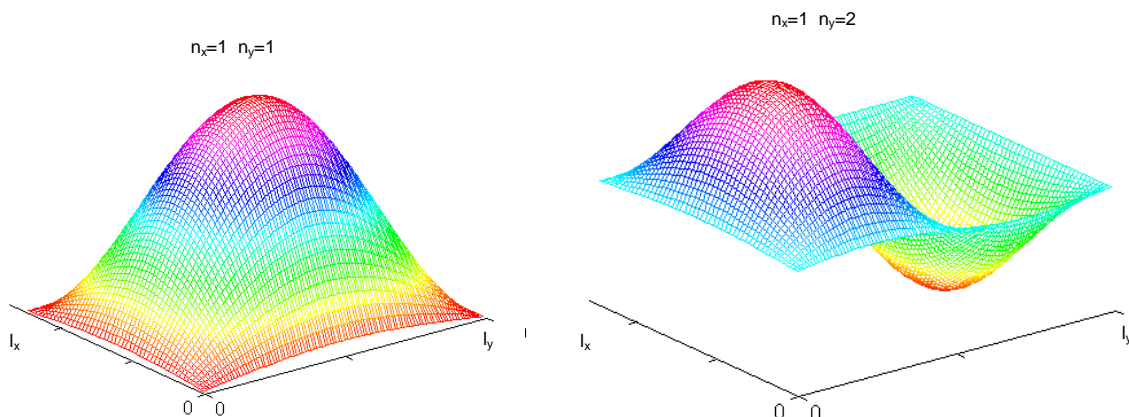
Ezek mindegyike a húrhoz hasonlóan oldható meg. Figyelembevéve, hogy a  $z$  kitérés az  $x=0$ ,  $y=0$  helyeken nulla, kapjuk  $z_h = -z_r = z$ . Az  $x=l_x$ ,  $y=l_y$  helyekre felírt összefüggések:

$$X(x=l_x) = z_h \in^{-jk_x l_x} + z_r \in^{jk_x l_x} = -2j z \sin(k_x l_x) = 0 \text{ vagyis } k_x l_x = n_x \pi, \text{ ahol } n_x = 1, 2, 3 \dots$$

$$Y(y=l_y) = z_h \in^{-jk_y l_y} + z_r \in^{jk_y l_y} = -2j z \sin(k_y l_y) = 0 \text{ vagyis } k_y l_y = n_y \pi, \text{ ahol } n_y = 1, 2, 3 \dots$$

A két utóbbi összefüggésből – mivel  $k_x^2 + k_y^2 = k^2$  - a lehetséges frekvencia kifejezhető:

$$f_{n_x n_y} = \frac{c}{2} \sqrt{\frac{n_x^2}{l_x^2} + \frac{n_y^2}{l_y^2}}$$



Ha a membrán köralakú akkor a differenciálegyenlete az  $x=r\cos(\phi)$  és  $y=r\sin(\phi)$  figyelembevételével a következő alakot ölti:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 z}{\partial \phi^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2}$$

E függvény megoldását a szokásos időfüggvény valamint az  $R(r)$  és  $\Phi(\phi)$  szorzataként állítjuk elő. Behelyettesítés és  $R(r)$   $\Phi(\phi)$ -el való osztás valamint  $r^2$ -el való szorzás után

$$\frac{r^2}{R(r)} \frac{\partial^2 R(r)}{\partial r^2} + \frac{r}{R(r)} \frac{\partial R(r)}{\partial r} + \frac{1}{\Phi(\phi)} \frac{\partial^2 \Phi(\phi)}{\partial \phi^2} = -\frac{\omega^2}{c^2} r^2 = -k^2 r^2$$

Jól látszik, hogy az egyenlet  $r$  és  $\phi$  függő részekre bontható szét, ahol  $m^2$  a szeparálási állandó.

$$\frac{r^2}{R(r)} \frac{\partial^2 R(r)}{\partial r^2} + \frac{r}{R(r)} \frac{\partial R(r)}{\partial r} + k^2 r^2 = m^2 \quad \frac{1}{\Phi(\phi)} \frac{\partial^2 \Phi(\phi)}{\partial \phi^2} = -m^2$$

A második egyenlet megoldása:

$$\Phi(\phi) = A e^{\pm jm\phi}$$



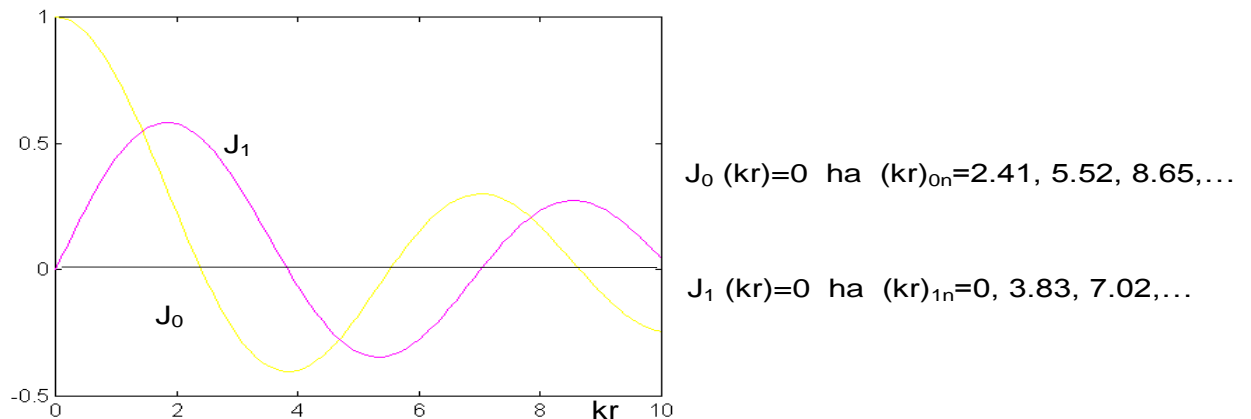
Az első egyenlet  $R(r)$ -el való szorzás és  $k$ -val való bővítés utáni alakja:

$$(kr)^2 \frac{\partial^2 R(kr)}{\partial (kr)^2} + (kr) \frac{\partial R(kr)}{\partial (kr)} + R(kr)((kr)^2 - m^2) = 0$$

Ennek megoldása az  $m$ -ed rendű elsőfajú Bessel-függvény. (A másodfajú Bessel-függvény, azaz a Neumann-függvény, a feszített membrán alakjának leírásában nem szerepelhet, mivel  $r=0$ -nál végtelen nagy értéket vesz fel.) Ezek után a membrán mozgását pl. a következőképpen adhatjuk meg:

$$z(\phi, kr, t) = A \cos(m\phi) J_m(kr) e^{j\omega t} \quad \text{ahol } m=0,1,2,3,\dots$$

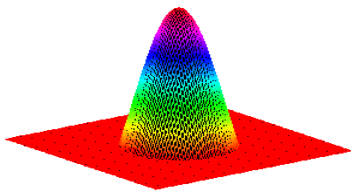
Ha a membrán az  $r_0$  sugár mentén van kifizítve akkor  $z(\phi, kr_0, t) = 0$ , vagyis  $kr_0$  a  $J_m$  függvény valahányadik gyökhelye. A  $J_0$  és  $J_1$  függvény gyökhelyei a következő ábrából olvashatóak le:



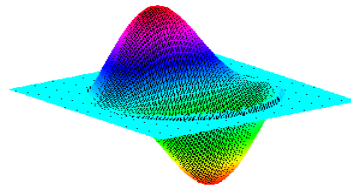
A kérdéses frekvencia a nullahelyek, a membránsugár és a terjedési sebesség ismeretében számítható.

$$f_{mn} = c \frac{(kr)_{mn}}{2\pi r_0}$$

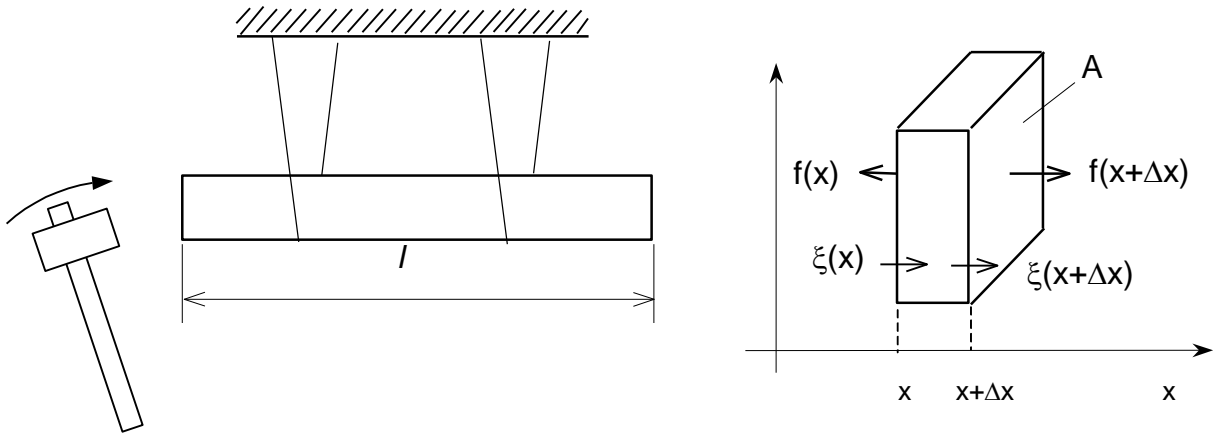
$m=0, n=1$



$m=1, n=1$



Rudak és lemezek esetében az anyag vastagsága már nem elhanyagolható. Tekintsük először a rúd hosszanti (vagy nyúlási) rezgését. Tételezzük fel, hogy a rúd vékony szálakkal van megfogva.



Közismert tény, hogy kalapáccsal megütve a rúd végét, hosszanti rezgést tudunk előállítani. Válasszuk ki egy  $\Delta x$  hosszú rúddarabot, és vizsgáljuk meg a mozgását. A rúddarab  $\rho A \Delta x$  tömegét a két erő különbsége fogja gyorsítani.

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \rho A \Delta x \frac{\partial^2 \xi(x)}{\partial t^2}$$

Helyettesítsük az erőt a *mechanikai feszültség* és a *felület* szorzatával  $f = TA$ , osszuk az egyenletet  $A \Delta x$ -el és végezzük el a  $\Delta \rightarrow 0$  határátmenetet.

$$\frac{\partial T(x)}{\partial x} = \rho \frac{\partial^2 \xi(x)}{\partial t^2}$$

A mozgás közben a rúddarab végei nem pont azonos mértékben mozdulnak el, azaz megnyúlik. Hook-törvény értelmében a *relatív megnyúlás* arányos a mechanikai feszültséggel, az arányossági tényező pedig a *rugalmassági modulus*.

$$T(x) = E \frac{\xi(x + \Delta x) - \xi(x)}{\Delta x} = E \frac{\partial \xi(x)}{\partial x}$$

Ha az előző egyenletet  $x$  szerint deriválom, majd az utóbbiból a  $T$  deriváltját behelyettesítem, akkor a következő hullámegyenletet kapjuk:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{\rho}{E} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{1}{c_l^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \quad \text{ahol a hosszanti terjedési sebesség } c_l = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

A hullámegyenlet alakilag azonos a húréval, ezért hasonló lesz a megoldása is.

$$\xi(x, t) = \xi_h \in^{j(\omega t - kx)} + \xi_r \in^{j(\omega t + kx)} = \in^{j\omega t} (\xi_h \in^{-jkx} + \xi_r \in^{jkx})$$

A peremfeltételekből az ismeretlenek meghatározhatóak. Mivel az időfüggvény ismert a továbbiakban csak a helyfüggő részt kell vizsgálnunk. A peremfeltételek szerint a mechanikai feszültség mindkét végponton zérus. Tehát

$$T(x=0) = E(-jk \xi_h \in^{-jkx} + jk \xi_r \in^{jkx})_{x=0} = T_h + T_r = 0 \quad \text{innen } T_h = -T_r \quad \text{és } \xi_h = \xi_r = \hat{\xi}$$

Felhasználva azt a tényt, hogy a másik végponton is zérus a mechanikai feszültség, valamint az előző eredményt, azaz az amplitúdók relációját:

$$T(x=l) = T_h (\in^{-jkl} - \in^{jkl}) = -2jT_h \sin(kl) = 0$$

amiből következik, hogy  $kl = n\pi$  és  $n=1, 2, 3, \dots$ . Ez csak úgy lehetséges, hogy  $n$  különböző értékei esetén kötött értékű rezgési frekvencia alakul ki.

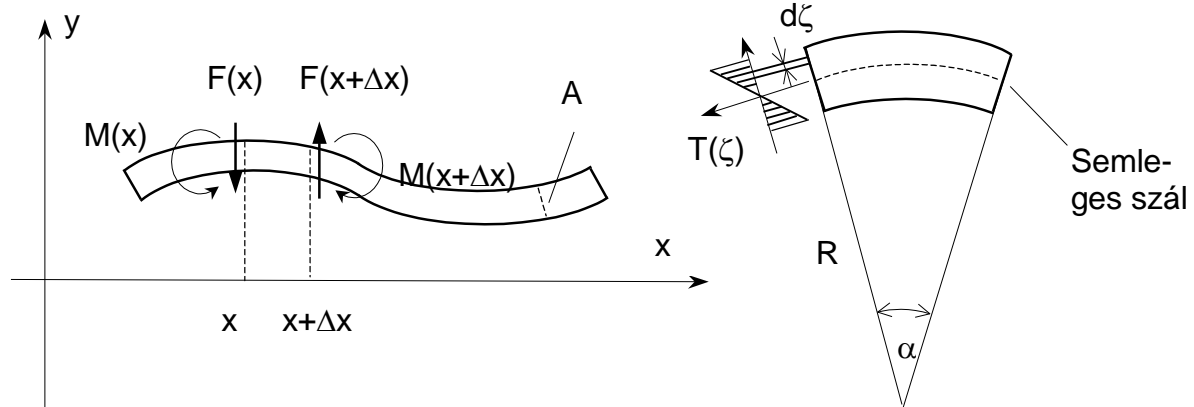
$$f_n = \frac{n\pi c_l}{l2\pi} = \frac{nc_l}{2l} = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

A kitérés egyenlete a  $\xi_h = \xi_r = \hat{\xi}$  helyettesítésével írható fel. A megoldás:

$$\xi(x, t) = \epsilon^{j\omega t} (\xi_h \in^{-jkx} + \xi_r \in^{jkx}) = \epsilon^{j\omega t} 2\bar{\xi} \cos(kx)$$

A kitérés nullahelye a rúd közepén lesz, vagyis ez a pont nem fog rezegni.

Valamivel bonyolultabb feladat a rúd hajlításának leírása, mivel a hajlítónyomatékok is számításba kell venni. Tekintsük az alábbi ábrán lévő rúd  $x$  és  $x+\Delta x$  közötti darabját.



A rúddarab tömegét a nyírőerők különbsége fogja mozgatni:  $F(x + \Delta x) - F(x) = A\Delta x \rho \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$ .

Osztás és határátmenet után

$$\frac{\partial F}{\partial x} = A\rho \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \text{-t kapjuk.}$$

A rúddarab nem fordul el, mivel a nyomatékok egyensúlyban vannak. Az  $x+\Delta x$  helyen a nyomatéki egyensúly:  $M(x + \Delta x) - M(x) = F(x)\Delta x$ . Ebből következik, hogy a nyírőerő a nyomaték deriváltja:

$$F(x) = \frac{\partial M(x)}{\partial x}, \text{ amit felhasználva } \frac{\partial F}{\partial x} = \frac{\partial^2 M(x)}{\partial x^2} = A\rho \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Hajlításkor a rúddarab görbülete  $R$  sugarú. A *semleges szál* hossza megmarad. Tőle kívül eső részek megnyúlnak, a beljebb lévők pedig megrövidülnek. A mechanikai feszültség is ennek megfelelően alakul, kívül húzó-, míg beljebb nyomófeszültség alakul ki. A felületen keletkező hajlítónyomaték az elemi nyomatékok integrálásával állapítható meg. A semleges száltól mért  $\zeta$  távolságban az elemi nyomaték  $dM = \zeta T(\zeta) dA$ . A mechanikai feszültség Hook-törvény alapján arányos a relatív megnyúlással ill. a rövidüléssel. Jelen esetben a megváltozott hossz  $\alpha(R + \zeta)$  és az eredeti hossz  $\alpha R$  segítségével a következőképpen írható:

$$T(\zeta) = E \frac{\alpha[(R + \zeta) - R]}{\alpha R} = E \frac{\zeta}{R} \text{ ami behelyettesítve } M = \int_A \zeta E \frac{\zeta}{R} dA = \frac{E}{R} \int_A \zeta^2 dA = \frac{E}{R} I$$

Az integrálandó részt ( $I$ ) nevezzük a *felület másodrendű nyomatékának*, és ez csak a keresztmetszet alakjától függ. A *görbületi sugár* reciproka jó közelítéssel a kitérés  $x$  szerinti második deriváltjával helyettesíthető:

$$M = -E \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} I$$

Innen a nyomatékokat írjuk be a gyorsulás egyenletébe, s így megkapjuk a mozgásegyenletet

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = -\frac{A\rho}{IE} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\frac{A}{I} \frac{1}{c_l^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \text{ ahol a hosszanti terjedési sebesség: } c_l = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Tételezzük fel ismét a periodikus időfüggést  $y = \hat{y} \in^{j\omega t}$ . Behelyettesítés után negyedrendű differenciálegyenletet kapunk  $\frac{\partial^4 y(x)}{\partial x^4} = \frac{A \omega^2}{I c_l^2} y(x)$ . Az  $x$  változó szerinti megoldást

$\in^{\gamma x}$  alakban keressük. Ennek eredménye  $\gamma^4 = \frac{A \omega^2}{I c_l^2} = k^4$ , ahol a hullámszám  $k = \sqrt[4]{\frac{A}{I} \frac{\omega}{c_l}}$ . A

négy megoldás tehát  $\gamma_{12} = \pm k$ ,  $\gamma_{34} = \pm jk$ . A teljes függvény:

$$y(x, t) = (A \operatorname{ch} kx + B \operatorname{sh} kx + C \cos kx + D \sin kx) \in^{j\omega t}$$

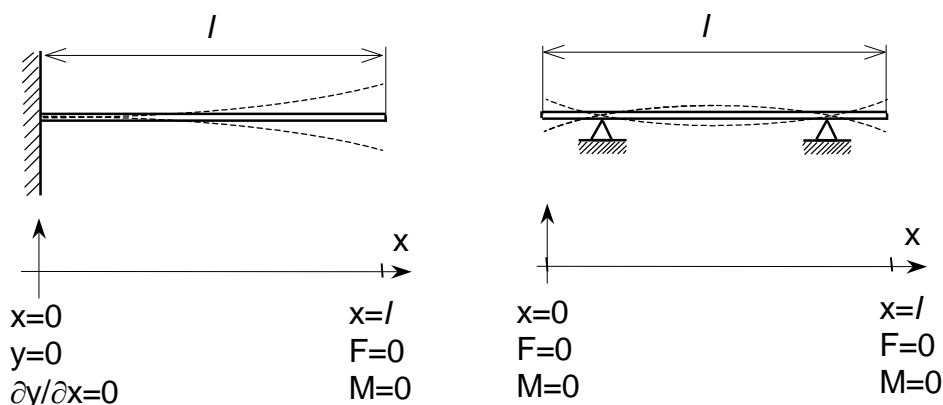
A későbbiekben szükségünk lesz a kitérésfüggvény deriváltjaira is. (A továbbiakban elegendő a helyfüggést taglalni.)

$$\frac{\partial y(x)}{\partial x} \approx (A \operatorname{sh} kx + B \operatorname{ch} kx - C \sin kx + D \cos kx)$$

$$\frac{\partial^2 y(x)}{\partial x^2} \approx (A \operatorname{ch} kx + B \operatorname{sh} kx - C \cos kx - D \sin kx)$$

$$\frac{\partial^3 y(x)}{\partial x^3} \approx (A \operatorname{sh} kx + B \operatorname{ch} kx + C \sin kx - D \cos kx)$$

Vizsgáljuk meg az egyik végén befogott rudat. Ilyen szerkezetűek pl. a klarinét vagy szakszofon nyelvsípjai, a harmonika rezgőnyelve stb.



Az origóban ( $x=0$ ) a kitérés és a derivált zérus, amelyekből következik, hogy

$$A + C = 0 \text{ és } B + D = 0.$$

Másképpen szólva az együtthatók páronként  $-1$  szeresek. Az  $x=l$  helyen a második és harmadik deriváltak egyenlők zérussal. Írjuk fel az összefüggéseket ezen a helyen is, felhasználva az amplitúdók előbb megállapított arányait.

$$(A(\operatorname{ch} kl + \cos kl) + B(\operatorname{sh} kl + \sin kl)) = 0$$

$$(A(\operatorname{sh} kl - \sin kl) + B(\operatorname{ch} kl + \cos kl)) = 0$$

A két egyenlet homogén egyenletrendszer alkot, aminek csak akkor van megoldása, ha a determinánsa zérus:

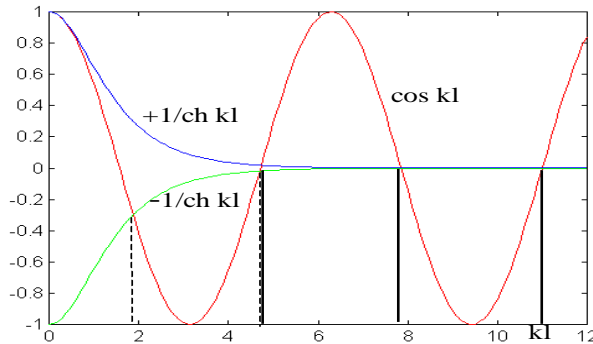
$(\operatorname{ch} kl + \cos kl)^2 - (\operatorname{sh} kl + \sin kl)(\operatorname{sh} kl - \sin kl) = 0$ . Ennek átrendezett alakja a következő transzcendens egyenlet:

$$\cos kl = \frac{-1}{\operatorname{ch} kl}$$

Az egyenlet megoldható grafikus úton, amint azt a következő ábrán láthatjuk.

A gyökhelyek ismeretében a rezgési frekvencia a következőképpen fejezhető ki:

$$\frac{A}{I} \frac{\omega_n^2}{c_l^2} l^4 = (kl)_n^4 \text{ amiből } f_n = \frac{(kl)_n^2}{2\pi l^2} c_l \sqrt{\frac{I}{A}}$$



$$(kl)_n = 1.87, 4.69, 7.84, 11 \dots$$

$$(kl)_m = 4.71, 7.84, 11, \dots$$

A másik fontos eset a xilofon rezgő rudacskaí, amelyek két pontban vannak alátámasztva. Az  $x=0$  helyen a második és harmadik deriváltak egyenlőek zérussal, amelyekből következik, hogy

$$A-C=0 \text{ és } B-D=0.$$

Másképpen szólva az együtthatók páronként egyenlőek. Az  $x=l$  helyen a második és harmadik deriváltak egyenlőek zérussal. Írjuk fel az összefüggéseket ezen a helyen is, felhasználva az amplitúdók előbb megállapított egyenlőségét.

$$(A(\operatorname{ch} kl - \cos kl) + B(\operatorname{sh} kl - \sin kl)) = 0$$

$$(A(\operatorname{sh} kl + \sin kl) + B(\operatorname{ch} kl - \cos kl)) = 0$$

Ezen homogén egyenletrendszer determinánása akkor zérus, ha

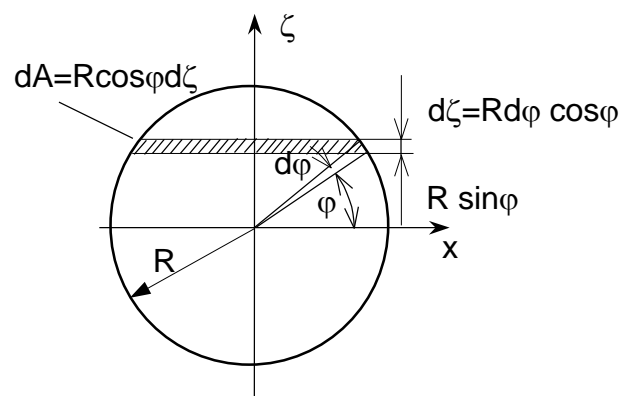
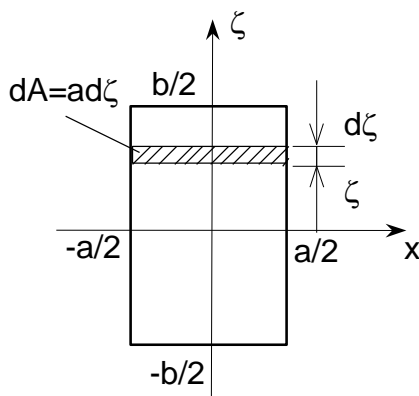
$$\cos kl = \frac{1}{\operatorname{ch} kl}$$

Az egyenlet gyökeit az előző diagramban úgy találhatjuk meg, hogy a  $+1/\operatorname{ch} kl$ -el való metszéspontokat keressük meg. A frekvenciát pedig a gyökhelyek ismeretében

$$f_m = \frac{(kl)_m^2}{2\pi l^2} c_l \sqrt{\frac{I}{A}}$$

A gyökhelyek ábrájából kiderül, hogy a magasabb módusok rezgési frekvenciái gyakorlatilag egyformák mindkét esetben, ezenkívül a befogott rúdnak lényegesen alacsonyabb az alaphangja.

Számítsuk ki néhány gyakran használt rúdkeresztmetszet felületi nyomatékát.



Az  $ab$  keresztmetszetű téglalap esetében a felület másodrendű nyomatéka:

$$I = \int_A \zeta^2 dA = a \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \zeta^2 d\zeta = \frac{ab^3}{12}$$

Az  $R$  sugarú keresztmetszeten a felület másodrendű nyomatéka:

$$I = \int_A \zeta^2 dA = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (R \sin \varphi)^2 2R \cos \varphi R \cos \varphi d\varphi = 4R^4 \int_0^{\pi/2} \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi d\varphi$$

A trigonometrikus négyzetfüggvények kétszeres szögfüggvénné való átalakítás után:

$$I = 4R^4 \int_0^{\pi/2} \frac{1 - \cos 2\varphi}{4} \frac{1 + \cos 2\varphi}{4} d\varphi = 4R^4 \int_0^{\pi/2} \frac{1 - \cos^2 2\varphi}{4} d\varphi = 4R^4 \int_0^{\pi/2} \frac{1 - \cos 4\varphi}{4} d\varphi = \frac{R^4}{4} \pi$$

Ha a keresztmetszet  $R$  külső és  $r$  belső átmérőjű cső, akkor az eredmény a két felületi nyomaték különbsége, azaz:

$$I = \frac{R^4 - r^4}{4} \pi$$

Az összefüggésből kiderül, hogy a felületi nyomaték cső esetén alig kisebb, mint a tömör rúdé. Ez azt jelenti, hogy minden olyan esetben, amikor fontos az összsúly csökkentése, akkor csövet érdemes használni.

Irodalom:

dr. Barát Zoltán: Műszaki akusztika előadások

BME Villamosmérnöki Kar

Valkó Iván Péter: Az elektroakusztika alapjai

Akadémiai Kiadó, Budapest 1963.

Neville H. Fletcher, Thomas D. Rossing: The Physics of Musical Instruments

Springer-Verlag New York 1998.

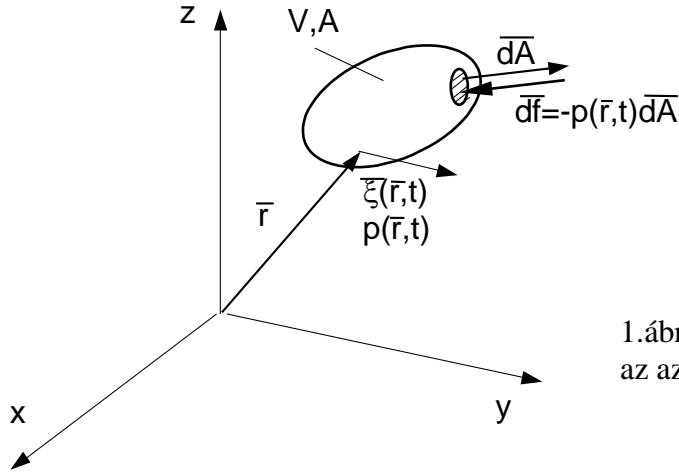
Philip M. Morse, K. Uno Ingard: Theoretical Acoustics

Mc Graw-Hill Book Company, New York 1968.

## 2. HANGTÉR, HULLÁMEGYENLET ÉS EGYSZERŰ MEGOLDÁSAI

### 2.1. Hullámegyenlet előállítás

Tekintsünk az  $xyz$  koordináta rendszerben egy  $\vec{r}$ -el jelölt pontot. Itt a hangnyomás ( $p$ ) és a részecskekitérés ( $\xi$ ) jellemzi a hangteret. Ezek a mennyiségek térben és időben változnak.



1. ábra. Az  $xyz$  koordináta-rendszer egy pontja és az azt körülölvendő levegővel töltött  $V$  térfogat

A  $V$  térfogatban lévő levegőmennyiség tömegét a felületre ható erők eredője fogja gyorsítani.

$$\int_V \rho \frac{\partial^2 \xi(\vec{r}, t)}{\partial t^2} dV = \int_A \vec{df} = - \int_A p(\vec{r}, t) \vec{dA}$$

ahol  $\rho$  a levegő sűrűsége. A negatív előjel azért szükséges, mivel felületre ható erő befelé irányul, ugyanakkor a felületelem vektora ( $\vec{dA}$ ) kifelé mutat. Minden differenciálható skalártérre érvényes Gauss-tétel szerint:

$$\int_A p(\vec{r}, t) \vec{dA} = \int_V \overline{\text{grad}} p(\vec{r}, t) dV$$

Ennek felhasználásával írhatjuk, hogy

$$-\overline{\text{grad}} p(\vec{r}, t) = \rho \frac{\partial^2 \xi(\vec{r}, t)}{\partial t^2} \text{ ez az I. alapegyenlet.}$$

A hangnyomást a légköri nyomásra szuperponált nyomásváltozásnak tekintjük, tehát érvényes

$$P(\vec{r}, t) = P_0 + p(\vec{r}, t) = P_0 + \Delta p$$

Az adiabatikus gáztörvényből (2. ábra)  $-PV^\kappa = \text{állandó}$  - kifejezhetjük a nyomásváltozást:

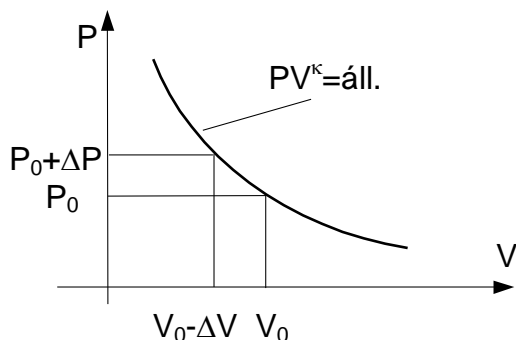
$$\Delta p = p(\vec{r}, t) \cong \frac{\partial P}{\partial V} \Delta V = -\kappa \frac{P}{V} \Delta V$$

A felület elemi darabjainak elmozdulásainak eredőjeként a térfogatváltozás kiszámítható

$$\Delta V = \int_A \xi(\vec{r}, t) \vec{dA}$$

Ezt behelyettesítve, és  $V \rightarrow 0$  határátmenetet elvégezve kapjuk:

$$p(\vec{r}, t) \cong -\kappa \frac{P}{V} \int_A \xi(\vec{r}, t) \vec{dA} = -\kappa P \text{div} \xi(\vec{r}, t) \quad \text{II. alapegyenletet.}$$



2. ábra. A térfogat és a nyomásváltozás kapcsolata az adiabatikus görbén

A két egyenlet két ismeretlent, a nyomás- és kitérésfüggvényeket tartalmazza. A hullámeqyenletet úgy kapjuk, hogy az egyik függvényt helyettesítjük a másikkal. Célszerűen a skalár nyomásfüggvényt fogjuk megtartani. Ennek érdekében képezzük az I. alapegyenlet  $div$  -jét, majd a  $div \bar{\xi}$  -t a II. alapegyenletből fejezzük ki és helyettesítsük be a módosított I.-be.

$$div \overline{grad} p(\bar{r}, t) = \frac{\rho}{\kappa P} \frac{\partial^2 p(\bar{r}, t)}{\partial t^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p(\bar{r}, t)}{\partial t^2} \text{ ahol } c = \sqrt{\frac{\kappa P}{\rho}} \text{ a hangsebesség.}$$

Az egyenlet baloldalán kijelölt műveletet a Laplace-operátorral rövidíthetjük.

$$\Delta p(\bar{r}, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p(\bar{r}, t)}{\partial t^2}$$

Számítsuk ki a terjedési sebességet. Az összefüggésben szereplő légköri nyomás és közegsűrűség a nyugalmi értékeivel helyettesíthető:

$$P_0 \cong 10^5 \text{ Pa}, \rho_0 = 1.2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \text{ és } \kappa = 1.4 \text{ Ezekkel az adatokkal } c = \sqrt{\frac{1.4 \cdot 10^5}{1.2}} \cong 340 \text{ m/sec}$$

Ezek után a kapott hullámeqyenletet oldjuk meg néhány közismert esetre.

## 2.2. Síkhullám

Ebben az esetben a hullámok csak egy irányban terjednek, az  $y$  és  $z$  koordináták irányában nincs változás, azaz:  $\partial p / \partial y = \partial p / \partial z = 0$ . Ennek megfelelően a Descartes-koordinátarendszerben felírt hullámeqyenlet a következő alakra egyszerűsödik:

$$\frac{\partial^2 p(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p(x, t)}{\partial t^2}$$

A megoldást hely és időfüggvények szorzata alakjában keressük, ahol az időfüggés a jól ismert periodikus alak

$$p(x, t) = p(x) e^{j\omega t}$$

Ennek behelyettesítése, majd az exponenciális időfüggvénnyel való egyszerűsítés után:

$$\frac{\partial^2 p(x)}{\partial x^2} = -\frac{\omega^2}{c^2} p(x) = -k^2 p(x) \text{ ahol } k = \frac{\omega}{c} \text{ a hullámszám.}$$

A helyfüggés is exponenciális alakban keresendő:  $p(x) = \hat{p} e^{\alpha x}$

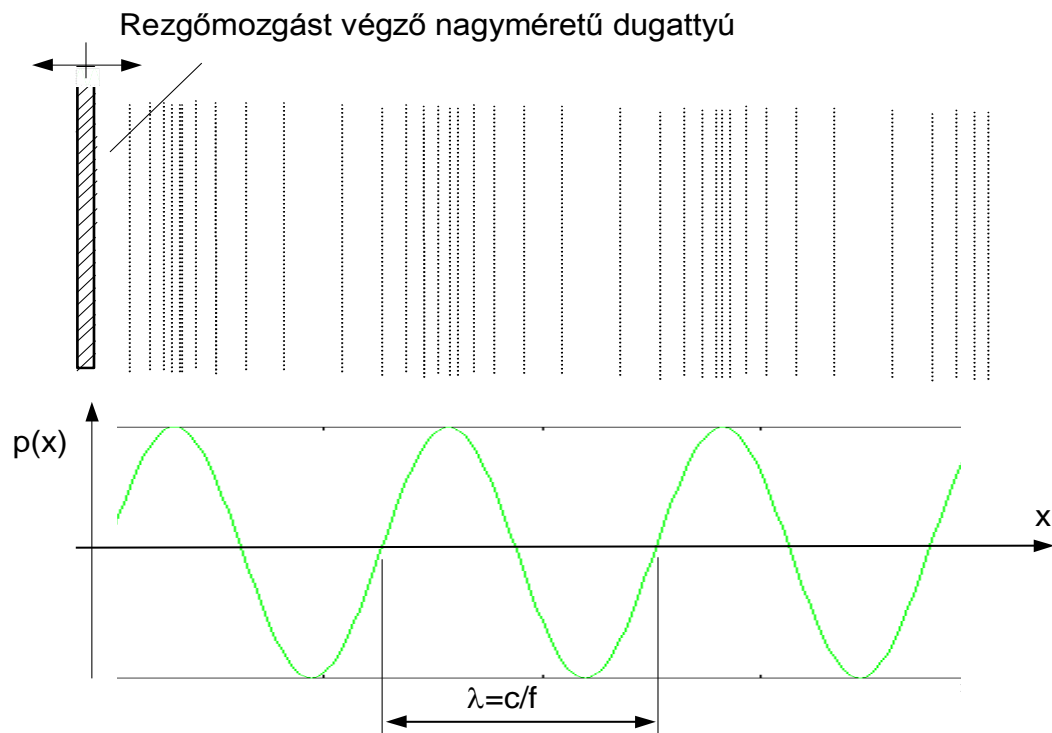
Ennek felhasználásával a karakterisztikus egyenlet  $\alpha^2 = -k^2$ , azaz  $\alpha = \pm jk$

A megoldás a két hullámalak (a haladó és reflektált) összege:

$$p(x, t) = \hat{p}_h e^{j(\omega t - kx)} + \hat{p}_r e^{j(\omega t + kx)}$$

Jelenlegi esetben a hullám akadálytalanul terjed (nincs reflexió), ezért csak az egyenlet jobboldalának első tagját fogjuk figyelembe venni.





3. ábra. Az  $x$  irányban terjedő hanghullám sűrűsödéseket és ritkulásokat eredményez.

Állapítsuk meg a síkhullám specifikus impedanciáját, azaz a nyomás és a részecskesebesség arányát. A részecskesebesség az első alapegyenlet felhasználásával határozható meg. Vegyük figyelembe, hogy a gradiensképzés most csak  $x$  szerinti deriválást jelent, valamint azt, hogy a levegő-részecskék gyorsulása a sebesség deriváltjaként fejezhető ki.

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = j\omega v \rho_0 \quad \text{amiből} \quad v = -\frac{1}{j\omega\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{-jk}{-j\omega\rho_0} p = \frac{1}{\rho_0 c} p$$

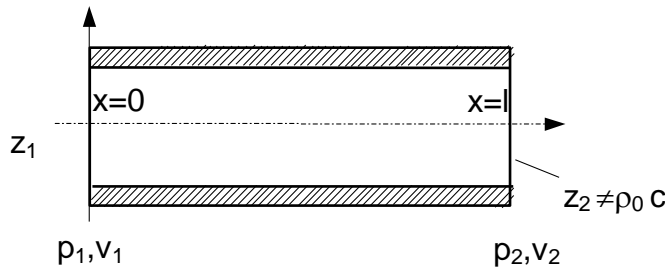
A specifikus impedancia tehát

$$z_{spec} = \frac{P}{v} = \rho_0 c = 408 \text{ Nsec/m}^3$$

### 2.3. Akusztikus tápvonal

A hullámhosszal összemérhető hosszúságú merevfallú csövet nevezük tápvonallnak. Az  $l$  hosszúságú cső (4. ábra) végére tegyük a  $\rho_0 c$  - től eltérő értékű lezáróimpedanciát. Emiatt a lezárásnál reflexió lép fel, vagyis a nyomásfüggvényben mindkét összetevőt (haladó és reflektált) figyelembe kell venni.

$$p(x, t) = \hat{p}_h \in^{j(\omega t - kx)} + \hat{p}_r \in^{j(\omega t + kx)}$$



4. ábra. Az akusztikus tápvonal

A specifikus impedancia most is a nyomás és a részecske sebesség hányadosaként számítható. A sebesség a nyomás  $x$  szerinti deriváltjából:

$$v = -\frac{1}{j\omega\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{-jk}{-j\omega\rho_0} (\hat{p}_h \in^{j(\omega t - kx)} - \hat{p}_r \in^{j(\omega t + kx)})$$

A specifikus impedancia helyfüggő lesz:

$$z_s(x) = \frac{p(x)}{v(x)} = \rho_0 c \frac{\hat{p}_h \in^{-jkx} + \hat{p}_r \in^{jkx}}{\hat{p}_h \in^{-jkx} - \hat{p}_r \in^{jkx}} = \rho_0 c \frac{1+r \in^{j2kx}}{1-r \in^{j2kx}}$$

ahol  $r$  a komplex amplitúdók aránya:  $r = \hat{p}_r / \hat{p}_h$ . Az  $x=l$  helyen az impedancia a lezárással lesz egyenlő, amiből az amplitúdó arány kifejezhető:

$$z_s(l) = z_2 = \rho_0 c \frac{1+r \in^{j2kl}}{1-r \in^{j2kl}}, \text{ tehát } r = \in^{-j2kl} \frac{z_2 - \rho_0 c}{z_2 + \rho_0 c}$$

Ezt használjuk fel az eredeti impedancia kifejezésében az  $x=0$  helyen.

$$z_s(0) = \rho_0 c \frac{1+r}{1-r} = \rho_0 c \frac{1 + \in^{-j2kl} \frac{z_2 - \rho_0 c}{z_2 + \rho_0 c}}{1 - \in^{-j2kl} \frac{z_2 - \rho_0 c}{z_2 + \rho_0 c}} = \rho_0 c \frac{(z_2 + \rho_0 c) \in^{jkl} + (z_2 - \rho_0 c) \in^{-jkl}}{(z_2 + \rho_0 c) \in^{jkl} - (z_2 - \rho_0 c) \in^{-jkl}}$$

Az Euler-formula felhasználásával az exponenciális függvény trigonometrikussá alakítható, a megmaradó tagok:

$$z_1 = \rho_0 c \frac{z_2 \cos kl + j\rho_0 c \sin kl}{jz_2 \sin kl + \rho_0 c \cos kl} = \rho_0 c \frac{z_2 + j\rho_0 c \operatorname{tg} kl}{\rho_0 c + jz_2 \operatorname{tg} kl}$$

A  $\lambda/2$  és  $\lambda/4$  hosszúságú tápvonalak jellegzetesen viselkednek. Helyettesítsük be az argumentumba  $l = \lambda/2$ -t. Ekkor  $kl = \pi$ , a tangens függvény zérus, vagyis a bemenő impedancia:

$$z_1 = \rho_0 c \frac{z_2 + j\rho_0 c \operatorname{tg} \pi}{\rho_0 c + jz_2 \operatorname{tg} \pi} = \rho_0 c \frac{z_2 + 0}{\rho_0 c + 0} = \frac{\rho_0 c z_2}{\rho_0 c} = z_2$$

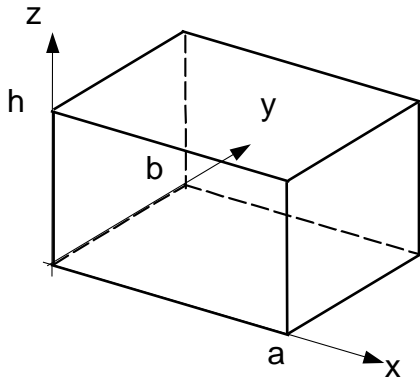
megegyezik a lezárással. Az  $l = \lambda/4$  esetben a tangens függvény végtelenné válik. Az eredmény akkor válik számíthatóvá, ha a  $\operatorname{tg} kl$ -el osztunk, azaz  $\operatorname{ctg}$  függvényt alkalmazunk. :

$$z_1 = \rho_0 c \frac{z_2 \operatorname{ctg} \pi + j\rho_0 c}{\rho_0 c \operatorname{ctg} \pi + jz_2} = \rho_0 c \frac{0 + j\rho_0 c}{0 + jz_2} = \frac{(\rho_0 c)^2}{z_2} \text{ azaz } z_1 z_2 = (\rho_0 c)^2$$

Ilyen tápvonaldarabbal illesztést lehet megvalósítani két, eltérő impedanciájú tápvonal között. Az illesztő darab hullámimpedanciája a két illesztendő tápvonal impedanciáinak mértani közepe.

## 2.4. Teremrezonanciák

Az  $abc$  élhosszúságú, merevfalú teremben csak meghatározott frekvenciájú sajátrezgések alakulhatnak ki.



5. ábra. Az  $abh$  élhosszúságú terem

A Descartes-koordináta rendszerben felírt hullámegyenlet mindhárom helyfüggő tagját figyelembe kell venni.

$$\frac{\partial^2 p(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p(x, y, z, t)}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p(x, y, z, t)}{\partial t^2}$$

A megoldást ismét szorzat alakban keressük.  $p(x, y, z, t) = X(x)Y(y)Z(z)\mathfrak{E}^{j\omega t}$  Ezt behelyettesítve, a deriválásokat elvégezve, majd az egész egyenletet  $p(x, y, z, t)$ -el osztva kapjuk:

$$\frac{1}{X} \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + \frac{1}{Y} \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} + \frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = -\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 = -k^2 = -(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)$$

Ha különválasztjuk az  $x$ ,  $y$  és  $z$ -től függő részeket három önálló differenciálegyenletet kapunk:

$$\frac{\partial^2 X}{\partial x^2} = -k_x^2 X \quad \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} = -k_y^2 Y \quad \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = -k_z^2 Z$$

Oldjuk meg először az  $X(x)$  függvényt, majd a kapott eredményt formálisan használjuk fel a többi irányban is.

$X(x) = A e^{\alpha x}$  feltételezéssel a karakterisztikus egyenlet  $\alpha^2 = -k_x^2$ , vagyis  $\alpha = \pm jk_x$ .

Eszerint mindkét hullámot számításba kell vennünk:  $X(x) = A_h e^{-jk_x x} + A_r e^{jk_x x}$ .

A részecske sebesség arányos a nyomásfüggvény gradienseivel, jelen esetben az  $x$  szerinti deriválttal:

$$v_x(x) \approx \frac{dX}{dx} \approx A_h e^{-jk_x x} - A_r e^{jk_x x}$$

A merev falaknál a részecske sebesség zérus, amit vegyünk peremfeltételként figyelembe. Először tekintsük az  $x=0$  helyet.

$$v_x(x) \Big|_{x=0} \approx A_h - A_r = 0, \text{ vagyis } A_h = A_r = A$$

Felhasználva az együtthatók egyenlőségét a részecske sebesség a szemközti falon,  $x=a$  helyen:

$$v_x(x) \Big|_{x=a} \approx A(e^{-jk_x a} - e^{jk_x a}) = -2jA \sin k_x a = 0,$$

ami csak úgy lehetséges, ha  $k_x a = n_x \pi$ . Az  $x$  irányú módusszám  $n_x = 0, 1, 2, 3, \dots$

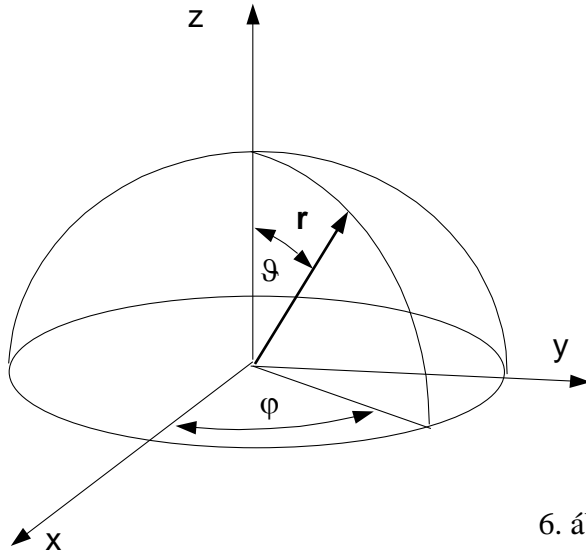
A  $v_y(y)$  sebességkomponens is szinuszosan változik és  $y=b$  helyen zérus, aminek a következménye, hogy  $k_y b = n_y \pi$ , s az  $y$  irányú módusszám  $n_y = 0, 1, 2, 3, \dots$  Természetes, hogy a harmadik irányban is ugyanezek érvényesek, azaz  $k_z h = n_z \pi$  és  $n_z = 0, 1, 2, 3, \dots$

Az egyes hullámszám összetevők négyzetösszege kiadja az eredetit.

$$k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} = \pi \sqrt{\frac{n_x^2}{a^2} + \frac{n_y^2}{b^2} + \frac{n_z^2}{h^2}}, \text{ amiből } f_{n_x n_y n_z} = \frac{c}{2} \sqrt{\frac{n_x^2}{a^2} + \frac{n_y^2}{b^2} + \frac{n_z^2}{h^2}}$$

## 2.5. Gömbhullámok

Gömbi koordináta-rendszerben az origótól mért távolságot ( $r$ ) és az  $x, z$  tengelyekkel bezárt szöveget ( $\vartheta, \varphi$ ) használjuk (lásd 6. ábra)



6. ábra. A gömbi koordináta-rendszer

A hullámeqyenlet az új változókkal a következő alakú lesz:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left( \sin \vartheta \frac{\partial p}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 p}{\partial \varphi^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$$

A megoldást a következő szorzat alakjában kereshetjük:  $p(r, \vartheta, \varphi, t) = R(r)P(\vartheta)\Phi(\varphi)e^{j\omega t}$ .

∈

Feladatképpen válasszunk egy egyszerű példát, nevezetesen a forgásszimmetrikus esetet,

amelyben a  $\varphi$  szerinti változás zérus.  $p(r, \vartheta, t) = R(r)P(\vartheta)e^{j\omega t}$

Ezt behelyettesítve, deriválva, majd  $p(r, \vartheta, t)$ -vel osztva és  $r^2$ -el szorozva szeparálható tagokra bonthatóvá válik az egyenlet:

$$\frac{1}{R(r)} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial R(r)}{\partial r} \right) + \frac{1}{P(\vartheta) \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left( \sin \vartheta \frac{\partial P(\vartheta)}{\partial \vartheta} \right) = -\frac{\omega^2}{c^2} r^2 = -k^2 r^2$$

Az  $n(n+1)$  szeparációs állandó megválasztásával az alábbi két egyenletet kapjuk:

$$\frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dR(r)}{dr} \right) + (k^2 r^2 - n(n+1))R(r) = 0 \quad \frac{1}{\sin \vartheta} \frac{d}{d\vartheta} \left( \sin \vartheta \frac{dP(\vartheta)}{d\vartheta} \right) + n(n+1)P(\vartheta) = 0$$

A második egyenlet megoldását az u.n. Legendre-függvények alkotják:

$$P_0(\vartheta) = 1, \quad P_1(\vartheta) = \cos \vartheta, \quad P_2(\vartheta) = \frac{1}{4}(3\cos 2\vartheta + 1), \quad \dots$$

Ezek a függvények írják le a gömbsugárzók iránykarakterisztikáit. A távolságtól való függést a gömbi Hankel-függvények adják meg. Ezek az első és másodfajú gömbi Bessel függvények komplex összege:  $h_n^{(1)}(kr) = j_n(kr) + jn_n(kr)$   $h_n^{(2)}(kr) = j_n(kr) - jn_n(kr)$

A <sup>(2)</sup> és <sup>(1)</sup> a haladó- ill. reflektált hullámokat jelöli.

$$j_0(kr) = \frac{\sin kr}{kr} \quad j_1(kr) = \frac{1}{kr} \left( \frac{\sin kr}{kr} - \cos kr \right)$$

$$n_0(kr) = -\frac{\cos kr}{kr} \quad n_1(kr) = \frac{1}{kr} \left( -\frac{\cos kr}{kr} - \sin kr \right)$$

Állítsuk elő a 0-adrendű megoldást. Ebben az esetben nincs  $\mathcal{G}$ -függés,  $P(\mathcal{G})=1$ .  
A hangnyomás a haladóhullámok felírásával:

$$p(r,t) = A \left( \frac{\sin kr + j \cos kr}{kr} \right) e^{j\omega t} = \frac{A}{j} \left( \frac{-\cos kr + j \sin kr}{kr} \right) e^{j\omega t} = C \frac{e^{j(\omega t - kr)}}{kr} \quad C = -\frac{A}{j}$$

A részecskesebesség a nyomás gradiensevel arányos:

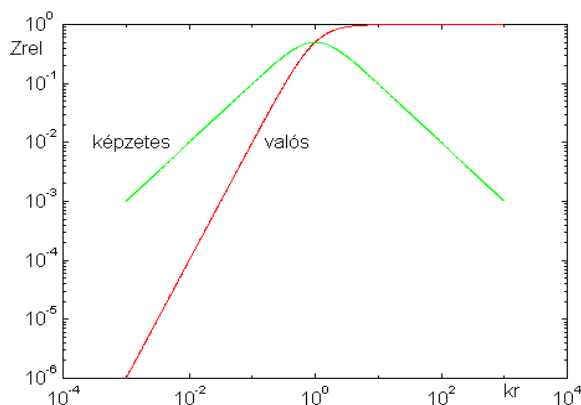
$$v = -\frac{1}{j\omega\rho_0} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{1}{-j\omega\rho_0} \frac{C}{kr} e^{j(\omega t - kr)} \left( -\frac{1}{r} - jk \right) = \frac{-jk}{-j\omega\rho_0} \frac{C}{kr} e^{j(\omega t - kr)} \left( \frac{1}{jkr} + 1 \right) = \frac{1}{\rho_0 c} \left( \frac{1}{jkr} + 1 \right) p(r,t)$$

A specifikus impedancia gömbhullámokban:

$$z_{spec} = \frac{p}{v} = \frac{1}{\frac{1}{\rho_0 c} \left( \frac{1}{jkr} + 1 \right)} = \rho_0 c \frac{jkr}{1 + jkr} = \rho_0 c \frac{(kr)^2 + jkr}{1 + (kr)^2}$$

Ennek az impedanciának a valós és a képzetes része is frekvenciafüggő. Szokás közelítő formulákat is megadni:

$$kr \ll 1 \text{ esetben } z_{spec} \cong \rho_0 c \left( (kr)^2 + jkr \right), \quad kr \gg 1 \text{ esetben } z_{spec} \cong \rho_0 c + j \frac{\rho_0 c}{kr}$$



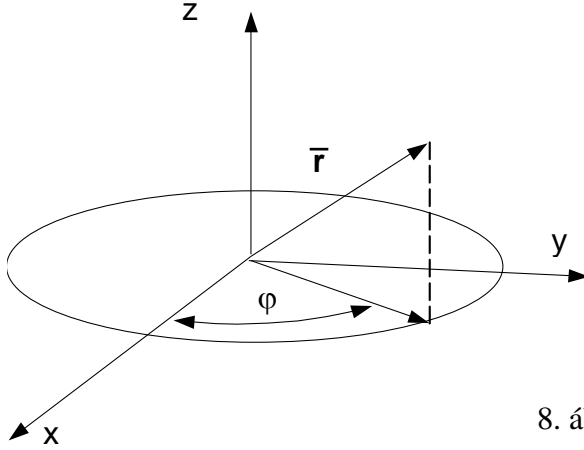
7. ábra A gömbhullámú térben a relatív specifikus impedancia változása  $kr$  függvényében

Befejezőképpen megemlítjük, hogy elméletileg bármely forgásszimmetrikus hangsugárzó tere előállítható a különböző rendű gömbi sugárzók súlyozott összegeként.

$$p(r, \mathcal{G}) = \sum_{i=0}^N A_i P_i(\mathcal{G}) h_i^{(2)}(kr)$$

## 2.6. Hengeres tér

Henger koordinátarendszerben az  $r$  sugarat, a  $z$  tengelyen mért távolságot, és az  $x$  tengelytől mért  $\varphi$  szöveget használjuk egy  $\bar{r}$  pont leírására (8. ábra).



8. ábra. A henger koordinátarendszer

A hullámegyenlet jelenlegi alakja:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$$

Az általános megoldást  $p(r, z, \varphi, t) = R(r)Z(z)\Phi(\varphi)e^{j\omega t}$  alakban írhatjuk fel. Vizsgáljunk meg egy egyszerűbb esetet, amikor nincs  $z$  függés.  $p(r, \varphi, t) = R(r)\Phi(\varphi)e^{j\omega t}$ . Az egyszerűsített megoldást behelyettesítve kapjuk:

$$\frac{r^2}{R} \left( \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial r} \right) + k^2 r^2 = -\frac{1}{\Phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2}$$

Ha a szeparációs állandó  $n^2$  akkor a  $\Phi$  függvény  $\cos(n\varphi)$  ill.  $\sin(n\varphi)$ -vel írható le. A sugártól való függés  $J_n(kr)$  és  $N_n(kr)$  kombinációjaként adható meg.

Az egyenletesen sugárzó henger ( $n=0$ ) haladóhullámot bocsájt ki, amelyet a 0-adrendű Hankel függvénnyel írunk le:

$$p(r, t) = A(J_0(kr) - jN_0(kr)) e^{j\omega t} \underset{kr \rightarrow \infty}{\cong} A \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} \cdot e^{j\left(\omega t - kr + \frac{\pi}{4}\right)}$$

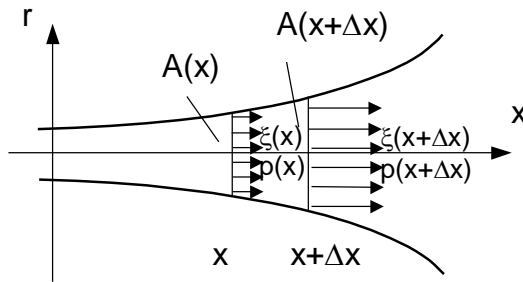
A tengelyére merőleges síkban rezgő  $a$  sugarú húr leírható az elsőrendű ( $n=1$ ) függvényekkel:

$$p(r, t) = A \cos \varphi (J_1(kr) - jN_1(kr)) e^{j\omega t} \underset{kr \rightarrow \infty}{\cong} A \cos \varphi \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} \cdot e^{j\left(\omega t - kr + \frac{3\pi}{4}\right)}$$

Mindezek nagy távolságban  $kr$  szerinti haladóhullámok  $\sqrt{r}$ -es csökkenő amplitúdóval

## 2.7. Exponenciális tölcser

Sok esetben a hangszerek és hangszórók egy táguló cső segítségével valósítják meg a



9. ábra Exponenciális tölcser

jó impedancia illesztést. A speciálisan felírt hullámegyenlet megoldásának segítségével vizsgálhatjuk meg a tölcser viselkedését.

A 8. ábra szerinti tölcser  $\Delta x$  hosszúságú darabkáját fogjuk vizsgálni. A kétoldalról ható erők különbsége gyorsítja a bezárt levegőtömeget (I. egyenlet).

$$\rho_0 A(x) \Delta x \frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2} = -A(x) \Delta x \frac{\partial p(x,t)}{\partial x} \quad \text{illetve} \quad \rho_0 \frac{\partial^2 [A(x) \xi(x,t)]}{\partial t^2} = -A(x) \frac{\partial p(x,t)}{\partial x}$$

Az adiabatikus egyenletből határozzuk meg a nyomás és a térfogatváltozás kapcsolatát (II. egyenlet):

$$\Delta P \cong p(x,t) = -\kappa P_0 \frac{\Delta V}{V} = -\kappa P_0 \frac{A(x+\Delta x) \xi(x+\Delta x) - A(x) \xi(x)}{A(x) \Delta x} \underset{\Delta x \rightarrow 0}{=} -\frac{\kappa P_0}{A(x)} \frac{\partial [A(x) \xi(x)]}{\partial x}$$

Az általános hullámegyenlet levezetéséhez hasonlóan az első egyenlet  $x$  szerinti deriváltját képezzük, és az így keletkezett  $A(x) \xi(x,t)$   $x$  szerinti deriváltját behelyettesítjük a második egyenletből.

$$\frac{\rho_0 A(x)}{\kappa P_0} \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ A(x) \frac{\partial p(x,t)}{\partial x} \right] = \frac{\partial A(x)}{\partial x} \frac{\partial p(x,t)}{\partial x} + A(x) \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2}$$

Írjuk be a hangsebességet, válasszunk exponenciálisan növekvő felületet -  $A(x) = A_0 e^{mx}$ , ahol  $m$  a tágulási tényező - és osszuk  $A(x)$ -el. Ily módon megkapjuk az exponenciális tölcser hullámegyenletét, ami annyiban különbözik a síkhullám egyenletétől, hogy az első deriváltat is tartalmazza.

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2} + m \frac{\partial p(x,t)}{\partial x}$$

Ennek megfelelően a megoldást is az ott megismert alakban keressük:  $p(x,t) = \hat{p} \cdot e^{\alpha x} \cdot e^{j\omega t}$ .

Behelyettesítés és egyszerűsítés után kapott egyenlet:

$$-k^2 = \alpha^2 + m\alpha, \quad \text{melynek megoldása} \quad \alpha_{1,2} = -\frac{m}{2} \mp jk \sqrt{1 - \left(\frac{m}{2k}\right)^2}$$

Az általános megoldás haladó és reflektált hullámokból tevődik össze, mindkét hullám amplitúdója helyfüggő lesz. A végtelen hosszú tölcser specifikus impedanciája kiszámításánál csak a haladóhullámot vesszük figyelembe:  $p(x,t) = \hat{p} \cdot e^{j(\omega t + \alpha_1 x)}$ . A sebesség ennek hely szerinti deriváltjával arányos

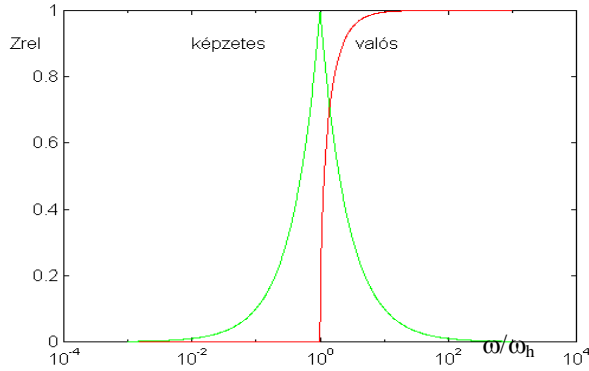
$$v(x,t) = -\frac{\alpha_1 p(x,t)}{j\omega \rho_0}$$

Ezek alapján az impedancia:



$$z_{spec} = \frac{j\omega\rho_0}{-\alpha_1} = \frac{j\omega\rho_0}{\frac{m}{2} + jk\sqrt{1 - \frac{m^2}{(2k)^2}}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{1 - (m/2k)^2}}{\rho_0 c} + \frac{m}{j\omega 2\rho_0}} = \frac{\rho_0 c}{\sqrt{1 - (\omega_h/\omega)^2}} \times j\omega \frac{2\rho_0}{m}$$

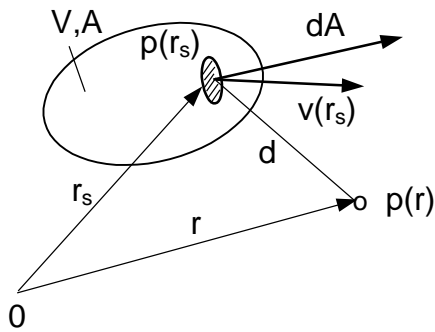
ahol a tölcser határfrekvenciája  $\omega_h = mc/2$ . Az impedancia két repluszosan kapcsolódó tagból áll, tartalmaz egy frekvenciafüggő ellenállást és egy tömeget. Az ellenállás frekvenciafüggése  $\omega \gg \omega_h$  tartományban elhanyagolható, a tömeg impedanciája is megnő, ezért  $z_{spec} \cong \rho_0 c$ .



10. ábra Exponenciális tölcser relatív specifikus impedanciája

## 2.8. Helmholtz felületi integrál

Az előzőekben ismertetett megoldások nem minden esetben alkalmasak valódi sugárzó terének meghatározására. A peremfeltételeket is magábafoglaló formulát az u.n.



11. ábra A  $V$  térfogatú sugárzó hangterét a  $v(r_s)$  sebességeloszlás és a  $p(r_s)$  felületi nyomáeloszlás alapján lehet meghatározni.

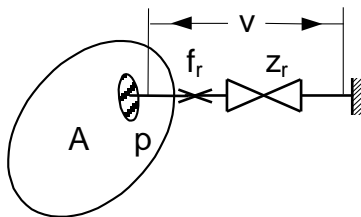
Helmholtz-féle felületi integrállal adhatjuk meg. Az integrálegyenlet numerikus kiszámításra ad lehetőséget.

A külső pontbeli hangnyomás:

$$p(r) = \frac{1}{4\pi} \int_A p(r_s) \frac{\partial}{\partial n} \left[ \frac{e^{-jkd}}{d} \right] dA + \frac{j\omega\rho_0}{4\pi} \int_A \vec{v}(\vec{r}_s) \cdot \frac{e^{-jkd}}{d} \vec{n} dA$$

## 2.9. Sugárzási impedancia

A hangsugárzó mozgó felületén megjelenő hangnyomás terhelését jelenti, mechanikai



12. ábra Sugárzási impedancia értelmezése

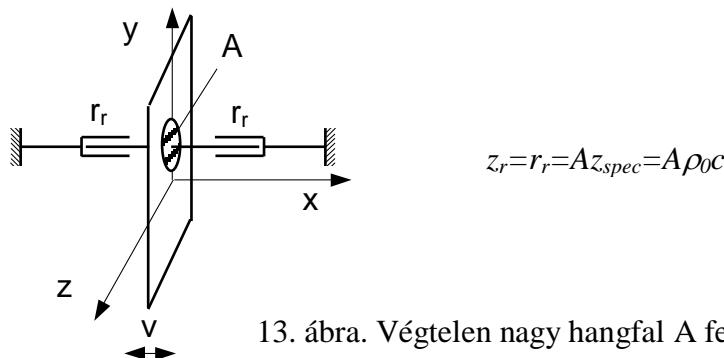
impedanciaként szoktuk számításba venni.

A  $v$  normális sebességgel mozgó  $A$  felületdarabon fellépő  $p$  hangnyomásból származik az az erő, amit a sugárzási impedanciának tulajdonítunk. Ismert hangterek esetén a specifikus impedanciát is kiszámíthatjuk a sugárzási impedancia értékét.

$$z_r = \frac{f_r}{v} = \frac{pA}{v} = A z_{spec}$$

### Síkhullám sugárzási impedanciája

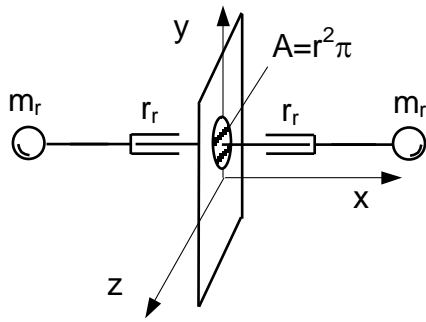
A hullámhosszhoz képest igen nagyméretű,  $v$  sebességgel (az ábrán  $x$  irányban) rezgő hangfal  $A$  felületdarabját mindkét oldalon terhelő impedancia csak ellenállást tartalmaz.



13. ábra. Végtelen nagy hangfal  $A$  felületdarabját terhelő ellenállás

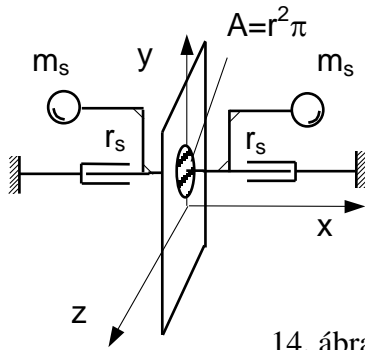
### Síkdugattyú végtelen nagy hangfalban

A végtelen nagy merev hangfalba helyezett  $r$  sugarú,  $A$  felületű merev síkdugattyú (piszton) mindkét oldalát terhelő sugárzási impedancia komplex. Kisfrekvencián, amikor a dugattyúsugar és a hullámszám szorzata kisebb mint egy ( $kr < 1$ ), az impedancia megadható azonos erővel egymáshoz kapcsolódó frekvencia független ellenállással és tömeggel ( $r_r, m_r$ ). Természetesen ezen elemek átszámíthatóak közös sebesség elemekké is ( $r_s, m_s$ ), de ekkor az ellenállás négyzetesen frekvenciafüggő lesz. Nagyfrekvencián ( $kr > 1$ ) a terhelés jó közelítéssel tiszta ellenállás.



Ha  $kr > 1$ , akkor mindkét oldalon valós ellenállás  
 $z_r \cong A \rho_0 c \quad A = r^2 \pi$

Ha  $kr < 1$ , akkor mindkét oldalon  
 $z_r = r_r x j \omega m_r \quad r_r = 1.44 * A \rho_0 c$  és  $m_r = 0.85 * A r \rho_0$

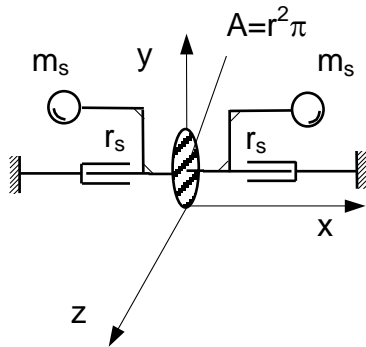


Ha  $kr < 1$ , akkor közelíthető a terhelés azonos sebességű elemekkel is:  
 $z_r = r_s + j \omega m_s \quad r_s = 0.5 * A \rho_0 c (kr)^2$  és  $m_s = 0.85 * A r \rho_0$

14. ábra. Végtelen nagy hangfalban  $v$  sebességgel mozgó  $A$  felületű és  $r$  sugarú síkdugattyút terhelő impedancia

### Síkdugattyú szabadon

Hangfal nélküli síkdugattyú sugárzási viszonyai az akusztikai rövidzár miatt rosszak, ami főként abban nyilvánul meg, hogy a sugárzási ellenállás együtthatója jóval kisebb és a frekvenciafüggés negyedfokú! Nagyfrekvencián a terhelés tisztán ellenállásnak tekinthető.



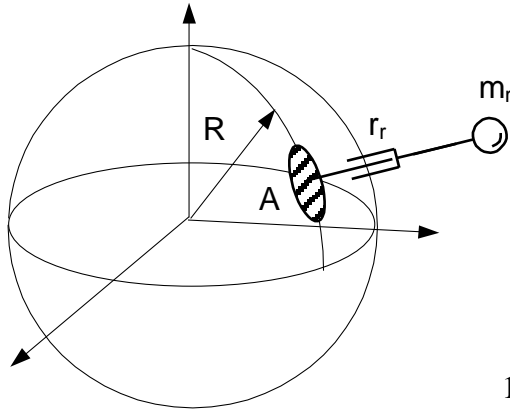
Ha  $kr < 1$ , akkor a terhelés azonos sebességű elemekkel:  
 $z_r = r_s + j \omega m_s \quad r_s = 0.03 * A \rho_0 c (kr)^4$  és  $m_s = 0.85/2 * A r \rho_0$

Ha  $kr > 1$ , akkor mindkét oldalon valós ellenállás jelenik meg:  $z_r \cong A \rho_0 c$

15. ábra. Hangfal nélkül  $v$  sebességgel mozgó  $A$  felületű és  $r$  sugarú síkdugattyút terhelő impedancia

### Lélegző gömb felületi terhelése

Az un. lélegző gömb (5. ábra) pontszimmetrikus, vagyis 0-drendű teret állít elő, melyben a specifikus impedancia ismert. Ennek a felülettel beszorzott értéke a sugárzási impedancia.  $z_r = A z_{spec} = A \rho_0 c (1 x j k R)$



Teljes frekvenciatartományban  
 $z_r = r_r + j\omega m_r$      $r_r = A\rho_0 c$  és  $m_r = AR\rho_0$

Ha  $kR < 1$ , akkor közelíthető a terhelés azonos sebességű elemekkel:

$$z_r \cong r_s + j\omega m_s \quad r_s = A\rho_0 c (kR)^2 \text{ és } m_s = AR\rho_0$$

Ha  $kR > 1$ , akkor  $z_r \cong A\rho_0 c$

16. ábra. A lélegző gömb A felületdarabját terhelő impedancia

A frekvencia független ellenállás és tömeg azonos erővel kapcsolódnak. Az így felírt impedancia a teljes frekvenciasávban érvényes.

Kisfrekvenciáson ( $kR < 1$ ) két azonos sebességű elemmel jól közelíthetjük az eredő impedanciát. Az egyik a frekvenciafüggő ellenállás, a másik pedig a frekvencia független tömeg.

Nagyfrekvenciákon ( $kR > 1$ ) a terhelés tisztán ellenállással közelíthető. (Az  $R$  a gömb sugara és nem az  $A$  felületé!)

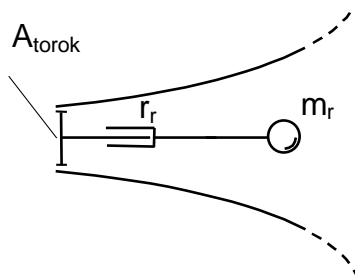
### Exponenciális tölcser

A tölcser torokimpedanciája (17. ábra) a specifikus impedancia alapján számítható

$$z_r = A_{\text{torok}} z_{\text{spec}} = r_r + j\omega m_r \quad \text{ahol} \quad r_r = \frac{A_{\text{torok}} \rho_0 c}{\sqrt{1 - (\omega_h / \omega)^2}} \quad \text{és} \quad m_r = A_{\text{torok}} \frac{2\rho_0}{m}$$

A határfrekvencia közelében azonos erővel kapcsolódó ellenállás és tömeg jelentkezik. Ezek közül az ellenállás frekvenciafüggő. Jóval nagyobb frekvencián a terhelés jó közelítéssel állandó értékű ellenállás.

Határfrekvencia alatt a torokimpedancia valós része megszűnik, nem használható sugárzásra, hangátvitelre.



Ha  $\omega \geq \omega_h$  akkor  $z_r = r_r + j\omega m_r$

Ha  $\omega \gg \omega_h$  akkor  $z_r \cong A_{\text{torok}} \rho_0 c$

17. ábra. Exponenciális tölcser torokimpedanciája

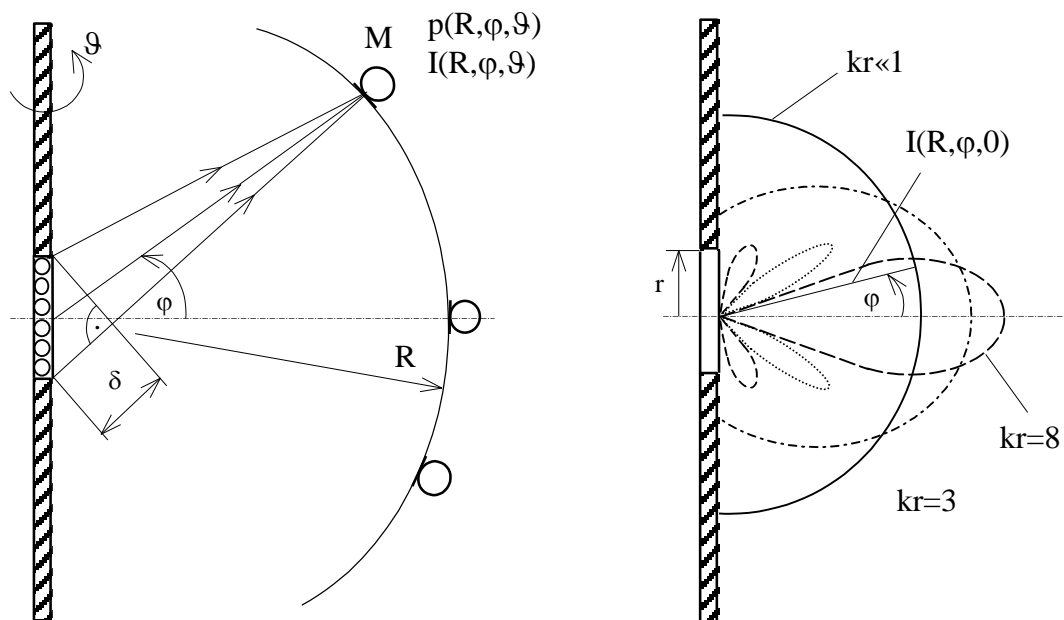
## 2.10. Sugárzók irányítottsága

A sugárzási impedancia ismeretében ki tudjuk számítani az adott sugárzó által elsugárzott akusztikai teljesítményt. Ezen kívül az összteljesítmény térbeli eloszlását is ismernünk kell ahhoz, hogy a tér egy pontjában meg tudjuk határozni a hangnyomást.

A szimmetrikus gömbhullámokat keltő lélegző gömb által elsugárzott teljesítmény egyenletesen oszlik el a hangtérben, egy adott sugarú gömb mentén a hangnyomás minden pontban azonos. Ha azonban egy sugárzó felületelemeiről fáziseltéréssel érkeznek az észlelési pontba a hanghullámok, az összegzés eredménye a sugárzótól azonos távolságra is más és más lehet.

Példaképpen nézzük meg a végtelen merev hangfalban mozgó dugattyú sugárzását (1. 18. Ábra).

A dugattyú köré helyezünk  $R$  sugarú félgömböt, a dugattyúéval azonos középponttal. A gömb mentén az  $M$  jelű mikrofonok mérik a hangnyomást, ami a gömb sugarán kívül a  $\varphi$  és  $\vartheta$  szögektől függ. A  $p(R, \varphi, \vartheta)$  nyomás meghatározza az  $I(R, \varphi, \vartheta)$  intenzitást. A dugattyút tekinthetjük elemi gömbsugárzók sorozatának. A dugattyú két széléről induló elemi hullámok  $\delta$  útkülönbséggel érkeznek az észlelési pontba. Ha az útkülönbség kicsi a hullámhosszhoz képest, az összegzés gyakorlatilag azonos fázisú, irányítás nem lép fel. Ha az útkülönbség összemérhető a hullámhosszal, az eredő nyomás a fáziseltéréstől függ. Amennyiben  $\delta = \lambda/2$ , az adott irányban teljes kioltás keletkezik. A sugárzó főirányában (a középpontján áthaladó, a sugárzó síkjára merőleges tengelyben) mindig fázishelyes az összegzés, így minél nagyobb a sugárzó mérete a hullámhosszal összehasonlítva, annál több energia koncentrálódik a főnyalámban.



18. ábra. A végtelen, merev hangfalban mozgó dugattyú iránykarakterisztikái

Egy kiválasztott síkban (amely tartalmazza a főtengelyt), rögzített frekvencián, a sugárzótól állandó távolságban, a sugárzás irányának a függvényében mért intenzitások összessége adja az iránykarakterisztikát. Az iránykarakterisztika tehát egy polárdiagram, amelyben a megfelelő sugárra mérjük fel a főirányra vonatkoztatott relatív intenzitást, dB-

ben. A mérés körülményeit szabvány rögzíti; a mérést szabad térben, vagy visszhangmentes szobában kell végezni, olyan távolságban, ami jóval nagyobb mind a sugárzó átmérőjénél, mind a hullámhossznál. A 18. ábrán egy hangfalban mozgó, kör alakú dugattyú iránykarakterisztikái láthatók  $kr$  függvényében, ahol  $k$  a hullámszám. Adott sugár mellett  $kr$  növekedése a frekvencia növekedését jelzi. Kisfrekvenciákon láthatóan egyenletesen oszlik el a teljesítmény a hangtérben. Növekvő frekvenciákkal kialakul a főnyaláb, majd egyre keskenyebb és hosszabb lesz, és megjelennek a mellékurkok a jól látható kioltási irányokkal. (Pl. egy 20 cm-es membrán átmérőjű hangszórónál kb. 4400 Hz-en lesz  $kr=8$ !)

Az iránykarakterisztika mellett az irányítás mértékét jellemzi az *irányítási tényező*, vagy annak dB-ben kifejezett értéke, az *irányítási index*. Az irányítási tényező definíciója:

$$D_i = \frac{I(R, \varphi, \vartheta)}{I_{atl}}$$

ahol  $I(R, \varphi, \vartheta)$  a sugárzótól  $R$  távolságban,  $\varphi, \vartheta$  szögek alatt mért intenzitás, szokás szerint a főtengelyben mérve.  $I_{atl}$  az átlagintenzitás, az a (fiktív) intenzitás, amely a mérés helyén akkor lépne fel, ha az elsugárzott teljesítmény egyenletesen oszlana el a hangtérben:

$$I_{atl} = \frac{P_a}{4R^2\pi}$$

Az elsugárzott teljesítmény:

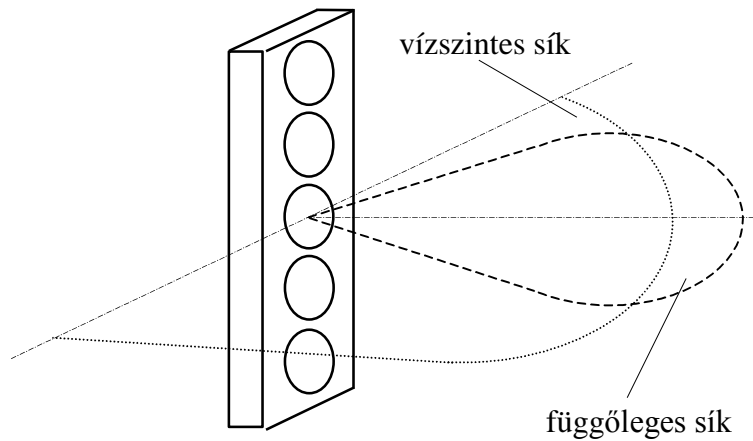
$$P_a = \int_A I(R, \varphi, \vartheta) dA$$

Az irányítási index:

$$D_i = 10 \lg D_i \text{ [dB]}$$

Az irányítási tényező sok esetben kiszámítható a frekvencia függvényében. Hangfalban mozgó dugattyúnál Bessel-függvénnyel írható le, amit közelíthetünk kis- és nagyfrekvenciákon. Ha  $kr < 0.5$ , várható módon az irányítási tényező egységnyi. A  $kr \gg 1$  tartományban  $D_i \cong (kr)^2 / 2$ . (Meg kell jegyezni, hogy a szakirodalom adatai 3 dB-lel eltérhetnek a fentiekől az egy vagy két térfél figyelembe vétele miatt.) Az irányítási tényező frekvenciamentének ismerete hangszóróknál igen hasznos, mivel kapcsolatot teremt az elsugárzott teljesítmény és a főtengelyben várható hangnyomás nagysága között.

Az eddigiekben láttuk, hogy jelentős irányítás akkor lép fel, ha a sugárzó mérete nagy a hullámhosszhoz képest. Ezt a sajátosságot használják fel a hangoszlopoknál, ahol több, azonos fázisban táplált hangszórót szerelnek egymás fölé (l. 19. ábra).



19. ábra. A hangoszlop irányítása

A két, egymásra merőleges síkban az iránykarakterisztikák – a sugárzó méreteinek megfelelően – eltérnek egymástól, így lehetővé teszik a jó hangellátást.

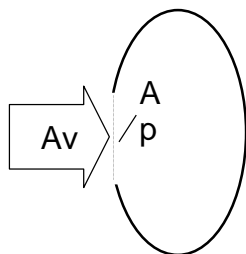
Irodalom:

- dr. Barát Zoltán: Műszaki akusztika előadások  
BME Villamosmérnöki Kar  
Simonyi Károly: Elméleti villamosságtan  
Tankönyvkiadó, Budapest 1981.  
Philip M. Morse, K.Uno Ingard: Theoretical Acoustics  
McGraw-Hill Book Company, 1968.  
Eugen Skudrzyk: The Foundations of Acoustics  
Springer Verlag, Wien, New York, 1971.



### 3. AKUSZTIKAI ELEMÉK ÉS HÁLÓZATOK

Az eddigiekben megismerkedtünk a mechanikai- és specifikus impedanciákkal. Az akusztikai impedancia a hangnyomás és a térfogatsebesség hányadosaként számítható (1.ábra).



1.ábra. Akusztikai impedancia  
(Az  $A$  felületen jelentkező hangnyomás -  $p$  - és a rajta átáramló levegő térfogatsebessége - $Av$ .)

$$z_a = \frac{p}{Av},$$

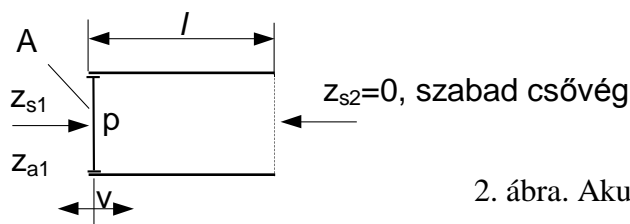
ez közvetlen kapcsolatba hozható a specifikus és a mechanikai impedanciákkal:

$$z_a = \frac{z_{spec}}{A} = \frac{z_m}{A^2}$$

Az akusztikai elemek az akusztikai tápvonalból készülnek, ami nem más mint egy merevfalú cső. A hullámhosszal összemérhető hosszúságú tápvonal (pl.  $\lambda/4$ -es vagy  $\lambda/2$ -es) elosztott paraméterűnek számít. A koncentrált akusztikai elemek hossza jóval kisebb, mint a hullámhossz ( $l \ll \lambda$ ). Ezt úgy is szoktuk fogalmazni, hogy a  $kl$  szorzat jóval kisebb, mint egy. Ennek az a következménye, hogy a tápvonal bemenőimpedancia számítására használt képletben a tangens függvény az argumentumával közelíthető:  $tgkl \cong kl$

#### 3.1. Akusztikai tömeg

Az akusztikai tömeg elméletileg úgy állítható elő, hogy a rövid tápvonaldarabot zérus nagyságú impedanciával zárjuk le.



2. ábra. Akusztikai tömeg előállítása.

Először írjuk fel a tápvonaldarab specifikus impedanciáját, figyelembevéve a rövid csőhossznak megfelelő egyszerűsítést is ( $tgkl \approx kl$ ):

$$z_{s1} = \frac{p}{v} \cong \rho_0 c \frac{z_{s2} + j\rho_0 ckl}{\rho_0 c + jz_{s2}kl} = \rho_0 c \frac{j\rho_0 ckl}{\rho_0 c} = j\rho_0 ckl = j\omega\rho_0 l$$

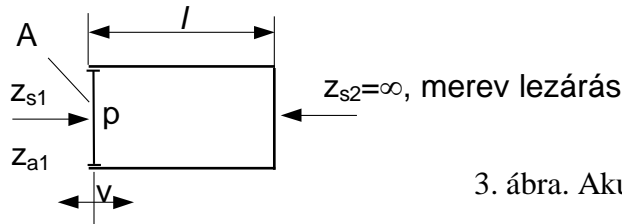
Ebből az akusztikai impedancia a képzeletbeli, súlytalan, merev dugattyú  $A$  felületének felhasználásával

$$z_{a1} = \frac{z_{s1}}{A} = j\omega\rho_0 \frac{l}{A} = j\omega m_a. \text{ Ebből az akusztikai tömeg } m_a = \frac{\rho_0 l}{A}$$

Az akusztikai tömeg tehát egyenesen arányos a tápvonaldarab hosszával és fordítottan a keresztmetszettel. Vagyis nagy akusztikai tömeget kis keresztmetszettel lehet realizálni. (Ugyanakkor a tápvonaldarab mechanikai tömege nem más, mint a bennlévő levegő tömege:  $m_m = m_a A^2 = \rho_0 l A$ ).

### 3.2. Akusztikai kapacitás, üreg

A végén végtelen nagy impedanciával lezárt rövid tápvonal darab alkotja az akusztikai kapacitást (3. ábra)



3. ábra. Akusztikai kapacitás előállítása.

Írjuk fel ismét a tápvonal darab specifikus impedanciáját, figyelembevéve a rövid csőhossznak megfelelő egyszerűsítést és osszuk a végtelen nagy  $z_{s2}$  impedanciával:

$$z_{s1} = \frac{p}{v} \cong \rho_0 c \frac{z_{s2} + j\rho_0 ckl}{\rho_0 c + jz_{s2}kl} = \rho_0 c \frac{1}{jkl} = \frac{\rho_0 c^2}{j\omega l}$$

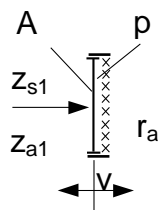
Ebből az akusztikai impedancia a képzeletbeli, súlytalan, merev dugattyú  $A$  felületének felhasználásával

$$z_{a1} = \frac{z_{s1}}{A} = \frac{\rho_0 c^2}{j\omega Al} = \frac{1}{j\omega c_a}. \text{ Felhasználva a hangsebesség formuláját } c_a = \frac{Al}{\kappa P_0} = \frac{V}{\kappa P_0}.$$

Az akusztikai kapacitás tehát az üreg térfogatával arányos.

### 3.3. Akusztikai ellenállás

A levegő szabad áramlását nehezítő anyagokkal (pl. selyemszövet, vatta, fémszivacs stb.) akusztikai ellenállást tudunk megvalósítani, oly módon, hogy a tápvonalba beiktatunk egy vagy több réteget ezekből az anyagokból. Az akusztikai ellenállás minősége frekvenciafüggés, parazitaelemek stb. szempontjából lényegesen rosszabb, mint az elektromos ellenállásé.



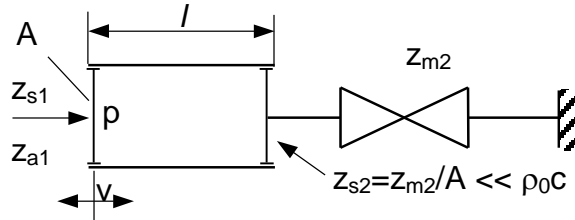
4. ábra. Akusztikai ellenállás megvalósítása.

$$z_{s1} = \frac{p}{v} = r_{spec} \text{ és } z_{a1} = r_a = \frac{r_{spec}}{A}$$

Az ellenállás megvalósítására használt anyagokat (pl. textiliák stb.) a specifikus ellenállásukkal jellemzik. A megfelelő értéket a rétegszámmal és a felülettel lehet beállítani.

### 3.4. Kis lezáróimpedancia a cső végén

Tételezzük fel, hogy a lezáróimpedancia kicsi, de nem zérus (5. ábra). Ebben az esetben is van mód az egyszerűsítésre a bemenőimpedancia képletében. A nevezőben a hullámellenállás ( $\rho_0 c$ ) mellett a kisértékű lezáróimpedancia ( $z_{s2}$ ) és a  $kl$  szorzata



5. ábra. Kisimpedanciás lezárás mechanikai megvalósítása

jó közelítéssel elhagyható. Ugyanakkor a számlálóban nem hagyható el a  $\rho_0 c kl$  mellett a lezárás, mivel a  $kl$  szorzat is kicsi.

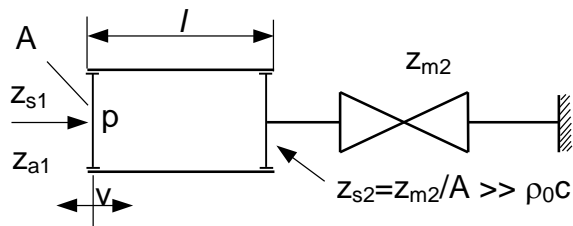
$$z_{s1} = \frac{p}{v} \cong \rho_0 c \frac{z_{s2} + j\rho_0 c kl}{\rho_0 c + jz_{s2} kl} = \rho_0 c \frac{z_{s2} + j\rho_0 c kl}{\rho_0 c + 0} = z_{s2} + j\omega\rho_0 l$$

Ugyanez akusztikaiba átírva azt jelenti, hogy a cső akusztikai tömege és a lezáró akusztikai impedancia összege jelenik meg.

$$z_{a1} = \frac{p}{Av} = \frac{z_{s2}}{A} + j\omega\rho_0 \frac{l}{A} = z_{a2} + j\omega m_a$$

### 3.5. Nagy lezáróimpedancia a cső végén

Tételezzük fel, hogy a lezáróimpedancia nagy, de nem végtelen (6. ábra). Ebben az esetben is van mód az egyszerűsítésre a bemenőimpedancia képletében. A számlálóban a hullámimpedancia ( $\rho_0 c$ ) és a  $kl$  szorzata elhagyható a nagyértékű lezáróimpedancia ( $z_{s2}$ )



6. ábra. Nagyimpedanciás lezárás mechanikai megvalósítása

mellett. Ugyanakkor a nevezőben nem hagyható el a  $\rho_0 c$  mellett a lezárás és a  $kl$  szorzata.

$$z_{s1} = \frac{p}{v} = \rho_0 c \frac{z_{s2} + 0}{\rho_0 c + jz_{s2} kl} = \frac{1}{\frac{jkl}{\rho_0 c} + \frac{1}{z_{s2}}} = z_{s2} x \frac{\rho_0 c^2}{j\omega l}$$

Ugyanez akusztikaiba átírva azt jelenti, hogy a cső akusztikai kapacitása és a lezáró akusztikai impedancia reciprokainak összege (replusza) jelenik meg.

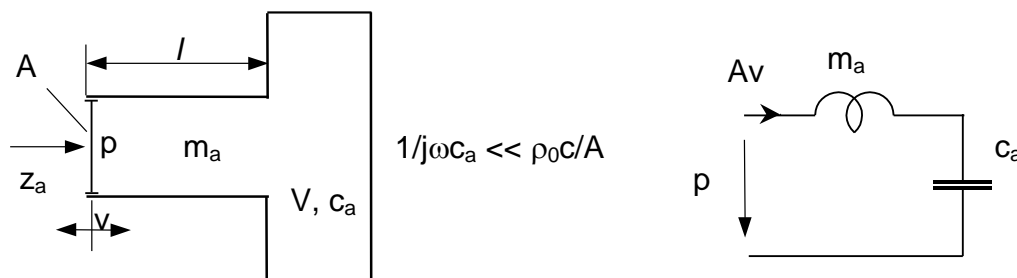
$$z_{a1} = \frac{p}{Av} = \frac{z_{s2}}{A} x \frac{\rho_0 c^2}{j\omega l A} = z_{a2} x \frac{1}{j\omega c_a}$$

### 3.6. Akusztikai hálózatok és elektromos analógjaik

Az eddigiekben ismertetett elemek többféle módon összekapcsolhatóak. A továbbiakban az akusztikai kapcsolásokat az őket leíró analóg elektromos hálózatával együtt fogjuk tárgyalni. Az analógia jelen esetben a következőket jelenti:

Akusztikai mennyiség	Jele	Elektromos mennyiség	Jele
Nyomás	$p$	Feszültség	$V$
Térfogatsebesség	$Av$	Áram	$I$
Akusztikai ellenállás	$r_a$	Elektromos ellenállás	$R$
Akusztikai tömeg	$m_a$	Induktivitás	$L$
Akusztikai rugó	$c_a$	Kapacitás	$C$
Akusztikai impedancia	$Z_a$	Elektromos impedancia	$Z$

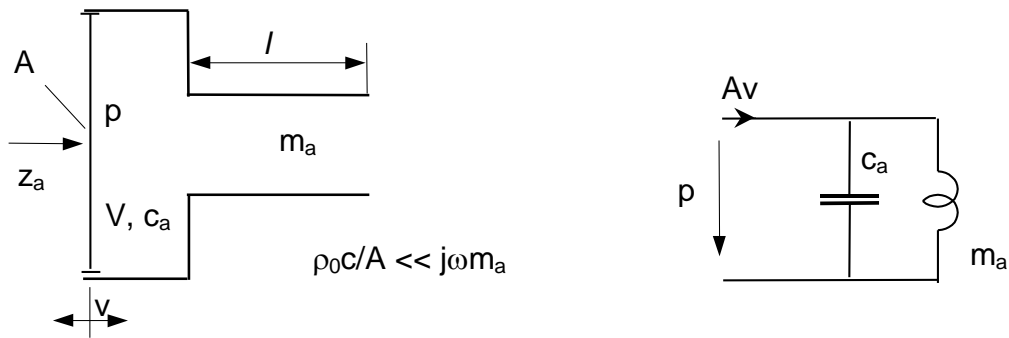
Ha a kisimpedanciájú lezárást akusztikai kapacitással valósítjuk meg a tápvonalдарab végén, akkor a 4. pontban tárgyalt esetnek megfelelően a következő hálózat alakul ki, melynek neve Helmholtz-rezonátor:



7. ábra. Helmholtz rezonátor és az elektromos analóg hálózata

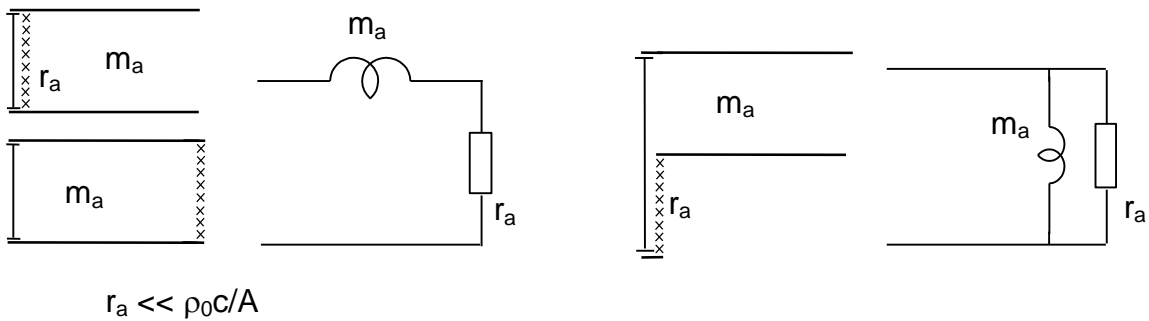
Jól látható, hogy egy soros rezgőkörnek megfelelő hálózatot kapunk, amennyiben a lezáró kapacitás impedanciája jóval kisebb, mint a tápvonalдарab akusztikai hullámimpedanciája. A frekvencia csökkenésével ez a feltétel előbb vagy utóbb megszűnik és a lezárás impedanciája nagy lesz, ami azt jelenti, hogy a két elem együttes térfogata által meghatározott akusztikai kapacitás alakul ki.

Az előző elrendezés összerakható fordított sorrendben is, amikor az első elem az akusztikai kapacitás és az őt lezáró nagyértékű impedanciát az akusztikai tömeg valósítja meg. Az 5. pontban tárgyaltak szerint itt egy párhuzamos rezgőkörnek megfelelő hálózat (Helmholtz antirezonátor) alakul ki. A rezgőkör addig viselkedik megfelelően, míg az akusztikai tömeg impedanciája nagy. A frekvencia csökkentésével ez természetesen szintén csökken, és elér egy olyan szintet, hogy a rezgőkör kapacitása megszűnik. További csökkentéssel a lezárás oly kisértékűvé válik, hogy az első tápvonalдарab is tömegként fog szerepelni. Ekkor a két tömeg összege jelentkezik.



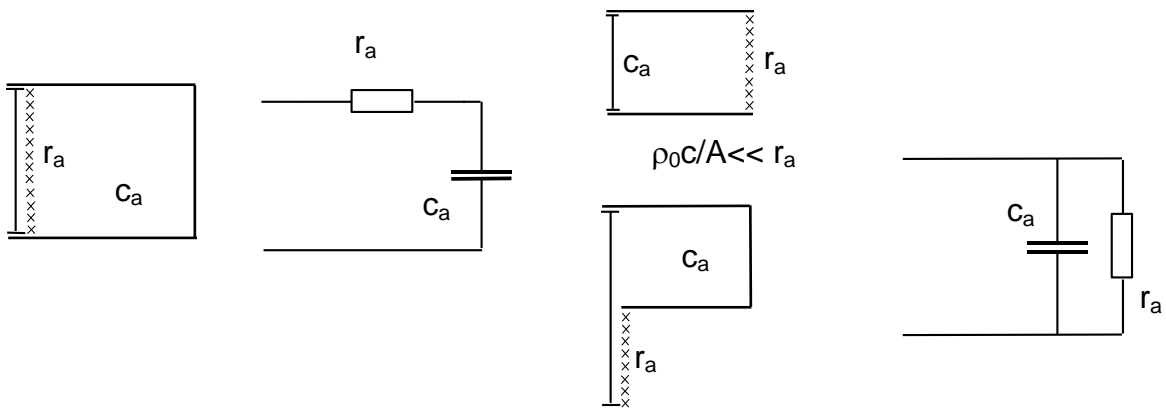
8. ábra Helmholtz antirezonátor és az elektromos analóg hálózata

A két alapkapcsoláson kívül természetesen egyéb elrendezések is megvalósíthatóak Vegyük a tömeg –ellenállás elrendezéseket:



9. ábra. Akusztikai ellenállás és tömeg kapcsolásai.

Az akusztikai tömeg elejére elhelyezett ellenállás mindig soros kapcsolást eredményez, míg a csővégi csak az érvényességi tartományban fog soros kapcsolásként viselkedni. Ha a 9. ábrán jelölt egyenlőtlenség megfordul, akkor az ellenállás kapacitásként zárja le a tápvonalat. A levegőmegosztáson alapuló párhuzamos kapcsolásnál nincs az ellenállásra kikötés.

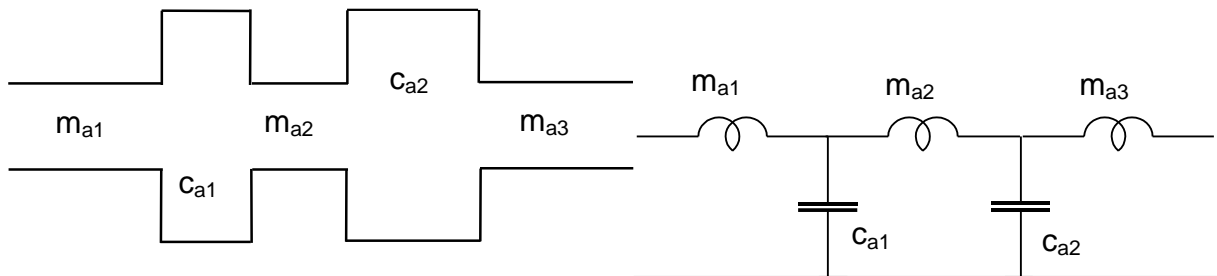


10. ábra. Akusztikai ellenállás és üreg kapcsolásai.

Ellenállás és akusztikai kapacitás is kapcsolódhat sorosan és párhuzamosan. Ez utóbbi

kétféleképpen, amelyekből az egyik formailag megegyezik a tömeg ellenállás soros kapcsolásával. Itt azonban a követelmény ellentétes, vagyis a lezáró ellenállást kell nagyra választani. A levegőosztásos kapcsolásban ismét nem kell az ellenállás viszonyát előírni.

Nagyon gyakori akusztikai hálózat a gépjárművek kipufogó rendszere. Ez több összekötő csőből és a köztük elhelyezkedő dobokból (üregek) áll. Az ábrán két dobból felépített kipufogót és annak elektromos ekvivalens hálózatát látjuk.

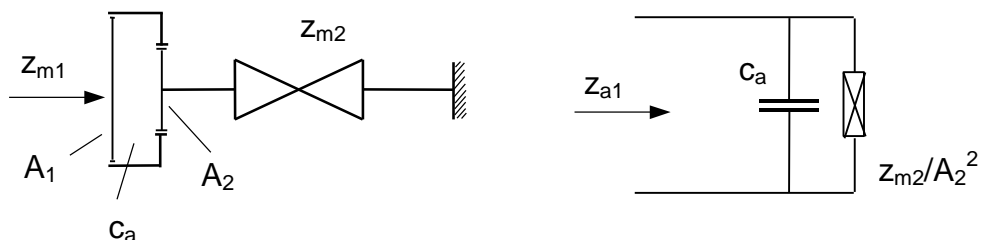


11. ábra Kipufogó rendszer és az elektromos analóg hálózata

A csőhosszak és a dobtérfogat megfelelő megválasztásával elérhető, hogy a kialakult LC aluláteresztő szűrő elfojtsa a kellemetlen nagyfrekvenciás komponenseket.

### Transzformátor

Ha egy rövid tápvardarab elejét és végét eltérő keresztmetszetűnek alakítjuk ki, ezenkívül biztosítjuk, hogy a tápvardég nagyimpedanciával záródjon, akkor megkapjuk a transzformátort



12. ábra. Transzformátor akusztikailag megvalósítva.

$$Z_{a1} = \frac{1}{j\omega C_a} \times \frac{z_{m2}}{A_2^2} \quad \text{a kapacitás sönthatását elhagyva a mechanikai impedancia}$$

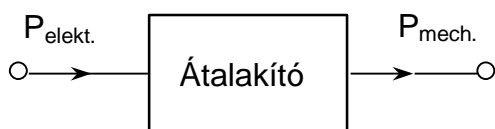
$$z_{m1} = A_1^2 z_{a1} \cong \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 z_{m2}$$

### Irodalom:

dr. Barát Zoltán: Műszaki akusztika előadások  
BME Villamosmérnöki Kar

## 4. ELEKTROMECHANIKAI ÁTALAKÍTÓK

Az elektromechanikai átalakítók olyan eszközök, amelyek az elektromos energiát mechanikai energiává képesek átalakítani, a mechanikait pedig elektromos energiává. Ennek megfelelően az átalakítók négyfókusoknak tekinthetők.

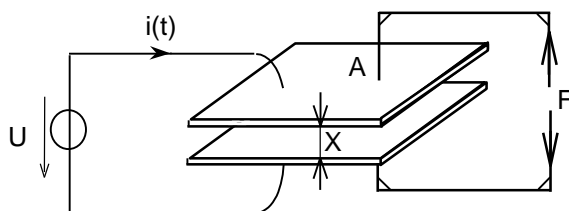


1. ábra. Átalakító elve

Az átalakítók főként két alapelv szerint működnek. Az egyik az elektrosztatikus, a másik pedig az elektromágneses erőhatást hasznosítja.

### 4.1. Elektrosztatikus (kapacitív) átalakító

Az elektrosztatikus átalakító elvileg egy olyan kondenzátor, amelynek a fegyverzetei képesek egymáshoz közeledni, illetve távolodni. A működés érdekében a fegyverzetekre feszültséget kapcsolunk, a kialakuló vonzóerőt pedig egy külső erővel (pl. rugó) kiegyensúlyozzuk.



2. ábra. Elektrosztatikus átalakító

Az elektromosan töltött lemezek között  $F$  vonzóerő ébred. Ezt az erőt a rendszer energiamegváltoztatásának alapján fogjuk meghatározni. Tételezzük fel, hogy a légrést  $\Delta X$ -el megnöveljük, miközben a feszültség a kapcsolokon változatlan. Ezt az  $F$  vonzóerő ellenében tehetjük meg, vagyis a befektetett energia:  $\Delta E = F \Delta X$ . Ez az energiátöbblet a kondenzátor és a generátor energiáját fogja megváltoztatni. Vizsgáljuk meg először, hogy mi történik a kondenzátorban. A kondenzátor kezdeti energiája a kapacitásból és a rákapcsolt feszültségből számítható:

$$E_C = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \frac{A}{X} U^2,$$

ahol felhasználtuk a síkkondenzátor képletét. Az  $X$  lemeztávolság  $\Delta X$ -el való növelésével az energiamegváltozás:

$$\Delta E_C \cong \frac{\partial E_C}{\partial X} \Delta X = -\frac{1}{2} \varepsilon_0 A \left( \frac{U}{X} \right)^2 \Delta X.$$

Az energiaváltozás negatív, ami kissé furcsa, hiszen mi növeltük a rendszer energiáját. A generátor megváltozott energiája, ha a folyamat időtartama  $\Delta t$ :

$$\Delta E_{gen} = -\int_0^{\Delta t} U i(t) dt = -U A \int_0^{\Delta t} \frac{dD}{dt} dt = -U A [D]_0^{\Delta t}$$

A kondenzátorba befolyó áram a felületi töltéssűrűség idő szerinti deriváltjából határozható meg. A felületi töltéssűrűség nem más mint az elektromos eltolás, amelynek az elmozdulás utáni és az eredeti helyzetben kialakult értékeinek a különbségét kell vennünk.

$$\Delta E_{gen} = -UA \left[ \varepsilon_0 \frac{U}{X + \Delta X} - \varepsilon_0 \frac{U}{X} \right] = -\frac{\varepsilon_0 AU^2}{X} \left[ \frac{1}{1 + \frac{\Delta X}{X}} - 1 \right] \cong \frac{\varepsilon_0 AU^2}{X^2} \Delta X$$

A két energia összege a megváltozás:  $\Delta E = \Delta E_c + \Delta E_{gen}$ . A keresett erő a két energia összegéből:

$$F = \frac{\Delta E}{\Delta X} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 A \left( \frac{U}{X} \right)^2$$

Az erő tehát a lemezek közötti távolsággal és a feszültséggel (térerő) befolyásolható. Az erő, a feszültség és a távolság megváltozásait a megfelelő kisbetűvel fogjuk jelölni (Lásd 3. ábra).

Ezek alapján:

$$\Delta F = f = \frac{\partial F}{\partial U} \Delta U + \frac{\partial F}{\partial X} \Delta X = \varepsilon_0 A \frac{U}{X^2} u - \varepsilon_0 A \frac{U^2}{X^3} x = CEu - CE^2 x = \tau u - \frac{x}{c_{me}}$$

ahol a térerő  $E = \frac{U}{X}$ , az elektromechanikai áttétel  $\tau = CE$  és a tér negatív rugója  $c_{me} = \frac{1}{CE^2}$ .

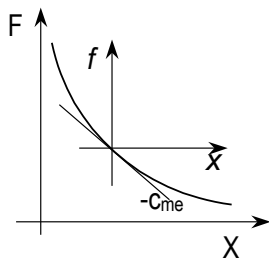
A mechanikai és az elektromos oldal közötti másik kapcsolatot a kondenzátor áramának felírásával állíthatjuk elő. A kondenzátor árama a felületi töltéssűrűség időbeli deriváltjától függ:

$$i(t) = A \frac{dD}{dt} = \varepsilon_0 A \frac{d}{dt} \left( \frac{U}{X} \right) = \frac{\varepsilon_0 A}{X} \frac{dU}{dt} + \varepsilon_0 AU \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{X} \right) = j\omega Cu - CEv$$

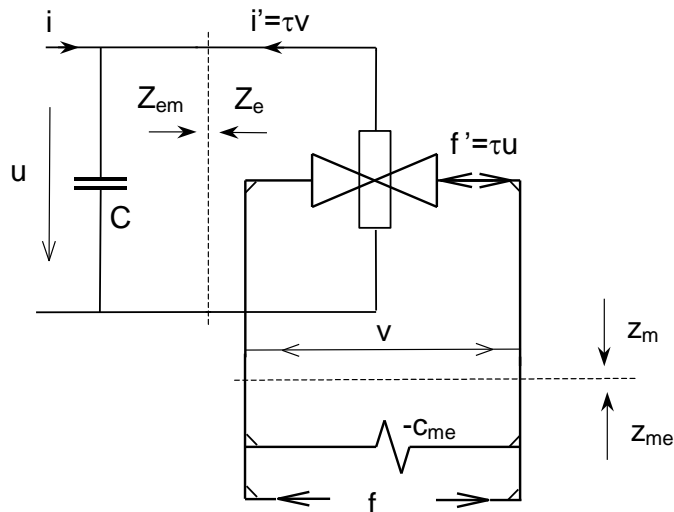
Röviden a két egyenlet a következő:

$$f = \tau u - \frac{x}{c_{me}} \quad \text{és} \quad i = j\omega Cu - \tau v$$

Az elektromechanikai transzformátor szimbóluma tartalmazza mindkét oldalt a járulékos elemekkel:



3. ábra. Az elektrosztatikus vonzóerő és a távolság kapcsolata. (Kisbetűvel a megváltozások)



4. ábra. Az elektrosztatikus átalakító helyettesítő kapcsolása

Az átalakító a következőképpen transzformálja az impedanciákat:



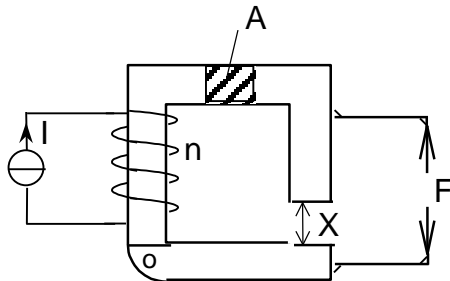
- mechanikai oldalról elektromosra - elektromos oldalról mechanikaira

$$Z_{em} = \frac{u}{-i} = \frac{\frac{f}{\tau}}{-\tau v} = \frac{-\frac{f}{\tau^2}}{v} = \frac{z_m}{\tau^2}$$

$$z_{me} = \frac{f}{v} = \frac{\tau u}{\frac{i}{\tau}} = \tau^2 \frac{u}{i} = \tau^2 Z_e$$

## 4.2. Elektromágneses átalakító

Az átalakító egy olyan gerjesztett mágneskör, amelyben a légrés hossza -  $X$  - változhat. A mágneskör jó mágneses vezető vasból készül, ezért a mágneses ellenállása a légréséhez képest elhanyagolható. A tekercselés menetszáma  $n$ , a vasmag keresztmetszete  $A$ .



5. ábra. Az elektromágneses átalakító felépítése

A gerjesztés hatására a mágneskör mozgórésze és állórésze között vonzóerő ébred, amit külső  $F$  erővel egyensúlyozzuk ki. Ezt az erőt ismét a  $\Delta X$  elmozduláskor befektetett energiából fogjuk meghatározni. A befektetett energia a tekercs és a generátor energiáját fogja megváltoztatni.

A tekercs kezdeti energiája az induktivitásból és a rákapcsolt áramból számítható:

$$E_L = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 \frac{A}{X} I^2,$$

ahol felhasználtuk a szolenoid tekercs képletét. Az  $X$  légrésméret  $\Delta X$  -el való növelésével az energiamegváltozás:

$$\Delta E_L \cong \frac{\partial E_L}{\partial X} \Delta X = -\frac{1}{2} \mu_0 n^2 A \left( \frac{I}{X} \right)^2 \Delta X.$$

Az energiaváltozás ismét negatív. A generátor megváltozott energiája, ha az áram állandó és a folyamat időtartama  $\Delta t$ :

$$\Delta E_{gen} = -\int_0^{\Delta t} Iu(t) dt = -I \int_0^{\Delta t} n \frac{d\phi}{dt} dt = -In[\phi]_0^{\Delta t} = -InA[B]_0^{\Delta t}$$

Az indukált feszültség a fluxus idő szerinti deriváltjával helyettesíthető. Eredményképpen az elmozdulás utáni és a kezdeti helyzetben kialakult fluxusok értékeinek különbségét kell vennünk. Az indukció a térerő és a permeabilitás szorzata a homogénnek tekinthető légrésben. A mágneses térerő pedig az egységnyi légréshosszra jutó  $nI$  gerjesztés.

$$\Delta E_{gen} = -InA \left[ \mu_0 \frac{nI}{X + \Delta X} - \mu_0 \frac{nI}{X} \right] = -\frac{\mu_0 n^2 A I^2}{X} \left[ \frac{1}{1 + \frac{\Delta X}{X}} - 1 \right] \cong \frac{\mu_0 A (nI)^2}{X^2} \Delta X$$

A két energia összege a megváltozás:  $\Delta E = \Delta E_L + \Delta E_{gen}$ . A keresett erő tehát a kettő összegéből:

$$F = \frac{\Delta E}{\Delta X} = \frac{1}{2} \mu_0 A \left( \frac{nI}{X} \right)^2$$

Az erő a lemezek közötti távolsággal és az  $nI$  gerjesztéssel (térerő) befolyásolható. Az erő, az áram és a távolság megváltozásait a továbbiakban a megfelelő kisbetűkkel fogjuk jelölni.

Ezek alapján:

$$\Delta F = f = \frac{\partial F}{\partial I} \Delta I + \frac{\partial F}{\partial X} \Delta X = \mu_0 n^2 A \frac{I}{X^2} i - \mu_0 n^2 A \frac{I^2}{X^3} x = L \frac{I}{X} i - L \left( \frac{I}{X} \right)^2 x = Ti - \frac{x}{c_{mm}}$$

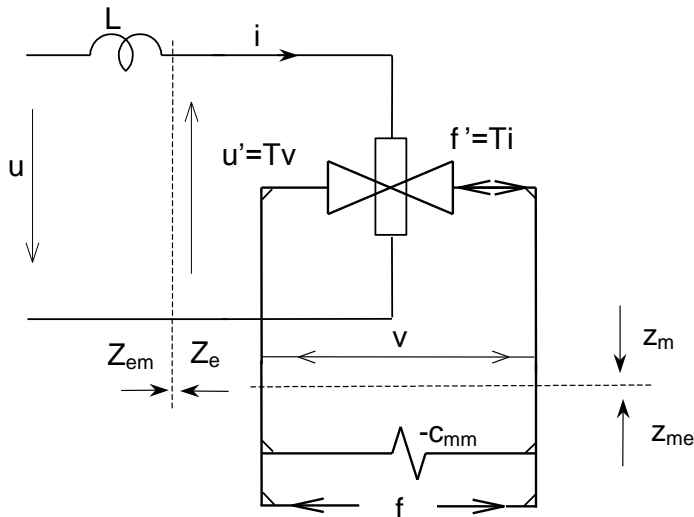
ahol az elektromechanikai áttétel  $T = L \frac{I}{X}$  és a tér negatív rugója  $c_{mm} = \frac{X^2}{LI^2}$ .

$$u = n \frac{d\phi}{dt} = n \frac{d}{dt}(BA) = nA \frac{d}{dt} \left( \mu_0 \frac{nI}{X} \right) = \mu_0 n^2 A \left( \frac{j\omega i}{X} - \frac{I}{X^2} v \right) = j\omega Li - Tv$$

Röviden a két egyenlet a következő:

$$f = Ti - \frac{x}{c_{mm}} \quad \text{és} \quad u = j\omega Li - Tv$$

Az elektromechanikai transzformátor szimbóluma tartalmazza mindkét oldalt a járulékos elemekkel:



6. ábra. Az elektromágneses átalakító helyettesítő kapcsolása

Az átalakító a következőképpen transzformálja az impedanciákat:

- mechanikai oldalról elektromosra

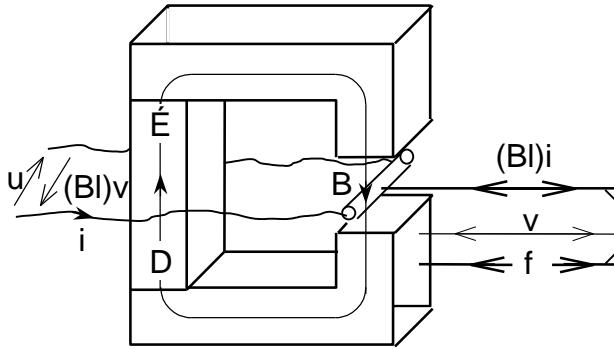
$$Z_{em} = \frac{-u'}{i} = \frac{-Tv}{\frac{f'}{T}} = \frac{-T^2}{\frac{f'}{v}} = \frac{T^2}{z_m}$$

- elektromos oldalról mechanikaira

$$z_{me} = \frac{f'}{v} = \frac{\frac{Ti}{u'}}{T} = T^2 \frac{i}{u'} = \frac{T^2}{Z_e}$$

### 4.3. Dinamikus átalakító

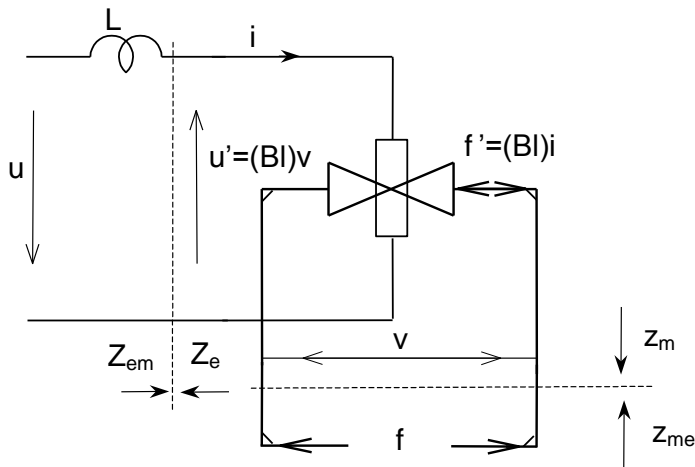
Ez az átalakítófajta mágnesköre állandó mágnessel és állandó méretű légréssel rendelkezik. Az állandó mágnes a légrésemben  $B$  nagyságú indukciót hoz létre. Ide helyezük az ún. mozgótekercset. A tekercs mozgásával indukált feszültséget állítunk elő, illetve, ha áramot vezetünk át rajta, akkor erőhatás lép fel.



7. ábra. A dinamikus átalakító felépítése

Az átalakító némileg egyszerűbb egyenletekkel írható le mint az elektromágneses.

$$f = (Bl)i \text{ és } u = -(Bl)v$$



8. ábra. A dinamikus átalakító helyettesítő kapcsolása

Az impedanciátranszformáció a fentieknek megfelelően:

- mechanikai oldalról elektromosra

$$Z_{em} = \frac{-u'}{i} = \frac{-(Bl)v}{\frac{f'}{(Bl)}} = \frac{-(Bl)^2}{\frac{f'}{v}} = \frac{(Bl)^2}{z_m}$$

- elektromos oldalról mechanikaira

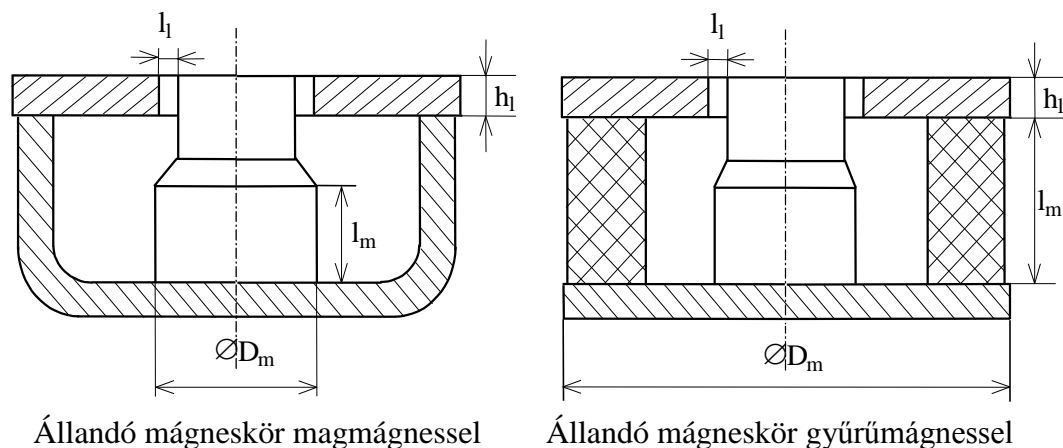
$$z_{me} = \frac{f'}{v} = \frac{(Bl)i}{\frac{-u'}{(Bl)}} = (Bl)^2 \frac{i}{-u'} = \frac{(Bl)^2}{Z_e}$$

Az elektromos bemenőimpedancia kiegészül az induktivitással és cséveellenállással

$$Z_{be} = \frac{u}{i} = (R) + j\omega L + \frac{(Bl)^2}{z_m}$$

#### 4.4. A dinamikus átalakítók megvalósítási formái

A dinamikus átalakítóval működő elektroakusztikai eszközökben (kevés kivételtől eltekintve) olyan mágneskört használunk, amelyben a feltekereselt elektromos vezető egy gyűrűalakú légrésben mozog. A mágneskör koncentrikus elrendezésű, a légrésben a mágneses tér sugárirányú. Két alapformája, a magmágneses és a gyűrűmágneses elrendezés a 9. ábrán



9. ábra. Állandó mágneskörök

látható.

A magmágneses kör a  $D_m$  átmérőjű és  $l_m$  magasságú állandó mágnesből, valamint a jó mágneses vezetőképességű lágyvas saruból (csésze, fedőlap és lágyvas nyak) áll. A gyűrűmágneses kört a  $D_m$  külső átmérőjű,  $l_m$  magasságú állandó mágnes és a lágyvas alaplappal, fedőlappal és a lágyvas mag alkotják. Az erővonalak útja tehát a mágnesen, lágyvas sarun és a légrésen át vezet.

A mágneskör méretezésének lényeges szempontja, hogy az előírt légrésindukciót a legkisebb térfogatú mágnessel érjük el. Ezért a mágnes munkapontját arra a helyre kell beállítani, ahol a mágnes energiasűrűsége a legnagyobb. A beállítás a mágnes méreteinek megválasztásával lehetséges.

A következőkben tételezzük fel, hogy a térerősség mind a mágnesben, mind a légrésben állandó, valamint a saru mágneses feszültsége elhanyagolható a légrésé mellett, így írhatjuk:

$$H_m l_m + H_l l_l = 0$$

ahol  $H_m$  a mágnes, és  $H_l$  a légrés térerőssége. A mágnesben a térerősség:

$$H_m = -H_l \frac{l_l}{l_m}$$

Ugyancsak tegyük fel, hogy a mágnes teljes fluxusa a légrésre jut, azaz a szórt tér zérus:

$$\Phi_m = \Phi_l$$

$$B_m A_m = B_l A_l$$

Itt  $B_m$  és  $B_l$  az indukció a mágnesben és a légrésben,  $A_m$  és  $A_l$  a mágnes és a légrés felülete. A mágnesben lévő indukció:

$$B_m = B_l \frac{A_l}{A_m}$$

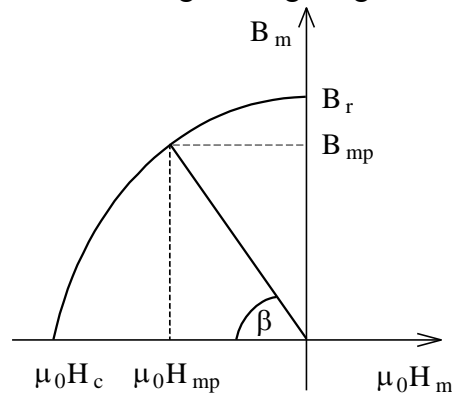
Látható, hogy a térerősség és az indukció a mágnesben ellentétes előjelű, tehát a munkapont a hiszterézis görbe második negyedében helyezkedik el. A munkapontot a mágnesezési görbén a  $\beta$  szöggel megadott munkaegyenes határozza meg (l. 10. ábra):

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{B_m}{\mu_0 H_m} = \frac{B_l}{\mu_0 H_l} \frac{A_l}{A_m} \frac{l_v}{l_l}$$

Mivel  $B_l = \mu_0 H_l$ :

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{A_l}{A_m} \frac{l_m}{l_l}$$

Azaz, adott légrés méretek mellett a mágnes magassága és felülete állítja be a munkapontot.



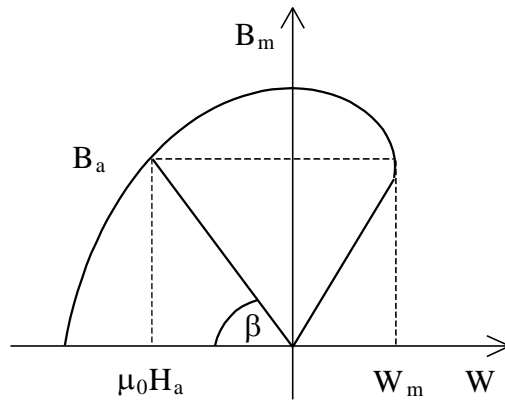
10. ábra. A mágnes hiszterézis görbéje és a munkapont

Szorozzuk össze a fenti két alapegyenletet, és fejezzük ki a légrésindukciót:

$$B_l = \sqrt{\mu_0 \frac{V_m}{V_l} (-H_m B_m)}$$

$V_m$  és  $V_l$  a mágnes, illetőleg a légrés térfogata. A legnagyobb légrésindukció tehát ott valósítható meg a legkisebb mágnes térfogattal, ahol a munkaponti  $H_m B_m$  szorzat a legnagyobb. A  $H_m B_m$  szorzat a mágnes energiasűrűségének a kétszerese, jelölése  $W$ . Maximális értéke  $W_m$ , amit a mágnes jóságának nevezünk.

A 11. ábrán az indukció függvényében látható a mágnes energiasűrűsége. A maximális energiasűrűséghez tartozó optimális munkapont indukció és térerősség értékeket  $B_a$  és  $H_a$  jelöli. A mágneskör tervezésénél rendszerint előírtak a légrés méretei és a légrésindukció, a



11. ábra. Az optimális munkapont és a jósági szám kapcsolata

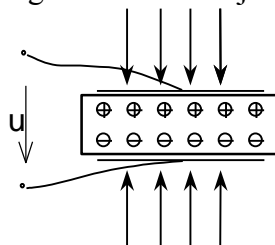
mágnes méreteit az anyagra jellemző optimális munkaponti adatok felhasználásával kapjuk:

$$l_v = \frac{B_l}{\mu_0} \frac{l_l}{(-H_a)} \quad A_v = \frac{B_l}{B_a} A_l$$

A gyakorlatban mind a lágyvas sarok mágneses ellenállását, mind a szórást figyelembe lehet venni részben számított, részben tapasztalati tényezőkkel.

#### 4.5. Piezoelektromos átalakító

Léteznek olyan természetes és mesterséges anyagok, amelyek szemközti felületein ellentétes töltések jelennek meg, ha megfelelő mechanikai erőhatás éri. A jelenség megfordítva is létrejön, vagyis feszültség rákapcsolásakor az anyag deformálódik.



12. ábra. A piezoelektromos elv

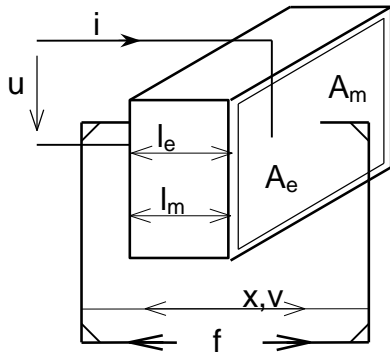
Ezekben az anyagokban a dielektromos eltolás a térerőtől és a deformációtól is függ:

$$D = \varepsilon_s E - eS$$

ahol  $E = \frac{u}{l_e}$  és  $S = \frac{x}{l_m}$  Az  $l_e$  és  $l_m$  az elektromos és mechanikai hosszakat jelenti (10. ábra).

Ugyanakkor a mechanikai feszültség nemcsak a deformációtól, hanem a térerőtől is függ.

$$T = c_E S + eE$$



TE módus

13. ábra. A piezoelektromos átalakító felépítése (vastagsági rezgés)

A befolyó áram a dielektromos eltolás egyenletéből számítható:

$$i = A_e \frac{dD}{dt} = \epsilon_s \frac{A_e}{l_e} \frac{du}{dt} - e \frac{A_e}{l_m} \frac{dx}{dt} = C \frac{du}{dt} - \tau \frac{dx}{dt}$$

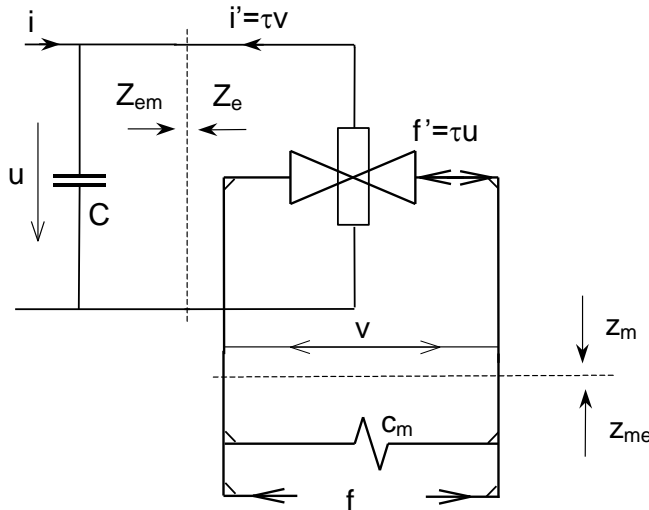
ahol a kapacitás  $C = \epsilon_s \frac{A_e}{l_e}$  és az elektromechanikai áttétel  $\tau = e \frac{A_e}{l_m}$

A mechanikai feszültség egyenletéből az erőt számíthatjuk:

$$f = A_m T = A_m c_E \frac{x}{l_m} + A_m e \frac{u}{l_e} = \frac{x}{c_m} + \tau u$$

mivel a  $\tau = e \frac{A_m}{l_e}$  is írható, ugyanis  $A_m l_m = A_e l_e$ . A most pozitív értékű  $c_m$  összetevődik az

anyag rugóingedékenységből és az elektromos tér negatív rugójából. A kettő közül az előbbi a meghatározó.



14. ábra. A piezoelektromos átalakító helyettesítő kapcsolása

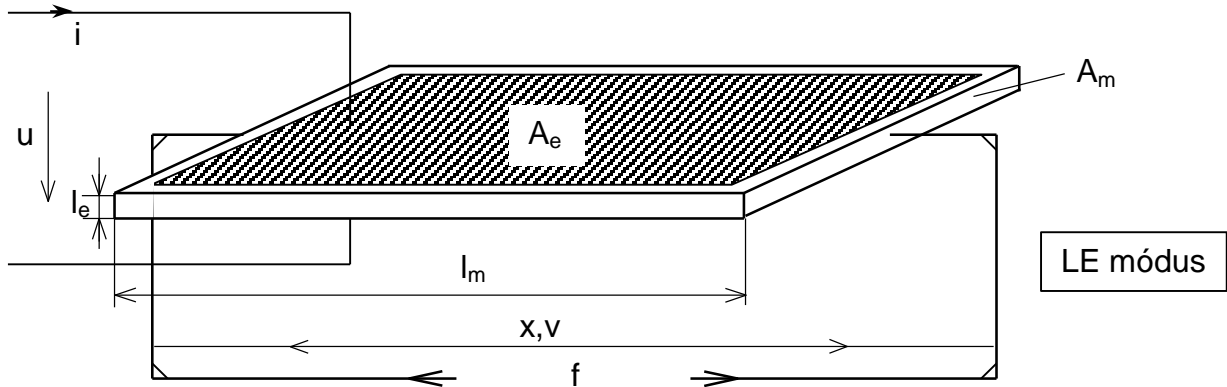
A nagy hasonlóság miatt az impedancia transzformáció egyenletei azonosak a kapacitív átalakítóéval:

$$Z_{em} = \frac{u}{-i'} = \frac{f'}{-\tau v} = \frac{-f'}{\tau^2 v} = \frac{Z_m}{\tau^2} \quad Z_{me} = \frac{f'}{v} = \frac{\tau u}{i'} = \tau^2 \frac{u}{i'} = \tau^2 Z_e$$

Más módusú átalakítót is lehet készíteni. Ilyen pl. a hosszanti rezgést (LE) végző lapka. Az LE módus (és a többi nem tárgyalt) esetén az elektromechanikai áttétel

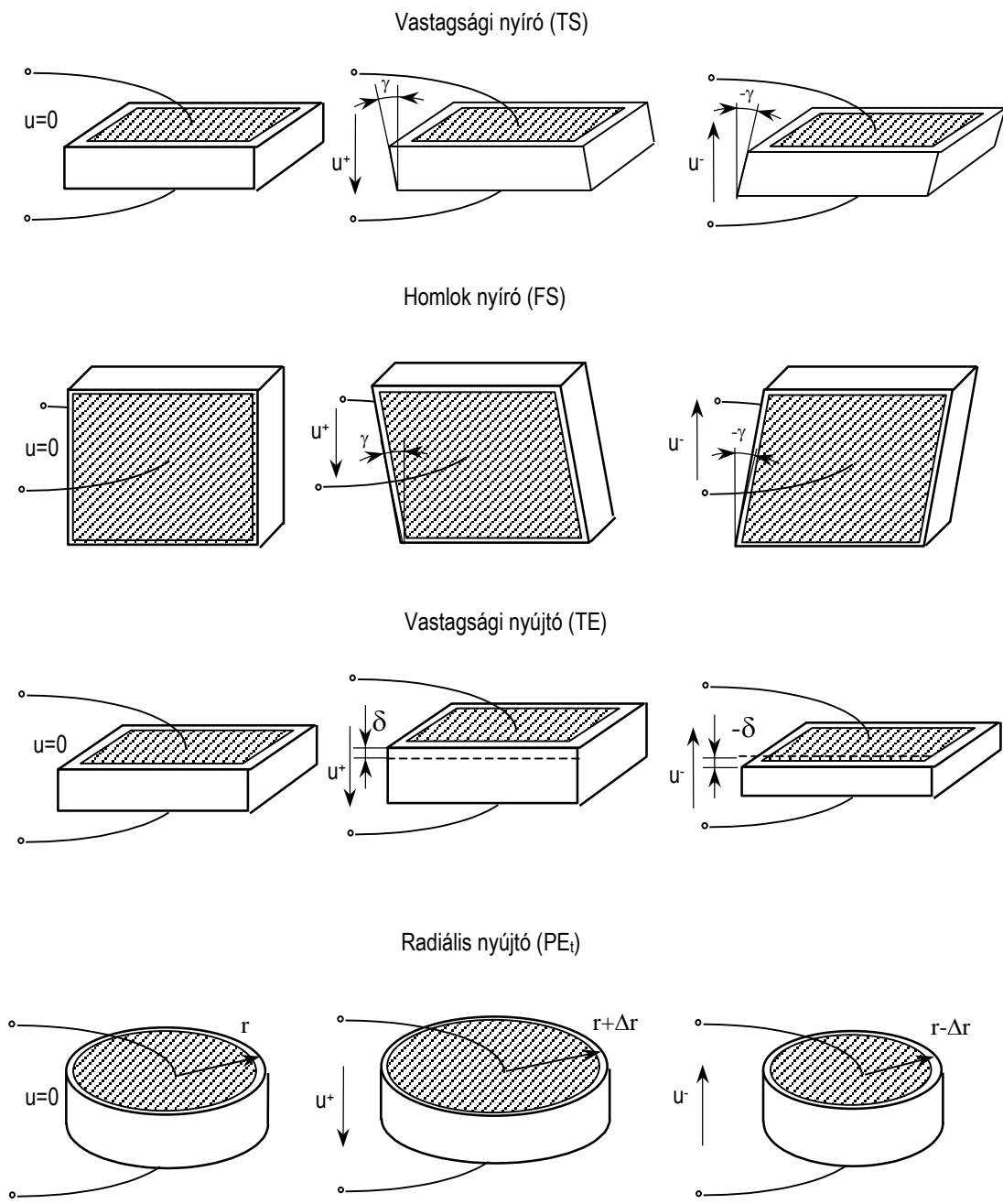


$$\tau = e \frac{A_e}{l_m} = \frac{eA_e l_e}{l_m l_e} = \frac{eV}{l_m l_e} \text{ ahol } V = A_e l_e = A_m l_m \text{ az átalakító lapka térfogata}$$



15. ábra. Az LE módusú piezoelektromos átalakító felépítése (hosszanti rezgés)

A fenti LE és TE típusú rezonátorokon kívül még sok egyéb is használatban van:



15. ábra. Különbéféle módusú piezoelektromos rezonátorok kirezgett alakjai

#### 4.6. LE módusú piezoelektromos rezonátor

Az anyagdeformációs átalakítók – így a piezoelektromos átalakítók – esetében nem mindig lehet a mechanikai oldalt egyetlen koncentrált elemmel helyettesíteni. A hosszirányú rezgést végző rezonátor hosszanti mérete a hullámhossz fele, ha tehát ezen frekvencia környezetében vizsgáljuk a rezonátor működését, találnunk kell egy ebben a tartományban használható helyettesítő kapcsolást. Célszerű a rudat koncentrált elemekkel helyettesíteni, amit a rúd bemenő impedanciájának ismeretében tudunk meghatározni.

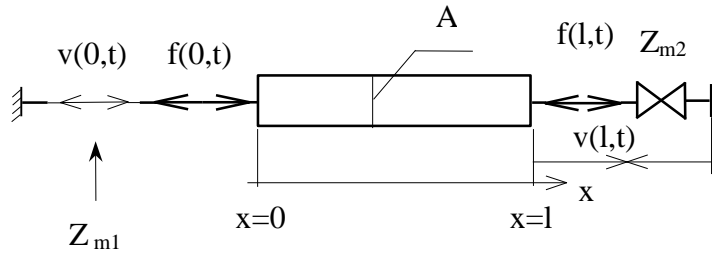
A rudak hosszirányú rezgéseinek alapegyenletei, differenciálegyenlete és annak megoldása az 5. fejezetben megtalálható. Az impedancia számításához a Hook-törvényből adódó egyenletet használjuk fel. Emlékeztetőül:

$$f(x,t) = EA \frac{\partial \xi(x,t)}{\partial x}$$

Az általános megoldás a kitérésre

$$\xi(x,t) = \xi_h \in^{j(\omega t - kx)} + \xi_r \in^{j(\omega t + kx)}$$

A 16. ábrán a  $Z_{m2}$  impedanciával lezárt rudat rajzoltuk fel, pozitív irányú erőnek tekintve a húzóerőt, és pozitívnak a növekvő  $x$  irányú sebességet.



16. ábra. Hosszirányú rezgést végző rúd bemenő impedanciája

A fenti mérőirányokkal a bemenő és a lezáró impedancia:

$$Z_{m1} = -\frac{f(0,t)}{v(0,t)} \quad \text{és} \quad Z_{m2} = -\frac{f(l,t)}{v(l,t)}$$

A sebesség a kitérés idő szerinti deriváltja:

$$v(x,t) = \frac{\partial \xi(x,t)}{\partial t} = j\omega (\xi_h \in^{-jkx} + \xi_r \in^{jkx}) \in^{j\omega t}$$

Az erő:

$$f(x,t) = -jkEA (\xi_h \in^{-jkx} - \xi_r \in^{jkx}) \in^{j\omega t}$$

Behelyettesítve:

$$Z_{m1} = \frac{EA}{c} \frac{\xi_h - \xi_r}{\xi_h + \xi_r} \quad \text{és} \quad Z_{m2} = \frac{EA}{c} \frac{\xi_h \in^{-jkl} - \xi_r \in^{jkl}}{\xi_h \in^{-jkl} + \xi_r \in^{jkl}}$$

Az egyenletekben szereplő szorzó a rúd hullámmellenállása:

$$Z_{m0} = \frac{EA}{c} = A\sqrt{E\rho}$$

A továbbiakban az akusztikai tápvonalnál elmondottakhoz hasonló módon, a reflexiós tényező segítségével a bemenő impedancia kifejezhető a lezáró- és hullámimpedancia, valamint  $kl$  függvényében:

$$Z_{m1} = Z_{m0} \frac{Z_{m2} + jZ_{m0}tgkl}{Z_{m0} + jZ_{m2}tgkl}$$

A bemenő impedancia tetszőleges hosszúságú rúdra és bármely frekvencián érvényes. Gyakran egyszerűsíthető azonban a kifejezés, ha az alkalmazás során speciális feltételek adódnak. Hasonlóval találkoztunk a fent említett akusztikai tápvonal esetében is. Ugyanis a hullámhosszhoz képest rövid, lágy vagy kemény lezárású rudat egyetlen koncentrált elemmel helyettesíthatjuk az ismert gondolatmenetet követve.

Lágy lezárásnál ( $|Z_{m2}| \ll Z_{m0}$ ):

$$Z_{m1} = j\omega m + Z_{m2} \quad \text{ahol} \quad m = Al\rho, \quad \text{a rúd tömege}$$

Kemény lezárásnál ( $|Z_{m2}| \gg Z_{m0}$ ):

$$Z_{m1} = \frac{1}{j\omega c_m} + Z_{m2} \quad \text{ahol} \quad c_m = \frac{l}{EA}, \quad \text{a rúd rugóengedékenysége}$$

Az LE módusú piezoelektromos rezonátor hosszanti mérete,  $l_m$  (l. 15. ábra) a hullámhossz fele. (Itt a rúd impedanciája zérus, a létrehozott sebesség erő nélkül fenntartható.) A lapka szimmetrikus rezgést végez, a középső keresztmetszet helyben marad, ezért összetehető két  $\lambda/4$  hosszú, a végén befogott rúdból. Ezen frekvencia szűk környezetében helyettesítsük a  $\lambda/4$ -es rudat koncentrált elemekkel!

$Z_{m1}$  általános kifejezéséből leolvasható, hogy ha  $Z_{m2}$  tart a végtelenhez, a bemenő impedancia a következő:

$$Z_{m1} = \frac{Z_{m0}}{jtgkl}$$

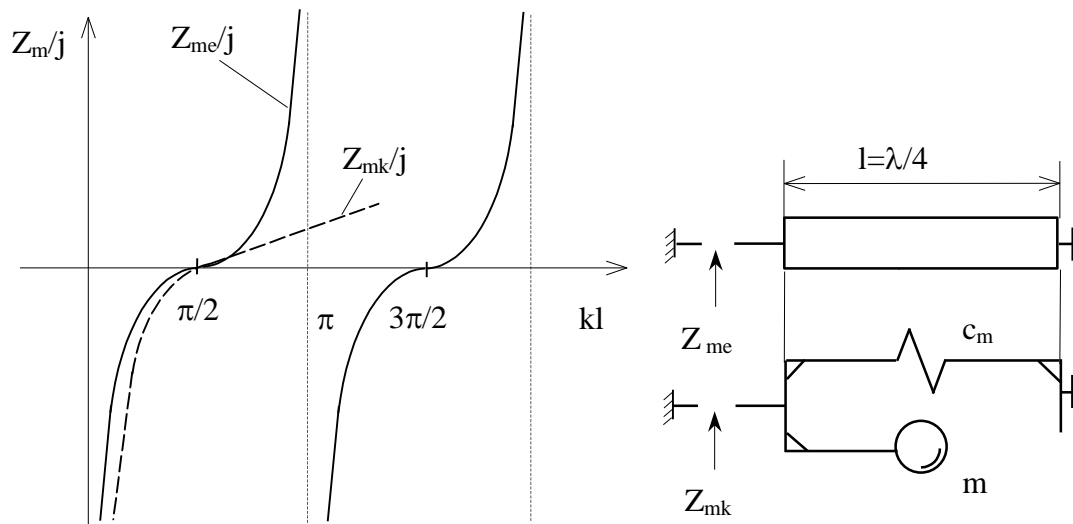
Az impedancia (továbbiakban  $Z_{me}$ )  $kl$  függvényében a 17. ábrán látható. Első zérusa a  $kl=\pi/2$  helyen van, ami éppen a  $\lambda=l/4$ -nek felel meg. A helyettesítő koncentrált elemes hálózatnak ugyanezen frekvencián kell zérus impedanciát adni. Kézenfekvő, hogy egy azonos rezonancia frekvenciájú tömeg-rugó elrendezéssel közelítsük a rúd impedanciáját. (L. 17. ábra.)

A koncentrált elemes impedancia és rezonancia frekvenciája:

$$Z_{mk} = j\omega m + \frac{1}{j\omega c_m} \quad \omega_1 = \frac{1}{\sqrt{mc_m}}$$

A megosztott elemes impedancia zérushelye:

$$k_1 l = \pi/2 \quad \omega_1 = \frac{\pi c}{2l}$$



17. ábra. A végén befogott,  $\lambda/4$  hosszú rúd elosztott és koncentrált elemes impedanciája

A két frekvencia azonossága nem elegendő két koncentrált elem meghatározásához, ezért még egy kikötést kell tennünk. Írjuk elő, hogy a két impedancia meredeksége is legyen azonos  $\omega_1$ -en:

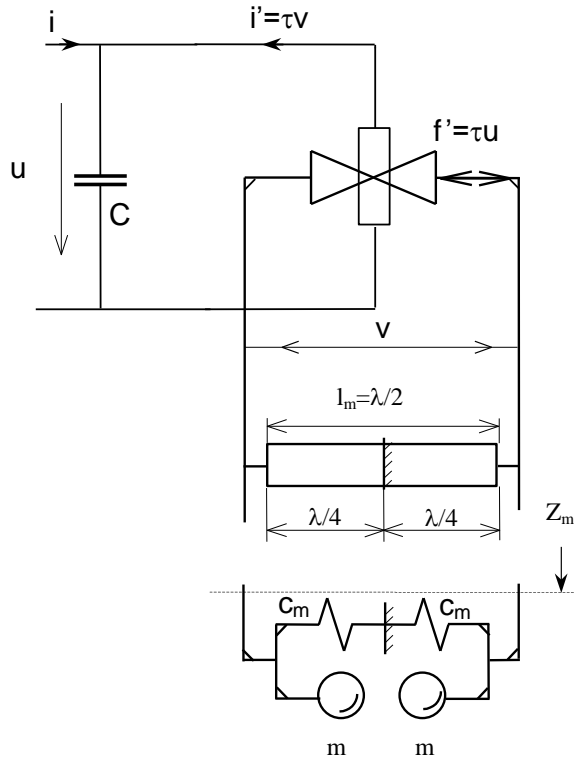
$$\left. \frac{\partial Z_{me}}{\partial \omega} \right|_{\omega_1} = j \frac{Z_{m0} l}{c \sin^2 kl} \Big|_{\omega_1} = j \frac{Z_{m0} l}{c}$$

$$\left. \frac{\partial Z_{mk}}{\partial \omega} \right|_{\omega_1} = j \left( m + \frac{1}{\omega_1^2 c_m} \right) = j 2m$$

A meredekségek, valamint a rezonancia frekvenciák egyenlőségéből kapjuk:

$$m = \frac{Al\rho}{2} \qquad c_m = \frac{8}{\pi^2} \frac{l}{EA}$$

Most térjünk vissza a rezonátorhoz. A  $\lambda/2$  hosszúságú rúd helyett rajzoljunk két  $\lambda/4$ -est és a megfelelő koncentrált elemeket (18. ábra).



18. ábra. A piezoelektromos rezonátor elektromechanikai helyettesítő képe

A  $Z_m$  impedancia két egyforma részimpedancia replusza:

$$Z_m = \frac{1}{2} \left( j\omega m + \frac{1}{j\omega c_m} \right)$$

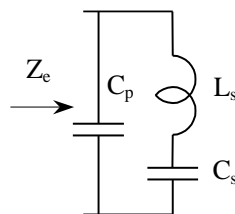
Áttranszformálva az elektromos oldalra:

$$Z_{em} = \frac{1}{\tau^2} Z_m = j\omega \frac{m}{2\tau^2} + \frac{1}{j\omega 2\tau^2 c_m}$$

Az elektromos impedancia tehát a nyugalmi kapacitással ( $C_p$ ) párhuzamosan kapcsolt soros rezgőkör (l. 19. ábra), ahol:

$$C_p = \epsilon_s \frac{A_e}{l_e} \qquad L_s = \frac{m}{2\tau^2}$$

$$C_s = 2\tau^2 c_m$$



19. ábra. A piezoelektromos rezonátor elektromos impedanciája

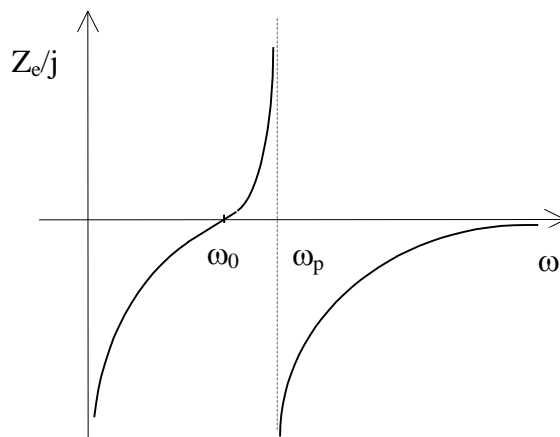
Felírva a bemeneti impedanciát:

$$Z_e = \frac{1}{sC_p} \times \left( sL_s + \frac{1}{sC_s} \right) = \frac{1}{s(C_p + C_s)} \frac{1 + \left( \frac{s}{\omega_0} \right)^2}{1 + \left( \frac{s}{\omega_p} \right)^2} \quad \text{ahol}$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{L_s C_s}$$

$$\omega_p^2 = \frac{1}{L_s (C_p \times C_s)} = \omega_0^2 \left( 1 + \frac{C_s}{C_p} \right)$$

Az impedancia frekvenciamenetét a 20. ábra mutatja.



20. ábra. A piezoelektromos rezonátor elektromos impedanciájának frekvenciamenete

A közelítés, amely alapján az impedanciamenetet meghatároztuk,  $\omega$  környezetében jó, de ha a pólus elegendően közel helyezkedik el, ott is megfelelő.

Látjuk, hogy az impedancia pólus-zérus távolsága a kapacitások viszonyától függ. A 15. ábra jelöléseivel, valamint a lapka szélességét  $w$ -vel jelölve, a kapacitások kifejezhetők:

$$\tau = ew$$

$$C_s = \frac{8}{\pi^2} \frac{e^2 w l_m}{c_e l_e}$$

$$C_p = \varepsilon_s \frac{l_m w}{l_e}$$

A kapacitások viszonya, és így a pólus-zérus távolság is *csak a piezoelektromos anyag jellemzőitől függ*:

$$\frac{C_s}{C_p} = \frac{8}{\pi^2} \frac{e^2}{c_e \varepsilon_s}$$

$$\frac{\omega_p}{\omega_0} = \sqrt{1 + \frac{8}{\pi^2} \frac{e^2}{c_e \varepsilon_s}}$$

Fenti viszony kvarc esetében nagyon kicsi, ezrelék nagyságrendű. Ez azt jelenti, hogy az impedancia roppant keskeny frekvenciatartományban lesz induktív, és meredeken változik a frekvenciával. Oszcillátorban induktivitásként használva igen nagy frekvenciastabilitás érhető el ilymódon (pl. 1°C hőmérsékletváltozásra  $10^{-6}$ ). Elektromechanikai szűrőkben alkalmazva a fenti kétpólust, nagy jósági tényezőjű, stabil, de keskenysávú szűrők készíthetők

kvarccal. Szélesebb sávú szűrőkhöz olyan anyagra van szükség, amelynél a pólus-zérus viszony nagyobb; ilyenek a piezoelektromos kerámiák, a kvarcénál jóval kisebb jósági tényezővel és hőmérséklet stabilitással.

#### Irodalom:

dr. Barát Zoltán: Műszaki akusztika előadások  
BME Villamosmérnöki Kar

Valkó Iván Péter: Az elektroakusztika alapjai  
Akadémiai Kiadó, Budapest 1963.



## 5. HANGSZÓRÓK

Az elektroakusztikai eszközök igen népes csoportját alkotják a különféle hangszórók, amelyek viszonylag nagy térben reprodukálják a hangteret. A hangszórókat csoportosíthatjuk

- akusztikai működésük szerint; így megkülönböztetünk *tölcséres* és *követlen sugárzó* hangszórókat. (A dobozba helyezett egy vagy több hangszóró a váltósűrőkkel együtt a *hangsugárzó*.)

- az átalakítás elve szerint; így lehetnek *dinamikus*, *kapacitív* és *piezoelektromos* hangszórók. (A magnetostriktív átalakítóval működő sugárzókat főleg az ultrahang tartományban, vagy folyadékban használják.)

A hangszórók műszaki jellemzői:

### 1. Érzékenység

A hangszórók érzékenysége a sávközépen, a névleges ellenállással számított 1 W teljesítménnyel keltett hangnyomásszint a főtengelyben, a hangszórótól 1 m távolságra. Az érzékenységet dB-ben adjuk meg, 20  $\mu\text{Pa}$ -ra vonatkoztatva.

### 2. Frekvenciamenet

A hangszóró főtengelyében, tőle 1 m-re mért hangnyomás a frekvencia függvényében, állandó feszültségű táplálás mellett.

### 3. Iránykarakterisztika

Egy, a hangszóró főtengelyét tartalmazó kiválasztott síkban, rögzített frekvencián mért érzékenység jelleggörbe a sugárzás irányának a függvényében.

### 4. Névleges impedancia

A sávközépen mért hangszóró impedancia abszolút értéke, szokásosan  $R_N=4, 8, 16 \Omega$ . Mindíg nagyobb a cséve ohmos ellenállásánál.

### 5. Az elektromos impedancia frekvenciamenete abszolút érték-fázisszög, vagy helygörbe formájában

A katalógusok rendszerint nem tartalmazzák, de többutas sugárzónál szükséges a váltósűrő tervezéséhez.

### 6. Terhelhetőség

$P_N$ , a legnagyobb rákapcsolható teljesítmény (pl. 70 W zenei, 50 W szinuszos)

### 7. A hangszóró hatásfoka

A hatásfok az elsugárzott akusztikai teljesítmény, valamint a felvett elektromos teljesítmény hányadosa. A nevezőt többféle módon lehet értelmezni, de a leggyakrabban használt dinamikus hangszóróknál és állandó feszültségű meghajtásnál a nevező  $U_g^2/R_N$ .

A hangszóró katalógusokban általában megtaláljuk a hangszóró elektromos, mágneses és mechanikai adatait, vagy az u. n. Thiele-Small paramétereit. Ez utóbbiak dinamikus hangszóróra vonatkoznak, és értelmezésük a következő:

$f_s$  [Hz]

a hangszóró rezonancia frekvenciája hangfal nélkül

$Q_{ms}$

a mechanikai jóság tényező:

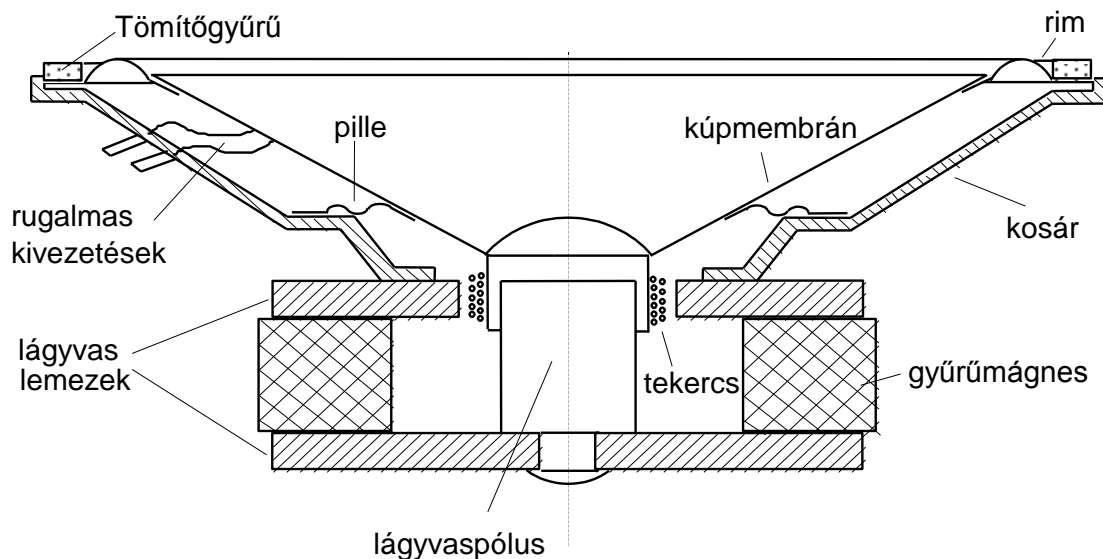
$$Q_{ms} = \frac{1}{\omega_s c_m r_v}$$

$Q_{es}$	az elektromos jósági tényező:	$Q_{es} = \omega_s \frac{m}{T^2} R$
$Q_{ts}$	az eredő jósági tényező	$Q_{ts} = Q_{ms} \times Q_{es}$
$V_{as} [m^3]$	ekvivalens térfogat	$V_{as} = \rho_0 c^2 c_m A^2$
$R [\Omega]$	a cséve ellenállása	
$\eta_0$	referencia hatásfok	$\eta_0 = \frac{\rho_{\ddot{o}}}{2\pi c} \frac{T^2}{Rm^2}$
$x_{max} [mm]$	a membrán lineáris kitérésének csúcsértéke	

A jelölések:  $T$ –átalakítási állandó;  $c_m$ ,  $m$ ,  $r_v$ –a membrán engedékenysége, a membrán, cséve és a sugárzási tömeg eredője, és a mechanikai rendszer veszteségi ellenállása;  $A$ –a membrán hatásos felülete.

## 5.1. A dinamikus (mozgótekerceses) hangszóró

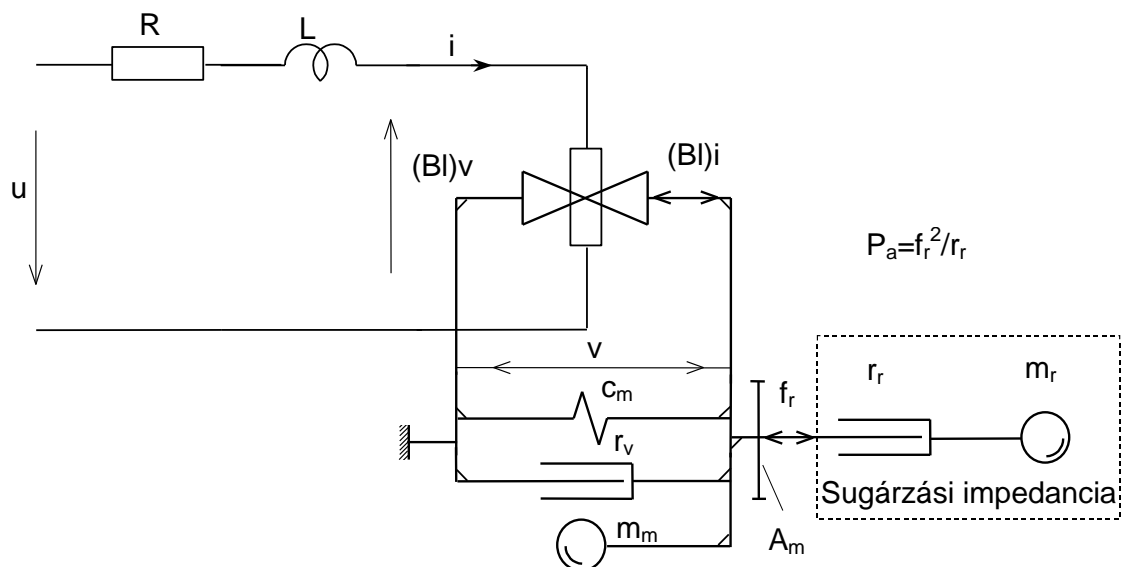
Egy jellegzetes hangszóró-felépítést látunk az 1. ábrán. A forgásszimmetrikus szerkezet három fő részből áll. Az első a mágneskör, amelyik tartalmazza a gyűrűalakú állandómágnest, a kör alakú alsó és felső lemezeket és a közepén elhelyezkedő hengeres lágyvaspólust. Ez utóbbiak igen jó mágneses vezetőképességű lágyvasból készülnek. Feladatuk az, hogy a lágyvaspólus nyitott végénél kialakuló gyűrűalakú légrésbe vezessék az állandómágnest fluxusát. Ebben a légrésben sugárirányú lesz a mágnes tér erővonalképe.



1. ábra. A dinamikus hangszóró felépítése

A második a mozgórész, ami tartalmazza a légrésben elhelyezkedő lengőtekerceset és annak tartóját, a papírból vagy műanyagból készült membránt és a membrán belső és külső rögzítésére szolgáló pillét és rimet. A rugalmas megvezetések biztosítják, hogy a membrán és a hozzáerősített lengőtekerces tengelyirányú mozgást végezhesen nagyobb elmozdulások esetén is.

Harmadik fő szerkezeti rész a mágneskörrel összeerősített kosár. A kosár a külső peremén furatokkal van ellátva, amelyekkel hangfalak és hangdobozok nyílásaira rögzíthetjük a hangszórót. Ugyanitt találjuk a tömítőgyűrűt is. A kosáron találjuk ezenkívül a pille és rim rögzítő fészkeket is. Ugyancsak a kosáron találjuk a hangszóró elektromos kivezetéseit. Itt végződnek a lengőcséve rugalmas kivezetései.

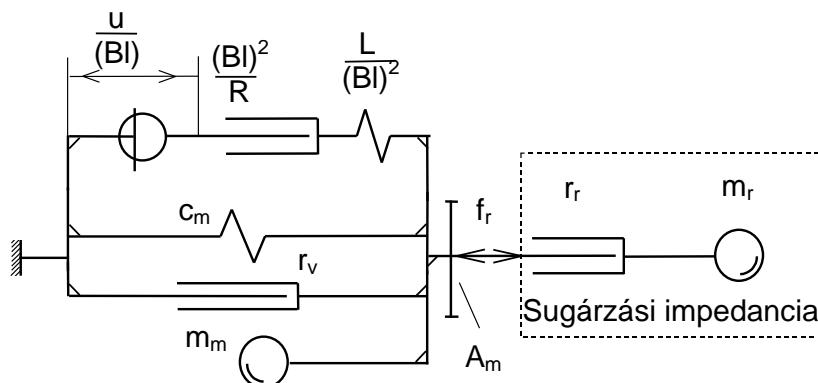


2. ábra. A dinamikus hangszóró elektromechanikai helyettesítő kapcsolása

A működési elv az, hogy amennyiben áram folyik át a lengőcsévén, akkor a légrés mágnesrével kölcsönhatásban tengelyirányú erő ébred, ami mozgásba hozza a tekercset és egyúttal a membránt is. A mozgó, viszonylag nagy felületű membrán pedig hanghullámokat kelt a térben.

A szerkezeti felépítés alapján egyszerű feladat a hangszóró elektromechanikai helyettesítő kapcsolását megrajzolni (2. ábra). A mechanikai oldalon találjuk a mechanikai lengőrendszert ( $m_m$ ,  $c_m$  és  $r_v$ ), az  $A_m$  felületű ideális membránt és a sugárzási impedancia  $r_r$  és  $m_r$  elemeit. A sugárzási impedancián megjelenő erőből határozhatjuk meg az elsugárzott akusztikai teljesítményt. Az elektromos oldal elemei a tekercs  $R$  ellenállása és  $L$  induktivitása valamint az  $u$  feszültségforrás. A két oldal közötti kapcsolatot az elektromechanikai átalakító teremti meg, melynek áttétele  $Bl$ .

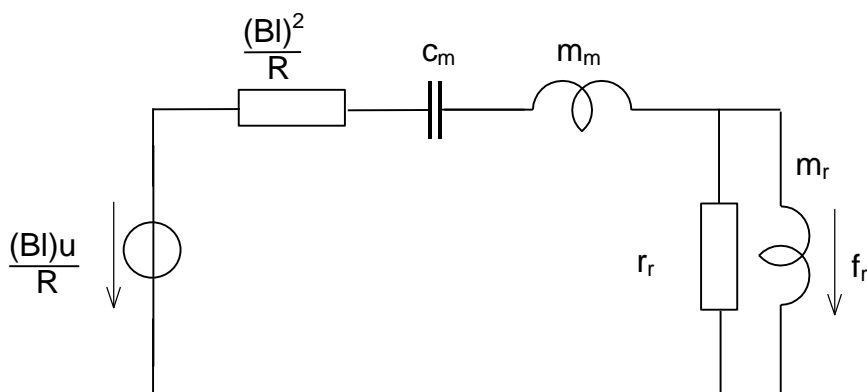
A hangszóró átvitelét az  $f_r$  és az  $u$  hányadosaként adhatjuk meg. Az átviteli függvényt legkönnyebben elektromos hálózatokban tudjuk felírni. Ezért transzformáljuk az elektromos oldalt a mechanikaira (3. ábra):



3. ábra. A dinamikus hangszóró mechanikai oldalra transzformálthelyettesítő kapcsolása

A tisztán mechanikai kapcsolat elektromos analógiára (4. ábra) fogjuk az átviteli függvényt felírni. Megrajzolásakor az áramgenerátort és belső ellenállását Norton-Thevenin átalakítás

után feszültséggenerátorral fogjuk helyettesíteni. (A vizsgált frekvenciatartományban a tekercs induktivitását és a mechanikai veszteséget elhanyagoljuk.)



4. ábra. Dinamikus hangszóró mechanikai hálózatának elektromos analógja

Az átviteli függvényt két résztartományra (kis- és középfrekvencia, valamint közép- és nagyfrekvencia) fogjuk felírni. Ezzel a módszerrel lényeges egyszerűsítéseket érhetünk el.

Kisfrekvencián az  $m_r$  sugárzási tömeg sönthatását figyelembevéve az  $r_r$ -t hanyagolhatjuk el.

$$\left. \frac{f_r}{u} \right|_{\text{kis}} = \frac{Bl}{R} \frac{sm_r}{\frac{(Bl)^2}{R} + \frac{1}{sc_m} + s(m_m + m_r)} = \frac{Bl}{R} \frac{m_r}{m_m + m_r} \frac{\frac{s^2}{\omega_0^2}}{1 + D \frac{s}{\omega_0} + \frac{s^2}{\omega_0^2}}$$

ahol  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{c_m(m_m + m_r)}}$  és  $\frac{D}{\omega_0} = \frac{(Bl)^2}{R} c_m$  a rezonanciafrekvencia és a veszteségi tényező.

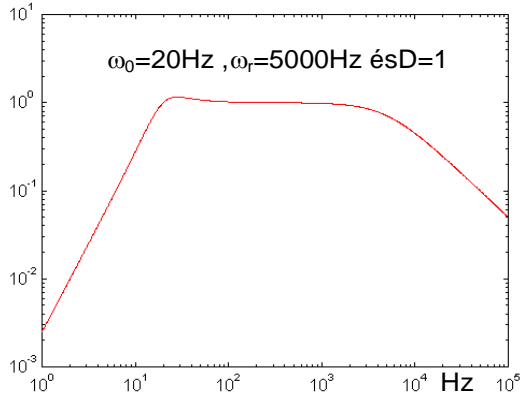
Nagyfrekvencián a  $c_m$  rövidzárnak tekinthető, az átranzformált cséveellenállás pedig elhanyagolható az  $m_m$  impedanciája mellett.

$$\left. \frac{f_r}{u} \right|_{\text{nagy}} = \frac{Bl}{R} \frac{sm_r x r_r}{sm_r x r_r + sm_m} = \frac{Bl}{R} \frac{m_r}{m_m + m_r} \frac{1}{1 + s \frac{m_m m_r}{r_r(m_m + m_r)}} = \frac{Bl}{R} \frac{m_r}{m_m + m_r} \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_r}}$$

ahol  $\omega_r = \frac{r_r}{m_m m_r}$  a sugárzási impedancia miatti töréspont.

A kisfrekvenciás képlet középfrekvencián ugyanazt adja, mint a nagyfrekvenciás, ezért a formulák összeilleszthetőek. A teljes átviteli függvény konstans szorzóval rövidítve:

$$\frac{f_r}{u} = \frac{Bl}{R} \frac{m_r}{m_m + m_r} \frac{\frac{s^2}{\omega_0^2}}{1 + D \frac{s}{\omega_0} + \frac{s^2}{\omega_0^2}} \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_r}} = K \frac{\frac{s^2}{\omega_0^2}}{1 + D \frac{s}{\omega_0} + \frac{s^2}{\omega_0^2}} \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_r}}$$



5. ábra. A dinamikus hangszóró relatív frekvencia-átvittele

Láthatóan az átviteli függvény (5. ábra) alul és felül egyaránt korlátozott. Alsó határnál 40dB/dekád meredekséggel, a felső határon  $-20\text{dB/dekád}$  meredekséggel.

### A hangszóró hatásfoka

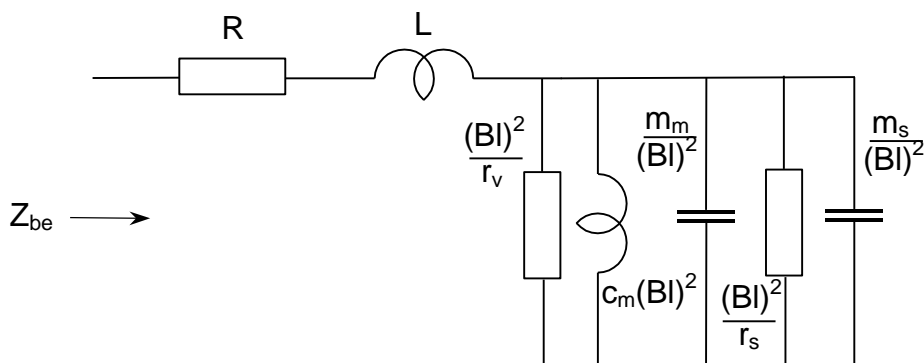
A hangszóró hatásfokát az akusztikai teljesítmény és az elektromos teljesítmény hányadosaként definiáljuk. A felvett elektromos teljesítményt úgy tekintjük, hogy az csak a lengőtekercs ellenállásán keletkezik. A számítást középfrekvencián ( $\omega_0 < \omega < \omega_r$ ) végezzük el, tehát elhanyagolható a membrán engedékenysége. Azt is feltételezzük, hogy a sugárzási impedancia tömeg összetevője sokkal kisebb az ellenállásnál.

$$\eta = \frac{P_{ak}}{P_{el}} \cong \frac{r_r}{i^2 R} = \frac{\left( Bli \frac{m_r}{m_m + m_r} \right)^2}{i^2 R r_r} = \left( \frac{m_r}{m_m + m_r} \right)^2 \frac{B^2 l^2}{\rho_{réz} \frac{l}{A_{réz}} r_r} = \left( \frac{m_r}{m_m + m_r} \right)^2 \frac{1}{r_r} \frac{B^2 V_{réz}}{\rho_{réz}}$$

A képletben felhasználtuk a huzal ohmos ellenállásának formuláját. Számszerűen a hatásfok néhány százalék.

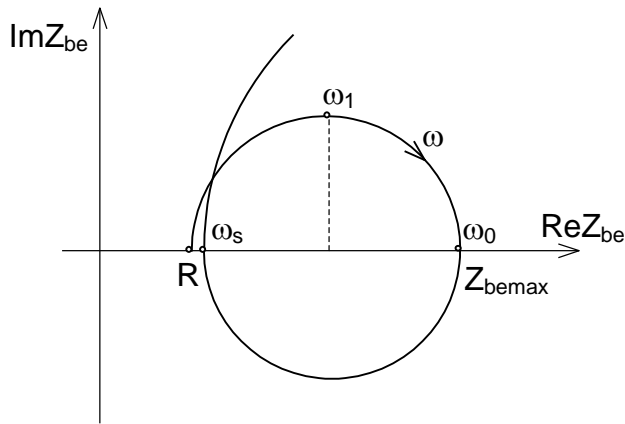
### A hangszóró bemenő impedanciája

Az erősítő kimenő fokozatának nem mindegy, hogy mekkora és milyen jellegű a



6. ábra. A dinamikus hangszóró elektromos bemenő impedanciája terhelése. Ezért illik tudnunk, hogy egy hangszóró hogyan viselkedik. Transzformáljuk most a mechanikai oldalt az elektromosra úgy, hogy a sugárzási impedancia azonos sebességű elemeit használjuk ( $m_s$  és  $r_s$ ):

A bemenő impedancia tehát egy veszteséges párhuzamos rezgőkörrel sorbakapcsolt R L hálózat. Ez egy jellegzetes impedanciamenetet eredményez, amit igen gyakran helygörbével ábrázolunk.



7. ábra. Dinamikus hangszóró helygörbéje

A helygörbe jellegzetes pontjai:

0 Hz-en R egyenáramú ellenállás,

$\omega_0$  rezonanciafrekvencián, ahol  $Z_{be}=Z_{bemax}$

$\omega_1$  frekvencia, ahol a mechanikai lengőrendszer valós és képzetes része egyforma és  $\omega_s$  soros rezonanciafrekvencia.

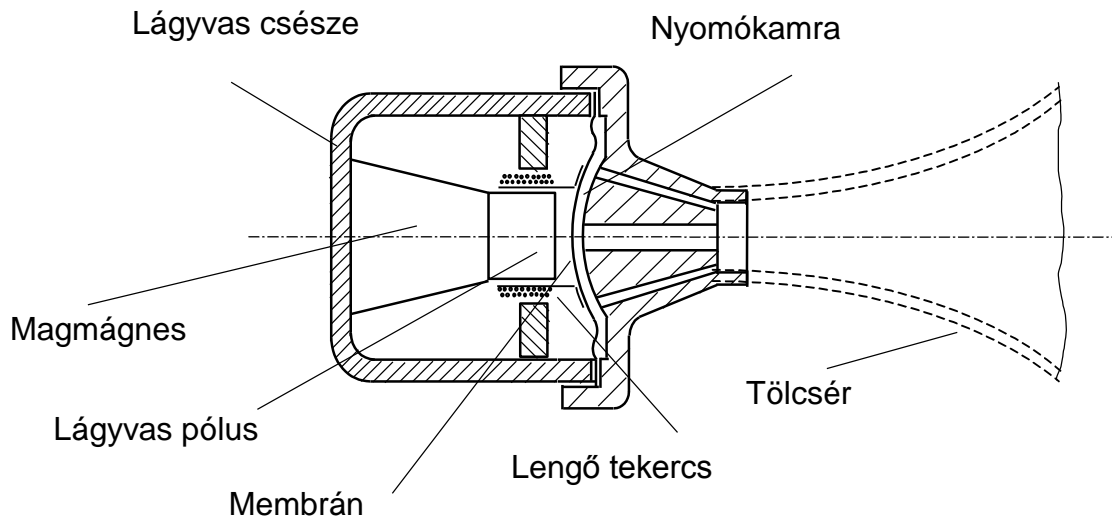
Nagyfrekvencián az impedancia a tekercs induktivitása miatt monoton növekszik, ugyanakkor az itt nem részletezett örvényáramú veszteségek miatt az impedancia valós része is növekszik.

Az örvényáramok hatása miatt az induktív impedancia növekedése csak  $\sqrt{\omega}$ -ás lesz. A kisebb növekedés kedvező az erősítő végfokozata szempontjából. Egyes hangszóróknál ezt a hatást a középső lágvaspólusnál (légrésben) járulékos vezetősapkával vagy rövidzármennel tovább fokozzák. Ennek ára a frekvencia növekedésével a romló elektromechanikai áttétel.

Ez a hangszórófajta egyaránt felhasználásra kerül stúdiótechnikai- és közszükségleti célokra.

## 5.2. A tölcéses hangszóró

A jó impedanciaillesztés elérésére gyakran akusztikai tölcsezt használunk, ami legtöbbször exponenciálisan táguló. A meghajtóegység is különféle típusú lehet, de a leggyakoribb a dinamikus átalakító. A tipikus felépítést a 8. ábrán követhetjük figyelemmel. A tölcéses hangszóró elektromechanikai rajza a 10. ábra szerint alakul.



8. ábra. Tölcséres hangszóró felépítése

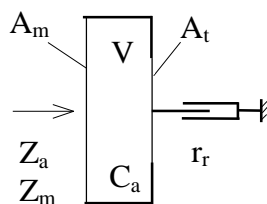
A tölcsér torkát terhelő impedancia felírása végtelen hosszú exponenciális tölcsérré igaz abban az esetben, ha a vizsgált frekvencia tartomány legalább egy oktávval van magasabban a tölcsér határfrekvenciájánál. Ilyenkor ugyanis a sugárzási impedancia tömeg része elhanyagolható, és a sugárzási ellenállás frekvenciafüggetlennek tekinthető:

$$r_r \cong A_t \rho_0 c$$

A nyomókamrának az a feladata, hogy a sugárzási ellenállást a membrán felületére feltranszformálja. A megnövelt ellenállás a sáv szélesség beállításához szükséges. Az összefüggéseket a 9. ábra szemlélteti.

A membránt terhelő akusztikai és mechanikai impedancia:

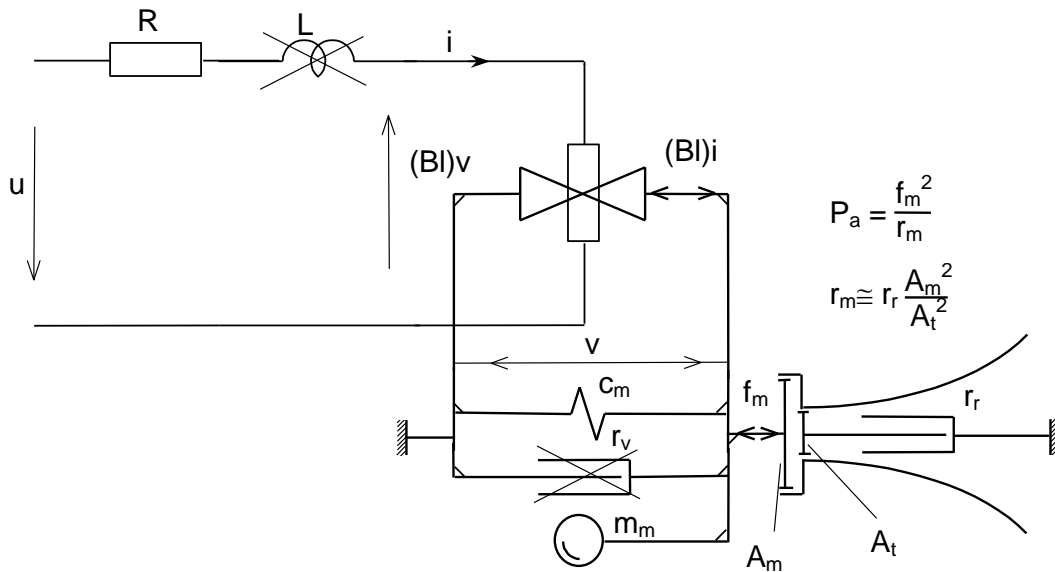
$$Z_a = \frac{1}{j\omega C_a} \times \frac{r_r}{A_t^2} \quad Z_m = \frac{1}{j\omega C_a / A_m^2} \times \left( \frac{A_m}{A_t} \right)^2 r_r$$



9. ábra. A transzformáló kamra elve

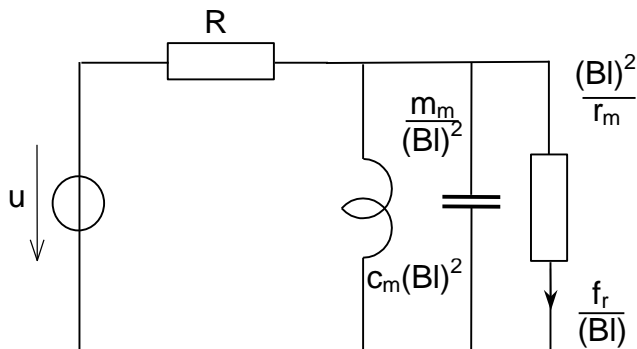
Ha a kamra térfogata elegendően kicsi, a kapacitív impedancia elhanyagolható a sugárzási ellenállás mellett, és a membránt csak a feltranszformált ellenállás terheli. A frekvencia növekedésével a kapacitív impedancia csökken, és az átviteli sáv felső szakaszán rendszerint már jelentkezik a kamra söntölő hatása.





10. ábra. A tölcéses hangszóró elektromechanikai helyettesítő kapcsolása

Hanyagoljuk el ismét a tekercs induktivitását és a mechanikai veszteséget. A maradék hálózat áttaszformálás után a következő:



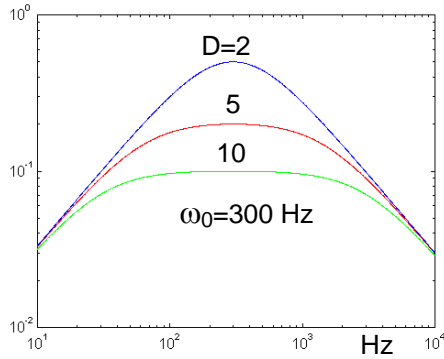
11. ábra. A tölcéses hangszóró elektromos oldalra transzformálva

Miután az elsugárzott teljesítmény  $f_r$ -el arányos, célszerű ezt felvenni az átviteli függvénybe:

$$\frac{f_r}{u} = (Bl) \frac{1}{\frac{(Bl)^2}{r_m} \frac{r_m + sm_m + \frac{1}{sc_m}}{(Bl)^2} + R} = \frac{r_m}{(Bl)} \frac{(Bl)^2}{(Bl)^2 + R \left( r_m + sm_m + \frac{1}{sc_m} \right)}$$

$$= \frac{r_m}{(Bl)} \frac{(Bl)^2 sc_m}{(Bl)^2 sc_m + R \left( r_m sc_m + s^2 m_m c_m + 1 \right)} = r_m \frac{(Bl)}{R} \frac{sc_m}{\left( \frac{(Bl)^2}{R} + r_m \right) sc_m + s^2 m_m c_m + 1} = K \frac{\frac{s}{\omega_0}}{\left( \frac{s}{\omega_0} \right)^2 + D \frac{s}{\omega_0} + 1}$$

ahol a rezonancia  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{m_m c_m}}$ , a veszteség  $D = \left( \frac{(Bl)^2}{R} + r_m \right) c_m \omega_0$  és  $K = \frac{r_m Bl}{R} \sqrt{\frac{c_m}{m_m}}$



12.ábra. Tölcséres hangszóró relatív átviteli függvénye

A maximális hatásfok a rezonancia frekvencián lép fel. A 11. ábra alapján jól látható, hogy ez az érték az ohmos feszültségosztással lesz azonos.

$$\eta = \frac{\frac{(Bl)^2}{r_m}}{R + \frac{(Bl)^2}{r_m}} = \frac{1}{1 + R \frac{r_m}{(Bl)^2}}$$

A hatásfok szokásos értéke néhányszor 10%. Természetesen ez attól is függ, hogy mekkora a sávzélesség ill. a veszteségi tényező. Ha az akusztikus transzformáció nagy, akkor megnő a veszteség és a sávzélesség, ugyanakkor a hatásfok lecsökken. Határozzuk meg a hangszóró sávzélességét, valamint a sávzélesség és a hatásfok kapcsolatát!

A sávzélesség meghatározásához a generátor és a cséveellenállás alkotta Thevenin-kapcsolást alakítsuk át Norton kapcsolássá, így egy áramgenerátorral meghajtott párhuzamos rezgőkört kapunk. Az elsugárzott teljesítmény megegyezik a  $T^2/r_m$  ellenállásra jutó teljesítménnyel.

Ismeretes, hogy a sávzélesség a következőképpen nyerhető:

$$\Delta\omega = \frac{1}{R_e C} \quad \text{ahol}$$

$$R_e = R \times \frac{T^2}{r_m} \quad \text{és} \quad C = \frac{m_m}{T^2}$$

$R_e$  és  $C$  összefüggéseit behelyettesítve  $\Delta\omega$  képletébe, a sávzélességre a következő összefüggés adódik:

$$\Delta\omega = \frac{1}{R_e \times \frac{T^2}{r_m} \frac{m_m}{T^2}} = \frac{\frac{T^2}{R} + r_m}{m_m}$$

A megnövelt sugárzási ellenállásnak lényeges szerepe van a sávzélesség meghatározásánál, mivel értéke azonos nagyságrendű az elektromos oldalról áttranszformált ellenállással.

A sávzélesség és a maximális hatásfok kapcsolatát megkapjuk, ha a sávzélesség összefüggéséből kifejezzük  $r_m$ -et, és behelyettesítjük a hatásfok képletébe:

$$r_m = m_m \Delta\omega - \frac{T^2}{R}$$

$$\eta = \frac{T^2}{R m_m \Delta\omega} = \frac{B^2 V_c}{\rho_c m_m \Delta\omega}$$

ahol  $V_c$  a cséve térfogata, és  $\rho_c$  a huzal fajlagos ellenállása.

A közvetlen sugárzó és a tölcséres hangszóró határfok képletét összehasonlítva látjuk, hogy az utóbbiban nem szerepel a sugárzási tömeg és az össz tömeg hányadosa, ami erősen lerontja a közvetlen sugárzó határfokát. Tovább javítható a tölcséres határfoka alumínium lengőcséve alkalmazásával. A nevezőben ugyanis jelen van a cséve huzal fajlagos ellenállásának és sűrűségének a szorzata, ami alumínium esetében közelítőleg a fele a vörösrézének.

A jó határfok és a szerény sáv szélesség az oka annak, hogy elsősorban hangosítási feladatokra használjuk. Esetenként többutas rendszerekben magassugárzóként is szerepel.

### 5.3. A véges hosszúságú exponenciális tölcsér

A tölcséres hangszóró tulajdonságaira vonatkozó eddigi megállapításaink feltételezték, hogy a tölcsér exponenciális és végtelen hosszú. Mivel ez utóbbi feltétel nem valósítható meg, felvetődik a kérdés, hol vágjuk el a tölcsért, hogy a hangszóró jellemzői ne változzanak lényegesen.

A végtelen hosszú tölcsér sugárzási impedanciája változatlan marad a véges esetben is, ha a tölcsért illetően zárjuk le. Ez azt jelenti, hogy a szabadon maradt szájnyílást akkora impedanciával kell terhelni, amekkorát az eltávolított tölcsér darab képviselt, azaz  $A_{sz}\rho_0c$ -vel. ( $A_{sz}$  a tölcsér szájnyílása.) A szabad tér terhelő hatását dugattyú sugárzási impedanciájával tudjuk helyettesíteni. Akár hangfalban, akár cső végén mozgó dugattyúval számolunk, a sugárzási impedancia csak akkor lesz tiszta valós és frekvenciafüggetlen, ha  $kr_{sz} \gg 1$  ( $r_{sz}$  a szájnyílás sugara). Ennek a feltételnek minden, tehát az átvinni kívánt legkisebb frekvencián is teljesülni kell. Ez a követelmény kisfrekvenciákon olyan nagy szájnyíláshoz vezet, ami a gyakorlatban használhatatlan, de magashangszugárzóknál elfogadhatóak a méretek.

Az illetlenül lezárt szájnyílású tölcsér sugárzási ellenállása a frekvencia függvényében ingadozik, annál erősebben, minél nagyobb a reflexió.

Ha adott specifikációjú hangszóróhoz méretezünk tölcsért, a szájnyíláson kívül még két méretet kell meghatározni: a tágulási tényezőt és a torokkeresztmetszetet.

A tágulási tényező a határfrekvenciából számítható:

$$m = \frac{2\omega_h}{c}$$

Láthatóan minél kisebb frekvenciájú hangot akarunk elsugározni, annál kisebb lesz a tölcsér tágulási tényezője, azaz annál lassabban tágul a tölcsér. A határfrekvenciát az átviteli sáv alatt kb. egy oktávval célszerű megválasztani.

A torokkeresztmetszet az elsugárzott teljesítmény és a megengedett legnagyobb torzítás függvénye. A teljesítmény a legkisebb keresztmetszetben hozza létre a legnagyobb intenzitást és hangnyomást, ami nemlineáris torzításhoz vezet. A második harmonikus és az alapharmonikus hányadosa a szájnyílásnál a következő módon számítható:

$$k_2 = \frac{\chi + 1}{2\chi} \frac{p_{1t}}{p_0} \frac{\omega}{\omega_h}$$

ahol  $\chi$  a fajhőhányados,  $p_0$  a nyugalmi légköri nyomás, és  $p_{1t}$  a hangnyomás a torokban:

$$p_{1t} = \sqrt{I_t \rho_0 c} \quad I_t = \frac{P_a}{A_t}$$

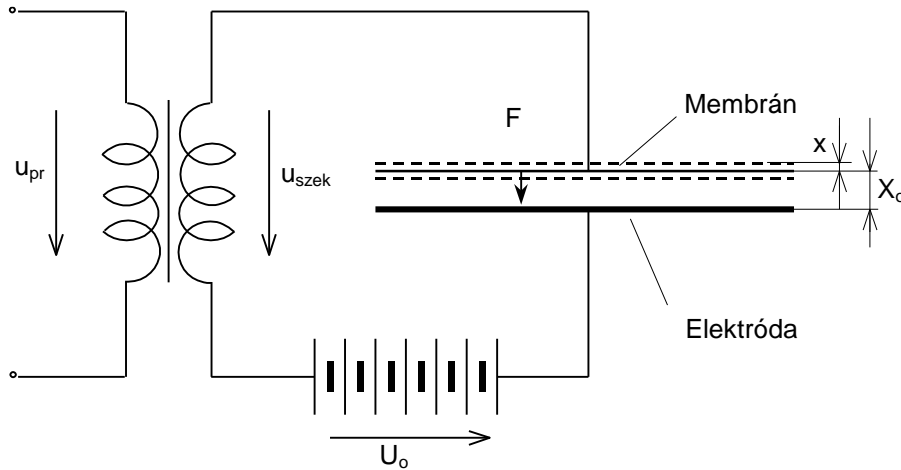
$I_t$  intenzitás a torokban,  $P_a$  az elsugárzott teljesítmény és  $A_t$  a torokkeresztmetszet

A felső sávhatáron megengedett torzításból kiszámítható tehát a hangnyomás a torokban, ebből az intenzitás, és a teljesítmény ismeretében a torokkeresztmetszet. A torok- és

a szájnylás, valamint a tágulási tényező meghatározzák a tölcsér hosszát. Ezzel a tölcsér minden adata ismert.

## 5.4. Sztatikus hangszóró

Az elektromos erőhatást felhasználó hangszórótípust nevezzük sztatikus hangszórónak. A hangszóró elvi felépítését az 1. ábrán láthatjuk.

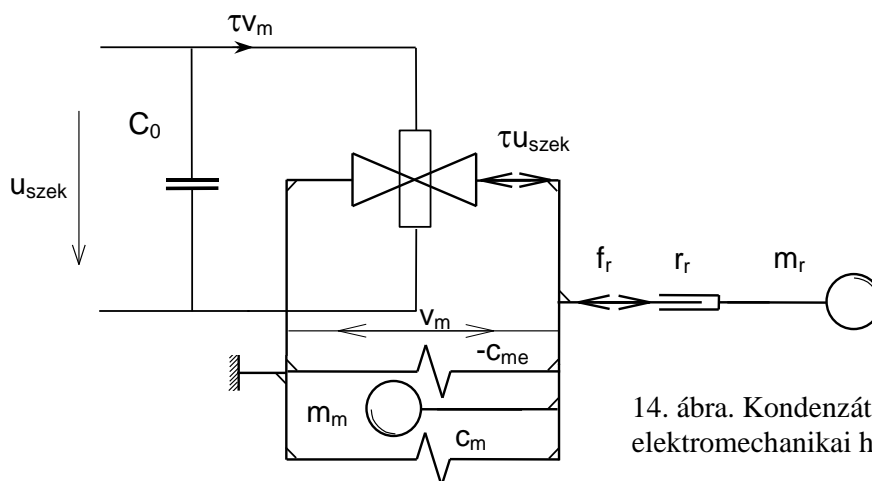


13. ábra. Elektrosztatikus hangszóró

A rögzített kivitelű állórész (elektróda) és a mozgórész (membrán) alkotta kondenzátor néhány kilovoltra van feltöltve. A szokásos nagyságú hangfrekvenciás jel ( $u_{pr}$ ) pedig egy transzformátorral van felnövelve többszáz voltosra ( $u_{szek}$ ). Hangfrekvenciás jel nélkül az  $X_0$  nyugalmi légrés alakul ki. A vezérlés hatására a lemezek között ható vonzóerő a hangfrekvencia ( $u_{szek}$ ) előjelétől függően növekszik vagy csökken:

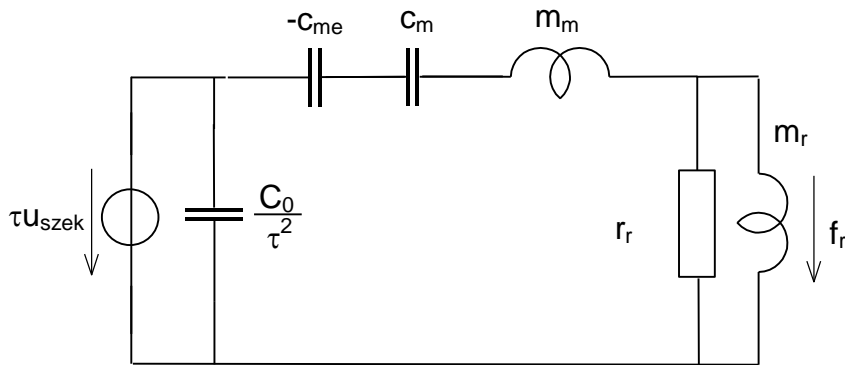
$$F = \frac{\epsilon_0 (U_0 + u_{szek})^2 A}{2X^2} = \frac{\epsilon_0 U_0^2 A}{2X^2} \left( 1 + 2 \frac{u_{szek}}{U_0} + \frac{u_{szek}^2}{U_0^2} \right) = F_0 + f_1 + f_2$$

Az erőváltozás pedig létrehozza az  $x$  légrésváltozást. (Az  $f_1$  erő lineáris, az  $f_2$  pedig négyzetes, ami torzítást okoz.) A teljes rendszer elektromechanikai kapcsolása az alábbi ábrán látható.



14. ábra. Kondenzátorhangszóró elektromechanikai helyettesítő kapcsolása

A sugárzási impedancián megjelenő erő ( $f_r$ ) és a meghajtófeszültség ( $u_{szek}$ ) hányadosa jellemző a hangszóró frekvenciamenetére. A keresett függvényt a mechanikai oldalra transzformált rendszer elektromos analóg hálózata alapján könnyen felírhatjuk.



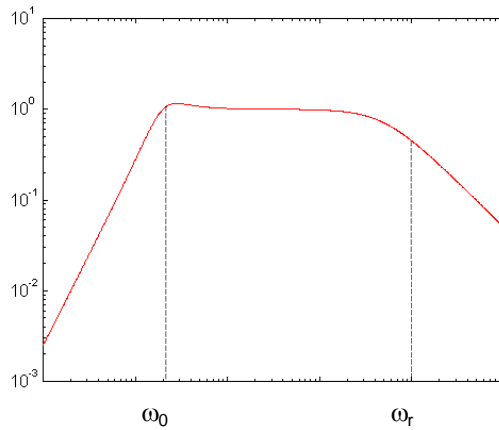
15. ábra. Sztatikus hangszóró mechanikai hálózatának elektromos analógja

Az átviteli függvény (16. ábra) nagyon hasonló a dinamikus közvetlensugárzó hangszóróéhoz. A  $C_0$  kapacitás nem játszik szerepet az átvitelben.

$$\frac{f_r}{u_{szek}} = \tau \frac{m_r}{m_m + m_r} \frac{\frac{s^2}{\omega_0^2}}{1 + D \frac{s}{\omega_0} + \frac{s^2}{\omega_0^2}} \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_r}} = K \frac{\frac{s^2}{\omega_0^2}}{1 + D \frac{s}{\omega_0} + \frac{s^2}{\omega_0^2}} \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_r}}$$

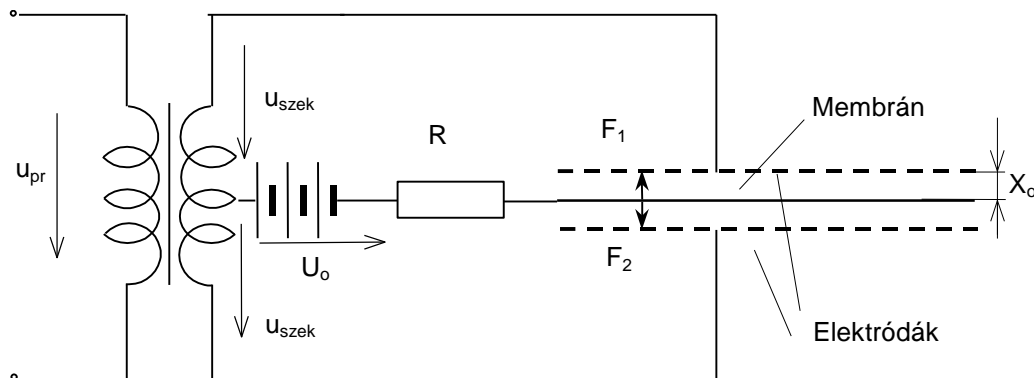
ahol:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{c_m x (-c_{me})(m_m + m_r)}} \text{ és } \omega_r = \frac{r_r}{m_m x m_r}$$



16. ábra. A sztatikus hangszóró relatív frekvencia-átvitele

A torzítatlan jelátvitel érdekében szokás az ellenütemű kialakítás és egy igen nagyértékű soros ellenállás beépítése (17. ábra.). Az ellenütemű felépítéskor egyidejűleg két

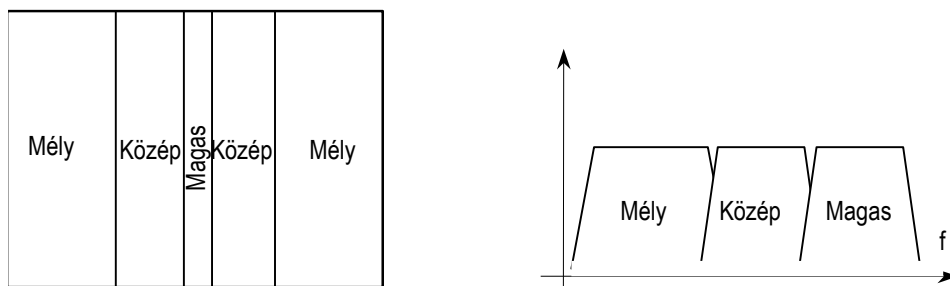


17. ábra. Ellenütemű felépítés

erő,  $F_1$  és  $F_2$  különbsége fog a két elektróda közötti membránra hatni. A különbségképzéskor a páros (négyzetes) komponensek eltűnnek, a lineáris tag pedig megduplázódik.

$$F_1 - F_2 = \frac{\epsilon_0 U_0^2 A}{2X^2} \left[ \left( 1 + 2 \frac{u_{szek}}{U_0} + \frac{u_{szek}^2}{U_0^2} \right) - \left( 1 - 2 \frac{u_{szek}}{U_0} + \frac{u_{szek}^2}{U_0^2} \right) \right] = 2f_1 = 2 \frac{\epsilon_0 U_0^2 A}{X^2} \frac{u_{szek}}{U_0}$$

A nagy soros ellenállás beiktatásával elérhetjük, hogy a kondenzátor töltése állandó maradjon. Ezzel a megoldással viszonylag nagy kitéréseknél is lineáris marad a működés. A kétszeresre nőtt erőkomponens ( $2f_1$ ) mellett a nyugalmi kapacitás felére csökken. Természetesen a teljes hangfrekvenciás sáv átfogása ezzel a típussal sem lehetséges, ezért szükséges a többutas kialakítás. Háromutas megoldást használnak a Quad ESL 63-as gyártmányban. A sugárzófelület (kb.  $1 \text{ m}^2$ ) öt részre van osztva. Nagy teljesítmények elsugárzására nem alkalmas!



18. ábra. Szélessávú, többutas sztatikus hangszóró felépítése

A kondenzátorhangszórót igen gyakran csak magassugárzóként használjuk, ahol kis kitéréssel is elegendő teljesítmény tudunk elsugározni.. Rendszerint 8 kHz felett, rezonancia környékén működik. Ilyenkor a kisfrekvenciás sávban dinamikus hangszórót működtetünk.

Irodalom:

dr. Barát Zoltán: Műszaki akusztika előadások

BME Villamosmérnöki Kar

Richard H. Small: Direct-Radiator Loudspeaker Analysis

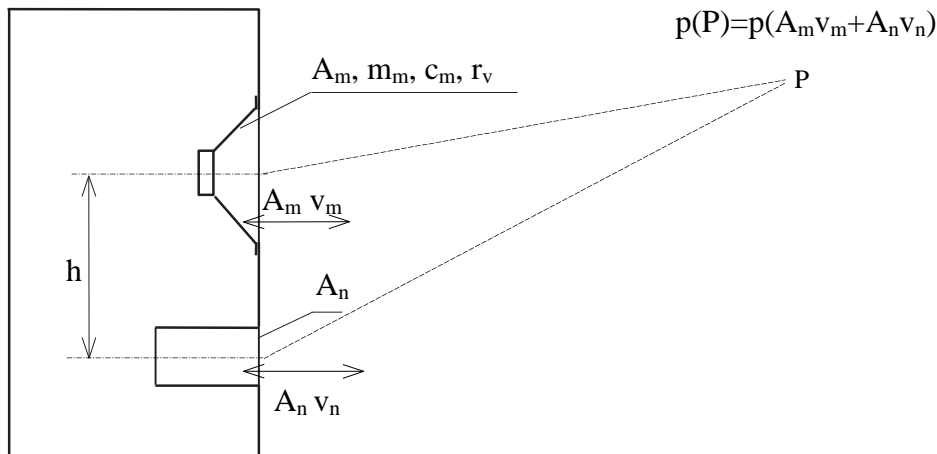
Journal of the Audio Engineering Society, Vol. 20, Nr. 5.  
Leo L. Beranek:Acoustics, McGraw-Hill Publishing Co. Ltd. 1954.



## 6. MÉLYREFLEX HANGSUGARZÓ TERVEZÉSE

Ismeretes, hogy az akusztikai rövidzár megszüntetése céljából a hangszórót hangfalban vagy hangdobozban kell elhelyeznünk. Leggyakrabban nyílás nélküli zárt dobozt használunk, aminek hátránya, hogy megemeli a hangszóró saját rezonancia frekvenciáját, ezáltal felfelé tolja el a sugárzási tartomány alsó határát. A zárt dobozt megfelelően méretezett nyílással ellátva elérhető, hogy az alsó határfrekvencia nem növekszik, sőt csökken a hangszóró rezonancia frekvenciájához viszonyítva.

A mélyreflex doboznál a membrán mellett a nyílás is sugároz, a hangtér egy pontjában a hangnyomás a két forrás által keltett nyomás fázishelyes eredője lesz (l. 1. ábra). Ha a mérési pont (P) elegendően távol van a forrásoktól, azaz a pont távolsága jóval nagyobb a membrán és a nyílás átmérőjénél ( $d_m, d_n$ ), valamint a membrán és a nyílás távolságánál ( $h$ ), az eredő hangnyomás a két sugárzó térfogatsebességének összegével arányos. A méretezésnek tehát az a célja, hogy az eredő térfogatsebesség (és hangnyomás) frekvenciasávját szélesítse a kisfrekvenciák irányába.

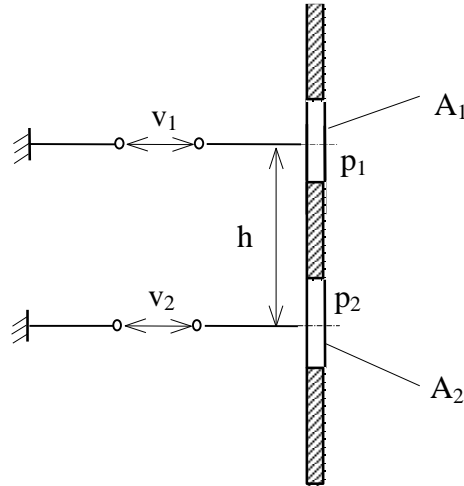


1. ábra. Mélyreflex hangsugárzó

A számítások megkezdése előtt azonban meg kell gondolnunk, hogy milyen akusztikai terhelést lát a sugárzó, azaz milyen a reflexdoboz sugárzási impedanciája. Ugyanis az egymás közelében elhelyezett dugattyúk felületén kialakuló hangnyomás nem csak a saját, de a szomszédos dugattyú térfogatsebességének is a függvénye.

## 6.1. A kölcsönös sugárzási impedancia

Tekintsük a 2. ábrát, ahol az  $r_1$  és  $r_2$  sugarú,  $A_1$  és  $A_2$  felületű kör alakú dugattyúkat egy végtelen nagy, merev hangfalra szereltük. A két középvonal távolsága  $h$ , sebességük  $v_1$  és  $v_2$ .



2. ábra. A kölcsönös sugárzási impedancia számítása

A felső dugattyú felületén a  $p_1$  hangnyomást egyrészt az  $A_1 v_1$ , másrészt az  $A_2 v_2$  térfogatsebesség kelti. A nyomás és a térfogatsebesség hányadosa akusztikai impedancia, tehát  $p_1$  a következő formában írható:

$$p_1 = Z_{a1} A_1 v_1 + Z_i A_2 v_2$$

A fenti egyenletben  $Z_{a1}$  a felső dugattyún mérhető nyomásnak és a dugattyú térfogatsebességének a hányadosa abban az esetben, ha az alsó dugattyú sebessége zérus. Ez nem más, mint a felső dugattyú sugárzási impedanciája,  $Z_{as1}$ . Az egyenlet második tagja azt a nyomás összetevőt adja meg, amit az alsó dugattyú térfogatsebessége kelt a felsőn, az utóbbi rögzített helyzetében ( $v_1 = 0$ ). Az itt szereplő  $Z_i$  impedanciát nevezzük kölcsönös sugárzási impedanciának, és  $Z_{ak}$  - val jelöljük.

Az alsó dugattyú felületén a nyomás hasonló gondolatmenettel adódik, így a sugárzó akusztikai terhelését az alábbi egyenletpár határozza meg:

$$p_1 = Z_{as1} A_1 v_1 + Z_{ak} A_2 v_2 \quad (1)$$

$$p_2 = Z_{ak} A_1 v_1 + Z_{as2} A_2 v_2 \quad (2)$$

$Z_{as1}$  és  $Z_{as2}$  a végtelen, merev hangfalban mozgó kör alakú dugattyú akusztikai sugárzási impedanciája:

$$Z_{as1} = 1.44 \frac{\rho_0 c}{A_1} \times j \omega 0.85 \frac{\rho_0 r_1}{A_1} \quad (3)$$

$$Z_{as2} = 1.44 \frac{\rho_0 c}{A_2} \times j \omega 0.85 \frac{\rho_0 r_2}{A_2} \quad (4)$$

ahol  $\rho_0$  a levegő sűrűsége, és  $c$  a hang terjedési sebessége.

Kisfrekvenciákon, ahol teljesül a  $kr \ll 1$  feltétel, a sugárzási impedancia a valós és képzetes tag összegeként is megadható:

$$Z_{as1} \cong \frac{1}{2} \frac{\rho_0 c}{A_1} (kr_1)^2 + j\omega 0.85 \frac{\rho_0 c}{A_1} \quad (5)$$

$$Z_{as2} \cong \frac{1}{2} \frac{\rho_0 c}{A_2} (kr_2)^2 + j\omega 0.85 \frac{\rho_0 r_2}{A_2} \quad (6)$$

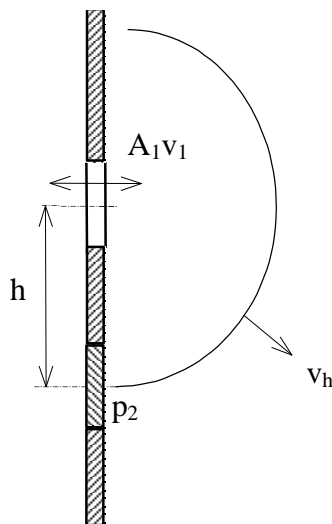
A fenti összefüggésekben  $k$  a hullámszám:

$$k = \frac{\omega}{c} \quad \text{ahol } \omega \text{ a frekvencia rad/sec-ban.}$$

A következő feladatunk a  $Z_{ak}$  kölcsönös impedancia meghatározása. Definíciónk szerint:

$$Z_{ak} = \frac{p_1}{A_2 v_2} \Big|_{v_1=0} = \frac{p_2}{A_1 v_1} \Big|_{v_2=0}$$

Keressük meg például  $p_2$  és  $A_1 v_1$  kapcsolatát a  $v_2=0$  esetben! Másszóval számítsuk ki az  $A_1 v_1$  térfogatsebesség által keltett  $p_2$  hangnyomást a merev alsó dugattyú ("befalazott nyílás") középvonalában (3. ábra).



3. ábra. A kölcsönös impedancia számítása

Mivel a dugattyú kerülete sokkal kisebb a hullámszámnál, azaz  $kr \ll 1$ , feltételezhetjük, hogy a sugárzó gömbhullámokat kelt. A  $h$  sugarú gömbhullám felületén a nyomás és a részecske sebesség hányadosa, a specifikus impedancia:

$$\frac{p_2}{v_h} = \rho_0 c (1 \times jkh) \quad (7)$$

Amennyiben  $kh$  is sokkal kisebb egynél:

$$\frac{p_2}{v_h} \cong \rho_0 c (kh)^2 + j\omega \rho_0 h \quad (8)$$

Következő lépésünkhöz használjuk fel a gömbhullámok azon tulajdonságát, hogy kisfrekvenciákon, vagy a forrás közelében (pl. ha  $kh \ll 1$ ) a gömbhullámok térfogatsebessége állandó.

$$A_1 v_1 = A_{fg} v_h \quad (9)$$

ahol  $A_{fg}$  a  $h$  sugarú félgömb felülete, és  $v_h$  a részecske sebesség a felület mentén. Ez utóbbi összefüggésből kifejezve  $v_h$ -t és visszaírva (5)-be, nyerjük:

$$\frac{p_2}{A_1 v_1} = \frac{\rho_0 c}{2 \pi h^2} (1 \times jkh), \quad \text{azaz}$$

$$Z_{ak} = r_{ak} \times j\omega m_{ak} \quad (10)$$

ahol

$$r_{ak} = \frac{\rho_0 c}{2 \pi h^2} \quad (11)$$

$$m_{ak} = \frac{\rho_0}{2 \pi h} \quad (12)$$

Felhasználva a (8) közelítő összefüggést, kapjuk:

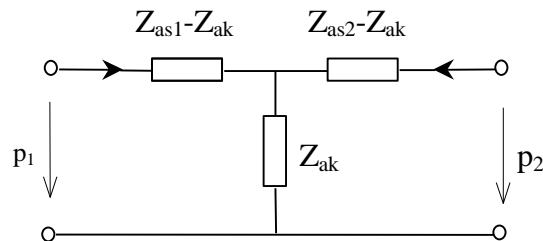
$$Z_{ak} \cong r_{ak}' + j\omega m_{ak}' \quad (13)$$

ahol

$$r_{ak}' = \frac{\rho_0}{2 \pi c} \omega^2 \quad (14)$$

$$m_{ak}' = m_{ak} \quad (15)$$

Ezzel tehát ismertek az (1) és (2) egyenletek impedanciaparaméterei. A 4. ábrán felrajzoltuk az egyenleteknek megfelelő akusztikai hálózat egy lehetséges elektromos analógját.



4. ábra. A kölcsönös impedancia elektromos analóg kapcsolása

A T-kapcsolás soros ágaiban lévő két impedanciát érdemes külön megvizsgálni. Az (5) és (6), valamint a (13) összefüggéseket felhasználva és a továbbiakban elhagyva a közelítés jelét, írható:

$$Z_{as1} - Z_{ak} = \frac{1}{2} \frac{\rho_0 c}{A_1} (kr_1)^2 - \frac{\rho_0}{2 \pi c} \omega^2 + j\omega(m_{as1} - m_{ak}') =$$

$$= \frac{1}{2} \frac{\rho_0 c}{r_1^2 \pi} \left( \frac{\omega}{c} r_1 \right)^2 - \frac{\rho_0}{2 \pi c} \omega^2 + j\omega(m_{as1} - m_{ak})$$

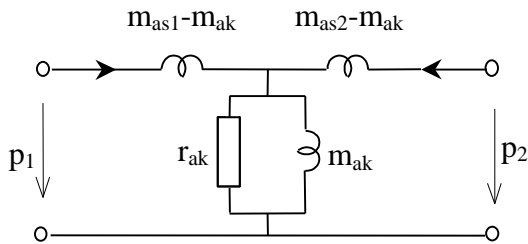
Látjuk, hogy a valós részek eredője zérus, és így a keresett impedancia tiszta reaktáns, tömeg jellegű impedancia:

$$Z_{as1} - Z_{ak} = j\omega(m_{as1} - m_{ak})$$

Értelemszerűen adódik a másik soros ág impedanciája:

$$Z_{as2} - Z_{ak} = j\omega(m_{as2} - m_{ak})$$

Az 5. ábrán látható a két dugattyút terhelő sugárzási impedancia elektromos analóg kapcsolása. Mivel csak a keresztágban lévő kölcsönös impedancia tartalmaz valós összetevőt, az elsugárzott teljesítmény az  $r_{ak}$  ellenálláson fellépő teljesítményként számítható.



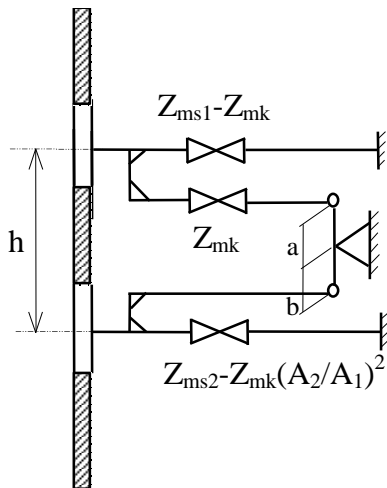
5. ábra. A kölcsönös sugárzási impedancia

A 6. ábrán felrajzoltuk a mechanikai kölcsönös sugárzási impedanciát az 1. felületre (későbbiekben ez lesz a hangszóró membránja) transzformálva. A megfelelő áttételű emelő biztosítja, hogy a sugárzási és a kölcsönös impedanciák valós része a mechanikai rendszerben is azonos legyen. Az impedanciák és az emelő karok:

$$Z_{ms1} = A_1^2 Z_{as1}$$

$$Z_{ms2} = A_2^2 Z_{as2} \quad a=1 \quad \text{és} \quad b=A_1/A_2$$

$$Z_{mk} = A_1^2 Z_{ak}$$



6. ábra. A mechanikai kölcsönös sugárzási impedancia

Az emelő azért is szükséges, hogy megfordítsa az alsó dugattyú kitérésének irányát a kölcsönös impedancia felé; így lesz a  $Z_{mk}$ -n mérhető sebesség (és elsugárzott teljesítmény) a szemléletnek megfelelő.

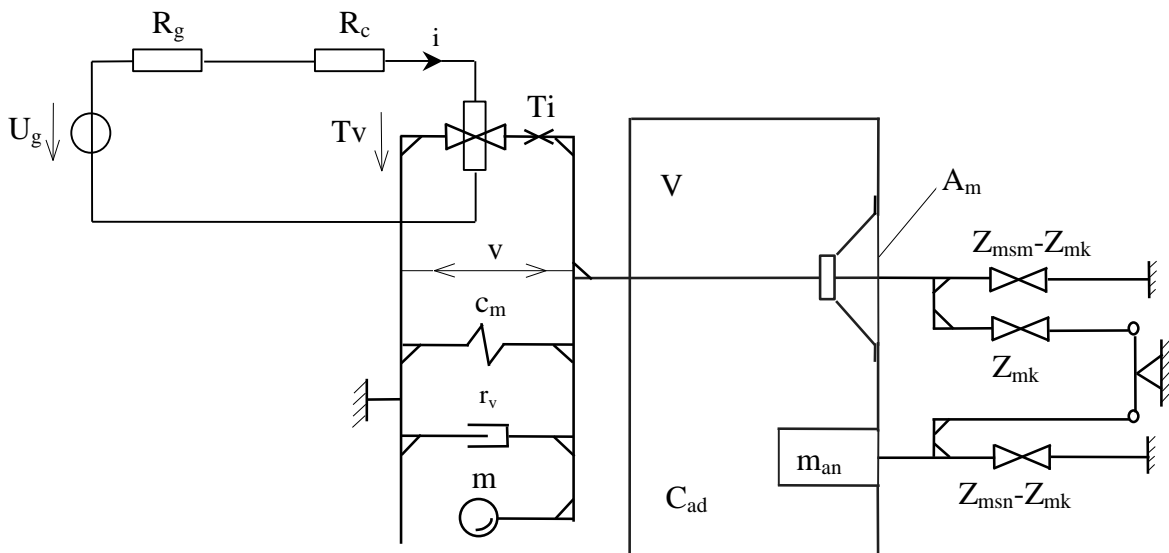
Ezek után rátérhetünk a reflexdoboz mennyiségi vizsgálatára.

## 6.2. A mélyreflex doboz méretezése

A bevezetőben említettük, hogy a hangnyomás elegendően távoli pontban a membrán és a nyílás térfogatsebességének összegével arányos. Az 1. ábra jelöléseivel tehát a mérési pont távolságára teljesülni kell az alábbi feltételnek:

$$r \gg d_m, d_n, h$$

A számításokhoz a továbbiakban feltételezzük, hogy a doboz minden lineáris mérete sokkal kisebb a hullámhossznál. (Ez a megkötés azt jelenti, hogy a számítások és az eredmények egy felső frekvenciahatár alatt érvényesek.) A doboz falait merevnek tekintjük, így a  $V$  térfogatú dobozt  $C_{ad}$  akusztikai kapacitással vehetjük figyelembe. Az  $A_n$  felületű és  $l_n$  hosszúságú nyílást  $m_{an}$  jelölésű akusztikai tömeg képviseli, a nyílás térfogatsebessége  $A_n v_n$ . A dinamikus átalakítóval működő hangszóró hatásos membránfelülete  $A_m$ , a membrán sebessége  $v_m$ . Az aktuális frekvenciatartományban a membrán koncentrált mechanikai elemekkel helyettesíthető; legyenek  $m$ ,  $c_m$  és  $r_v$  rendre a lengőtömeg, a felfüggesztés engedékenysége és a veszteségi ellenállás jelölései. A hangszóró lengőcséve ellenállása  $R_c$ , az elektromechanikai áttétel  $T$ . (A cséve inuktivitása elhanyagolható.)



7. ábra. A mélyreflex sugárzó elektromechanikai helyettesítő képe

A 7. ábra mutatja az  $U_g$  forrásfeszültségű és  $R_g$  belső ellenállású generátorral táplált hangszóró és a doboz elektromechanikai helyettesítő kapcsolását. A membránt és a nyílást az előzőekben megismert kölcsönös sugárzási impedancia terheli.

Vonjuk össze a generátor és a cséve ellenállását:  $R = R_g + R_c$

A generátort és az  $R$  ellenállást átranzformálva a mechanikai oldalra, a 8. ábrán látható sebességgenerátor adódik, amelynek forrássebessége és belső ellenállása az alábbi:

$$v_g = \frac{U_g}{T} \quad \text{és} \quad r_g = \frac{T^2}{R}$$

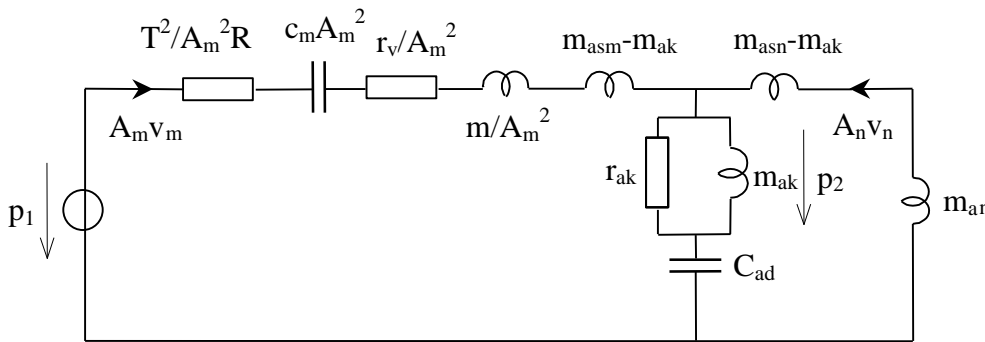
A sebességgenerátor átalakítható  $r_g$  belső ellenállású és  $f_g$  forráserejű erőgenerátorrá (l. 8. ábra), ahol  $f_g$ :

$$f_g = v_g \frac{T^2}{R} = \frac{T U_g}{R}$$



8. ábra. Sebességgenerátor átalakítása erőgenerátorrá

Az elektromos oldal áttranszformálása után a sugárzó helyettesítő kapcsolása már csak mechanikai és akusztikai elemeket tartalmaz. Egy további lépésben a mechanikai elemeket akusztikaiakká alakítjuk (a membrán felületére vonatkoztatva), valamint felhasználjuk a kölcsönös impedancia 5. ábrán látható kapcsolását, így a 9. ábrán látható analóg hálózatot kapjuk.



9. ábra. A mélyreflex sugárzó elektromos analóg kapcsolása

Az ábrában  $A_m v_m$  a membrán, míg  $A_n v_n$  a nyílás térfogatsebessége.

A bemeneti nyomás,  $p_1$ :

$$p_1 = \frac{f_g}{A_m}$$

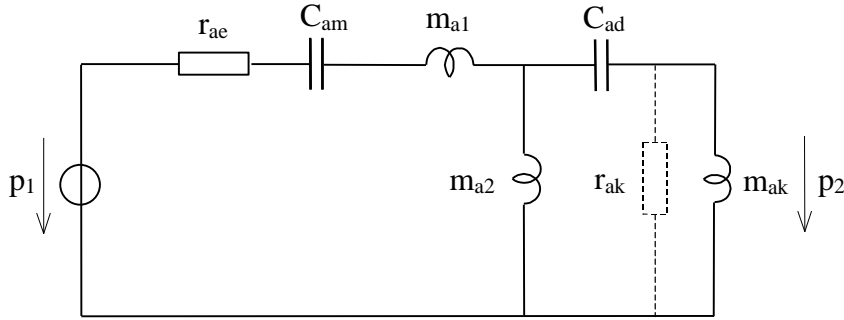
Az elsugárzott teljesítmény a kölcsönös sugárzási ellenálláson lép fel:

$$P_a = \frac{|p_2(s)|^2}{r_{ak}}$$

Mivel  $p_1$  csak egy frekvenciától független konstansban tér el az  $U_g$  feszültségtől, a  $p_2(\omega)/p_1$  átviteli függvény megadja az elsugárzott teljesítmény frekvenciamenetét is, állandó feszültségű meghajtás mellett.

Feladatunk tehát a  $\frac{p_2(s)}{p_1}$  átviteli függvény meghatározása.

Mielőtt felírjuk, a 9. ábra hálózatában vonjuk össze a megfelelő elemeket. Így jutunk a 10. ábrán látható kapcsoláshoz. A jelölések értelmezése alább látható.



10. ábra. A mélyreflex sugárzó elektromos analóg kapcsolása az elemek összevonása után

$$r_{ae} = \frac{T^2}{A_m^2 R} + \frac{r_v}{A_m^2} \quad (16)$$

$$C_{am} = c_m A_m^2 \quad (17)$$

$$C_{ad} = \frac{V}{\kappa p_0} \quad (18)$$

$$m_{a1} = m_{am} + m_{asm} - m_{ak} \quad (19)$$

$$m_{a2} = m_{an} + m_{asn} - m_{ak} \quad (20)$$

Itt  $m_{asm}$  és  $m_{asn}$  a membrán és a nyílás sugárzási tömege:

$$m_{asm} = 0.85 \frac{\rho_0 r_m}{A_m} \quad \text{ahol } r_m \text{ a köralakú membrán sugara}$$

$$m_{asn} = 0.85 \frac{\rho_0 r_n}{A_n} \quad \text{ahol } r_n \text{ a nyílás felületének ekvivalens sugara}$$

$$m_{am} = \frac{m}{A_m^2} \quad \text{a membrán akusztikai tömege}$$

$$m_{an} = \frac{\rho_0 l_n}{A_n} \quad \text{a nyílásban mozgó levegő akusztikai tömege}$$

Az átviteli függvény meghatározásában  $r_{ak}$  gyakorlatilag nem játszik szerepet, mivel jóval nagyobb a vele párhuzamos kölcsönös sugárzási tömeg impedanciájánál. Ezt figyelembe véve az átviteli függvény a következőképpen írható fel:

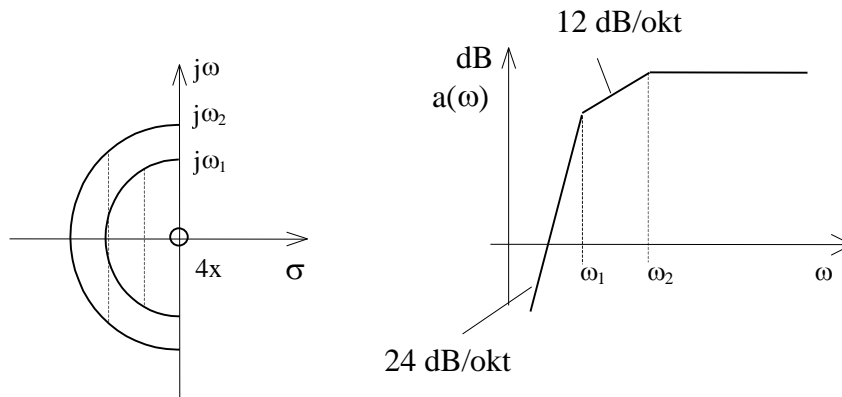
$$a(s) = \frac{p_2(s)}{p_1} = K \frac{s^4}{s^4 + b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0}$$

Az átviteli függvénynek a komplex frekvencia síkon négyszeres zérusa van az origóban, és a bal félsíkon négy pólus helyezkedik el. Egy lehetséges pólus-zérus elrendezés és a megfelelő frekvenciamenet törtvonalas közelítését a 11. ábra mutatja.

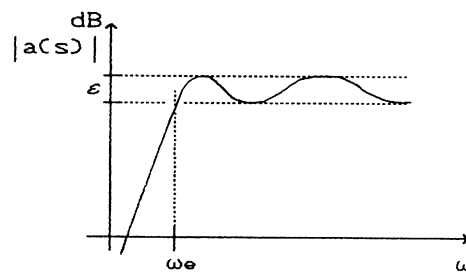
Az átviteli függvény, mint látjuk, negyedfokú felüláteresztő, amit jól ismert alakban (Butterworth, Csebisev) is megadhatunk. (A 12. ábrán pl. egy  $\varepsilon$  ingadozású, negyedfokú Csebisev típusú felüláteresztő karakterisztika látható, ahol  $\omega_e$  az egységfrekvencia) Ezek után



az a feladat, hogy az előírt átviteli függvényhez megkeressük az azt realizáló hálózat elemeinek értékét.



11. ábra. Az átviteli függvény pólus-zérus elrendezése és frekvenciamenete



12. ábra. Negyedfokú, Csebisev típusú felüláteresztő karakterisztika

Ezt megtehetjük hálózatszintézis útján, ami nem igényel további elhanyagolásokat és így elegendően pontos. A módszer hátránya, hogy az összefüggések nem eléggé áttekinthetőek és az eredményeket nehéz előre megbecsülni.

Egyszerűbb módon, az átviteli függvény együtthatóinak összehasonlításával (kevés elhanyagolással) a gyakorlatban jól használható összefüggésekre jutunk. Tekintsük át ez utóbbi módszert.

Az  $a(s)$  átviteli függvény együtthatóit a hálózat elemei határozzák meg. Az egyszerűbb kezelhetőség érdekében célszerű néhány paramétert definiálni az elemek segítségével, és ezekkel felírni az együtthatókat. Legyenek tehát:

$$\omega_1^2 = \frac{1}{C_{am}(m_{am} + m_{asm})} = \frac{1}{c_m(m + m_{sm})} \quad (21)$$

a hangszóró hangfal nélkül mért rezonancia frekvenciája;

$$\omega_2^2 = \frac{1}{C_{ad}(m_{an} + m_{asn})} \quad (22)$$

a doboz és a nyílás rezonancia frekvenciája;

$$Q_{01} = \frac{\omega_1(m_{am} + m_{asm})}{r_{ae}} \quad (23)$$

a membrán jósági tényezője, figyelembe véve az elektromos oldalról átranzformált ellenállást is;

$$\alpha = \frac{C_{am}}{C_{ad}} \quad (24)$$

a membrán és a doboz engedékenységének hányadosa;

$$\beta = \frac{m_{ak}}{m_{am} + m_{asm}} \quad (25)$$

u.n. csatolási tényező;

$$\gamma = \frac{m_{ak}}{m_{an} + m_{asn}} \quad (26)$$

A fenti összefüggésekben  $\alpha$ ,  $\beta$  és  $\gamma$  nem függetlenek egymástól, kettő ismeretében a harmadik meghatározható. Pl:

$$\gamma = \frac{\beta \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2}{\alpha}$$

Azért definiáltuk mégis külön  $\gamma$ -t, mert ebben a formában nagyon jól érzékelhető  $\gamma$  nagyságrendje. Ugyanis a gyakorlatban a kölcsönös tömeg legalább egy nagyságrenddel kisebb a membrán és a nyílás tömegénél, így  $\beta$  és  $\gamma$  egyaránt tíz százaléknál kisebbek. Igen kis hibát követünk el tehát, ha az együtthatókban a  $\beta\gamma$  szorzatot egy mellett elhanyagoljuk. Ezzel az elhanyagolással az átviteli függvény együtthatói és a  $K$  konstans a következőképpen írhatók:

$$b_3 = \frac{\omega_1}{\omega_e Q_{01}} \quad \text{ahol } \omega_e \text{ az egységfrekvencia;} \quad (27)$$

$$b_2 = \left( \frac{\omega_1}{\omega_e} \right)^2 (1 + \alpha) + \left( \frac{\omega_2}{\omega_e} \right)^2 (1 + 2\beta) \quad (28)$$

$$b_1 = \frac{\omega_1}{\omega_e Q_{01}} \left( \frac{\omega_2}{\omega_e} \right)^2 = b_3 \left( \frac{\omega_2}{\omega_e} \right)^2 \quad (29)$$

$$b_0 = \left( \frac{\omega_1}{\omega_e} \right)^2 \left( \frac{\omega_2}{\omega_e} \right)^2 \quad (30)$$

$$K = \beta(1 - \gamma) = \beta \left[ 1 - \frac{\beta}{\alpha} \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \right] \quad (31)$$

Ezek után gondoljuk végig, hogy a fenti összefüggéseket hogy tudjuk célszerűen felhasználni a doboz és a nyílás méreteinek meghatározására.

A gyakorlatnak megfelelő módszer, ha egy ismert hangszórhoz keressük a doboz méreteket. Ez azt jelenti, hogy adottnak tekintjük a hangszóró műszaki paramétereit, azaz a membrán adatait ( $A_m$ ,  $m_m$ ,  $c_m$  és  $r_v$ , valamint  $\omega_1$ ), az elektromechanikai áttételt ( $T$ ) és a cséve ellenállását ( $R_c$ ).

A továbbiakban írjuk elő az átviteli görbe alakját a megfelelő  $b_3...b_0$  együtthatókkal. Látjuk, hogy a (27)-(31) egyenletek bal oldala ismert, de a négy egyenlet hat ismeretlen tartalmaz: az öt független paramétert és az egységfrekvenciát. További egyenlethez jutnánk az átviteli szint megkötésével, de ez igen kockázatos eljárás.  $K$  értéke ugyanis főleg  $\beta$ -tól függ, ami pedig adott membrán tömeg esetében csak a membrán-nyílás távolsággal befolyásolható. Helytelenül előírt  $K$  érték mellett realizálhatatlan távolság adódhat.

A fent említett hat ismeretlenből  $\omega_1$ -et a hangszóró adatokkal már rögzítettük, egyet még szabadon előírhatunk. Az előbbieket szerint legyen ez a membrán-nyílás távolság, azaz  $h$  értéke, amivel meghatároztuk a kölcsönös tömeget, és ezzel  $\beta$ -t. Az egyenletekből kiadódó további négy paraméter tehát  $\omega_2$ ,  $Q_{01}$ ,  $\alpha$  és  $\omega_e$ . Segítségükkel kiszámíthatóak a doboz és a nyílás méretei, a szükséges generátor ellenállás, valamint az egységfrekvencia, ami az átviteli görbét elhelyezi a frekvencia skálán. Végül a szintet meghatározó  $K$  konstans is számítható.

Térjünk most vissza a (27)-(31) egyenletekhez. A (27) felhasználásával a (29)-ből adódik:

$$\left(\frac{\omega_2}{\omega_e}\right)^2 = \frac{b_1}{b_3} \quad (32)$$

A (30)-ba visszahelyettesítve kapjuk:

$$\left(\frac{\omega_1}{\omega_e}\right)^2 = b_0 \frac{b_3}{b_1} \quad (33)$$

Fentiekből következik, hogy a négy ismeretlenből három kifejezhető a membrán rezonancia frekvenciája, valamint az átviteli függvény együtthatóinak segítségével:

$$\omega_e^2 = \omega_1^2 \frac{b_1}{b_0 b_3} \quad (34)$$

$$\omega_2^2 = \omega_e^2 \frac{b_1}{b_3} = \omega_1^2 \frac{b_1^2}{b_0 b_3^2} \quad (35)$$

$$Q_{01}^2 = \frac{b_0}{b_1 b_3} \quad (36)$$

(28)-ből fejezzük ki  $\alpha$ -t:

$$\alpha = \left(\frac{\omega_e}{\omega_1}\right)^2 \left[ b_2 - \left(\frac{\omega_2}{\omega_e}\right)^2 (1 - 2\beta) \right] - 1 \quad \text{és} \quad (37)$$

$$\alpha = \frac{b_1}{b_0 b_3} \left[ b_2 - \frac{b_1}{b_3} (1 - 2\beta) \right] - 1$$

Most tekintsük át, hogyan nyerhetők a hálózat elemértékei és a hangdoboz adatai a (34)-(37) összefüggések alapján.

A (34) egyértelműen meghatározza az egységfrekvenciát. Azaz, az előírt átviteli görbe alakja azt is rögzíti, hogy mennyivel tolódik le az alsó határfrekvencia a hangszóró rezonancia frekvenciájához viszonyítva.

Az előzetesen felvett membrán-nyílás közép vonal távolság ( $h$ ) ismeretében  $m_{ak}$  a (12)-ből, majd  $\beta$  a (25)-ből számítható. Ezek után (35)-ből adódik  $\alpha$  értéke.  $\alpha$  a membrán és a doboz engedékenységének a hányadosa:

$$\alpha = \frac{C_{am}}{C_{ad}} = \frac{c_m A_m^2}{V} \kappa p_0$$

A fenti egyenletből kapjuk meg a doboz térfogatának ( $V$ ) értékét:

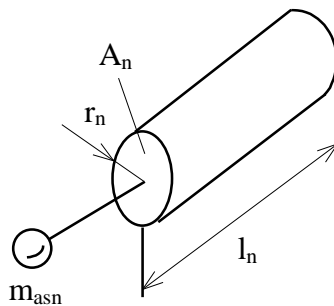
$$V = \frac{\kappa p_0}{\alpha} c_m A_m^2$$

A (35)-ben megadott  $\omega_2$  a doboz-nyílás rezonancia frekvencia:

$$\omega_2^2 = \frac{1}{(m_{an} + m_{asn}) C_{ad}}$$

Ebből a nyílás akusztikai tömegének és sugárzási tömegének összege határozható meg. A két tömeg szétválasztására nincs több előírás, a realizálás az alábbi módon történik.

A 13. ábra a nyílás egy lehetséges megvalósítását mutatja; a felületre felrajzoltuk a sugárzási tömeget is.



13. ábra. A reflex sugárzó nyílás megvalósítása

Az ábra jelöléseivel a két tömeg összege:

$$m_{an} + m_{asn} = \frac{\rho_0 l_n}{A_n} + 0.85 \frac{\rho_0 r_n}{A_n} = \frac{\rho_0}{A_n} (l_n + 0.85 r_n) \quad (38)$$

A két méret ( $l_n$  és  $r_n$ ) közül az egyiket célszerűen felvehetjük, a másik kiadódik.

Ha több nyílással valósítjuk meg a fenti össztömeget, a nyílás tömegek replusz kapcsolódnak egymással, és az így nyert eredménynek kell megegyeznie a (38) bal oldalának értékével.

A jósági tényezőt,  $Q_{01}$ -et a (36)-ból határozhatjuk meg. Látható, hogy az átviteli karakterisztika alakja egyértelműen előírja a megvalósításhoz szükséges jósági tényezőt!

A (23) szerint a jósági tényező a körben található eredő akusztikai ellenállásnak,  $r_{ae}$ -nek a függvénye. A (36)-ból kiadódó eredő ellenállást a (16)-ban definiált módon kell megvalósítani. Az eredőben egyetlen tag van, amit a hangszóró nem határoz meg, ez a generátor belső ellenállása,  $R_g$ :

$$R_g = \frac{T^2}{A_m^2 r_{ae} - r_v} - R_c$$

Az összefüggésből látható, hogy elvileg kiadódhat negatív belső ellenállás is. Nem kerül erre sor, ha a dobozba építendő hangszórónak elegendően nagy az átalakítási állandója és a mechanikai veszteségi ellenállása. Ez a feltétel a korszerű hangszórókkal könnyen teljesíthető.

Végül a (31) alapján meghatározhatjuk az átvitel szintjére jellemző  $K$  állandót. Mivel  $\gamma$  értéke a gyakorlatban jóval kisebb egynél, a szintet alapvetően  $\beta$  határozza meg. Adott hangszóró mellett  $\beta$  csak a kölcsönös tömegtől függ, ami fordítottan arányos a nyílások távolságával, ezért a nyílástávolság csökkentésével az átvitel szintje növelhető. (Az elsugárzott teljesítmény független a nyílástávolságtól, mivel a kölcsönös sugárzási ellenállás is függ  $h$ -tól!)

### 6.3. Összefüggések és következtetések.

A fenti módszerrel tehát ki tudjuk számítani a mélyreflex hangszugárzó legfontosabb adatait. Felmerül azonban a kérdés, hogy egy adott hangszóróhoz milyen átviteli görbét írjunk elő, vagy milyen hangszórót válasszunk a megkívánt karakterisztika realizálásához. Ezért érdemes közelebbről megvizsgálni a méretezési összefüggéseket, és levonni belőlük a következtetéseket.

A (34)-(36) összefüggésekből kiolvasható, hogy az átviteli görbe alakja egyértelműen meghatározza:

- a mélyreflex sugárzó alsó határfrekvenciájának viszonyát a hangszóró rezonancia frekvenciájához. Ez a szám minden esetben egynél kisebb, és annál távolabb van egymástól a két frekvencia, minél nagyobb az átviteli görbe ingadozása;
- a doboz-nyílás rezonancia és a hangszóró rezonancia frekvencia viszonyát. Ez a szám is egynél kisebb, és az ingadozás növekedésével növekszik;
- a membránkör jósági tényezőjét. Csökkenő ingadozású görbe megvalósításához csökkenő jósági tényező, azaz nagyobb csillapítás szükséges;
- $\alpha$  és  $\beta$  kapcsolatát. Ez a kapcsolat lineáris, és növekvő csatolási tényezőhöz változatlan ingadozás mellett is növekvő  $\alpha$ , azaz kisebb doboz térfogat tartozik.

Érdeemes megvizsgálni a mélyreflex sugárzó frekvenciasáv-nyereségét az azonos térfogatú zárt dobozhoz viszonyítva.

A zárt dobozba helyezett hangszóró eredő rezonancia frekvenciája az átviteli sáv alsó töréspontja. Ezt a frekvenciát ( $\omega_{zd}$ ) a membrán tömegének és a sugárzási tömegnek az összege, valamint a membrán és a doboz engedékenységének a replusza határozza meg:

$$\omega_{zd}^2 = \frac{1}{(C_{ad} \times C_{am})(m_{am} + m_{as})} = \frac{C_{am} + C_{ad}}{C_{ad}C_{am}(m_{am} + m_{as})} = \omega_1^2(1 + \alpha)$$

Az egységfrekvenciára vonatkoztatva, és a viszonzszámot  $r$ -rel jelölve:

$$r = \left( \frac{\omega_{zd}}{\omega_e} \right)^2 (1 + \alpha) \quad (39)$$

A nyereség tehát az átviteli ingadozáson túlmenően a hangszóró és a doboz engedékenységének viszonyától is függ.

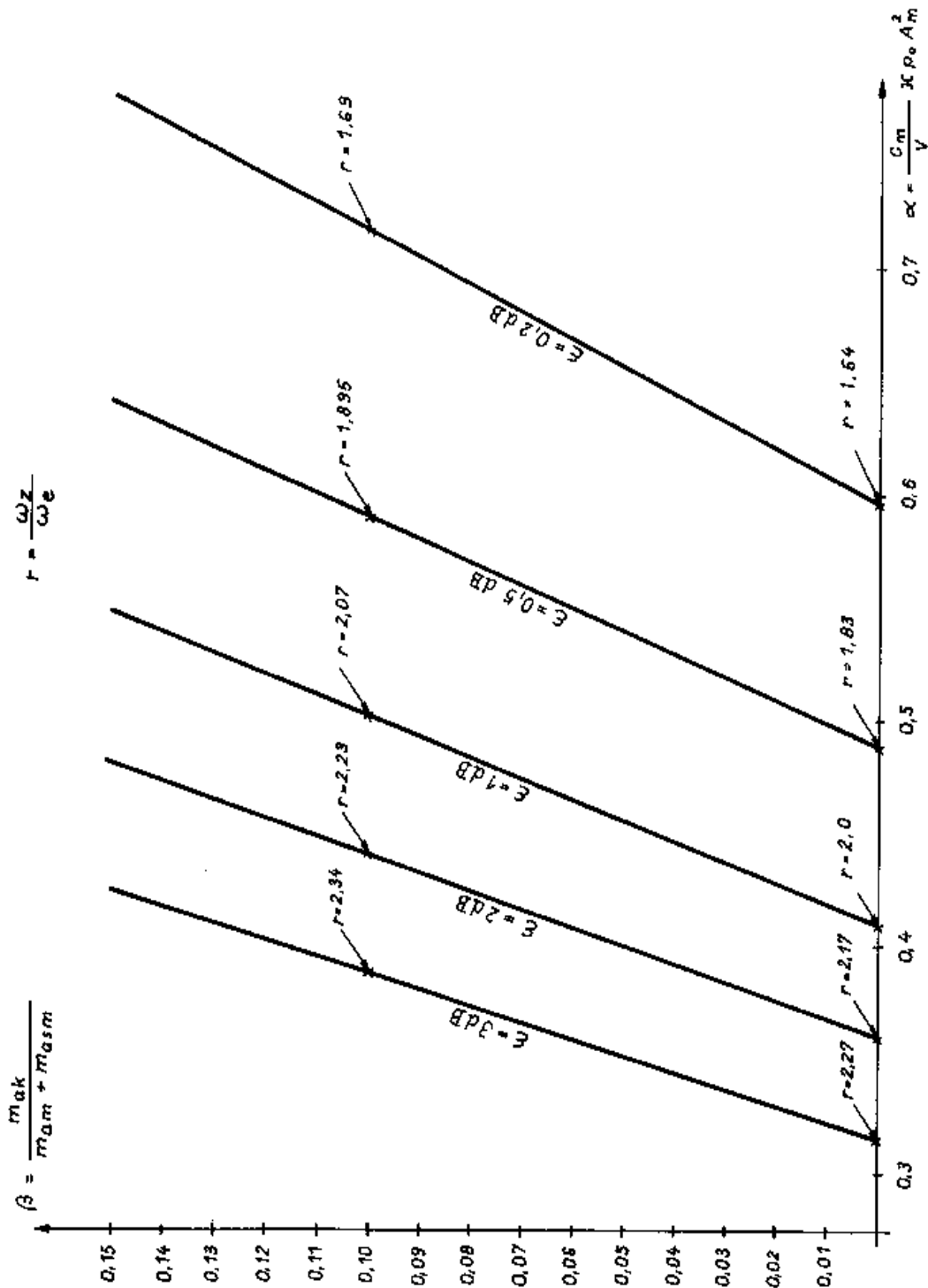
A fenti összefüggések jobb áttekintését segíti az 1. sz. táblázat, és a 14. sz. ábrán látható görbesereg. Az adatokat öt, eltérő ingadozású Csebisev-polinom együtthatói alapján számoltuk.

A jósági tényezőt és a két relatív frekvenciát egyértelműen meghatározza az átviteli ingadozás, míg az engedékenység-viszony ( $\alpha$ ) értéke a csatolási tényezőtől ( $\beta$ ) is függ. Ezért a táblázatban a  $\beta=0$ -hoz tartozó  $\alpha$  ( $\alpha_0$ ), és az ebből számolt zárt dobozos nyereség ( $r_0$ ) szerepelnek.

$\varepsilon$ [dB]	$\omega_1/\omega_e$	$\omega_1/\omega_2$	$Q_0$	$\alpha_0$	$r_0$
0.2	1.30	1.29	0.50	0.60	1.64
0.5	1.50	1.39	0.51	0.49	1.83
1.0	1.68	1.46	0.62	0.41	2.00
2.0	1.86	1.59	0.70	0.35	2.17
3.0	1.96	1.65	0.87	0.31	2.27

## 1. táblázat

A táblázatból látható, hogy a megengedett átviteli ingadozás növelése milyen előnyökkel jár. Az egyik előny a növekvő jósági tényező, azaz kisebb csillapítás, ami kisebb átalakítási állandóval rendelkező hangszórával is megoldható negatív generátor ellenállás nélkül. A másik kedvező sajátosság a növekvő ingadozással egyre mélyebbre kerülő határfrekvencia, ami természetesen a zárt dobozhoz viszonyított nyereséget is növeli.



14. ábra. Méretezési diagram

A kis csillapítás és alacsony határfrekvencia viszont egyre csökkenő  $\alpha_0$ -val, azaz növekvő doboz térfogattal valósítható meg!

Szerencsére a valódi csatolási tényező nullánál nagyobb és ez változatlan ingadozás mellett is növekvő  $\alpha$ -t, azaz csökkenő doboz térfogatot jelent. A fenti mennyiségek közötti kapcsolatot a 14. ábra szemlélteti.



A fenti táblázat és diagramsor nem csupán az áttekintést segíti, jól használható a hangsugárzó konkrét méretezésénél is.

Ha ismert hangszórhoz kívánunk dobozt tervezni, első lépésként azt kell eldöntenünk, milyen átviteli karakterisztikát kívánunk megvalósítani. Ezt nem választhatjuk meg tetszőlegesen, mivel a hangszóró csillapítása meghatározza az átviteli görbe ingadozását. Az  $R_g=0$  feltétellel számított jósági tényező alapján választhatjuk ki a megfelelő ingadozású karakterisztikát a táblázatból vagy a görbeseregéből.

Az ingadozás meghatározza az egységfrekvenciát és a doboz-nyílás rezonanciát, valamint a tényleges jósági tényezőt. A jósági tényezéből számítható a szükséges generátor ellenállás.

A membrán átmérőnek megfelelően felvehetjük a csatolási tényezőt, ami kijelöli  $\alpha$ , ezzel a doboz térfogatának nagyságát. A doboz akusztikai kapacitásának és a doboz-nyílás rezonanciának ismeretében a nyílás méretei kiszámíthatók.

Végül a csatolási tényezéből megkapjuk a nyomásátvitel szintjét meghatározó  $K$  konstans értékét.

Ezzel meghatároztunk minden adatot, ami a helyettesítő kép alapján számítható volt. Ugyanakkor ne feledjük el, hogy a helyettesítő kapcsolás csak egy felső frekvenciahatár alatt érvényes, így a sugárzó ezen határ feletti viselkedése nem származtatható a számításunk alapját képező analóg hálózatból.

#### 6.4. Az átviteli függvény és az érzékenység összefüggése

A  $p_2(s)/p_1$  átviteli függvény szintje önmagában nem sokat mond a hangszóró doboz érzékenységéről, bár természetesen egyértelmű kapcsolatban van vele. Határozzuk meg ezt a kapcsolatot, és vizsgáljuk az érzékenység frekvenciamenetét!

A hangszugárzók érzékenysége – amint azt a Hangszórók c. fejezetben láttuk – a névleges ellenállással számított 1 W teljesítménnyel keltett hangnyomásszint a főtengelyben, a sugárzótól 1 m távolságra. Az érzékenységet dB-ben adjuk meg, 20  $\mu\text{Pa}$ -ra vonatkoztatva.

Az átviteli függvény az előzőekben használt jelölésekkel:

$$a(s) = \frac{p_2(s)}{p_1} \quad \text{és} \quad a(\omega) = \frac{|p_2(s)|}{p_1} \quad \text{ahol}$$

$$p_1 = \frac{TU_g}{A_m R}$$

Az 1 W teljesítményhez tartozó generátor feszültség és bemenő nyomás, ha  $R_N$  a hangszóró névleges ellenállása:

$$U_g = \sqrt{R_N} \quad \text{és} \quad p_1 = \frac{T\sqrt{R_N}}{A_m R}$$

Az 1 m távolságban mérhető hangnyomást az elsugárzott teljesítményből tudjuk kiszámítani:

$$P_a = \frac{|p_2(s)|^2}{r_{ak}} = \frac{[p_1 a(\omega)]^2}{r_{ak}} \quad \text{ahol}$$

$$r_{ak} = \frac{\rho_0 c}{2\pi h^2} \quad \text{a kölcsönös sugárzási ellenállás.}$$

Feltételezzük, hogy a frekvencia elegendően kicsi, és a teljesítmény egyenletesen oszlik el a térben. Így a sugárzó főtengelyében, tőle 1 m távolságra az intenzitás a teljesítménynek és az 1 m sugarú gömb felületének a hányadosa:

$$I = \frac{P_a}{A_g} = \frac{P_a}{4\pi}$$

A keresett hangnyomás:

$$p|_{1m} = \sqrt{I\rho_0 c} = p_1 a(\omega) \sqrt{\frac{\rho_0 c}{4\pi r_{ak}}}$$

$$p|_{1m} = \frac{T\sqrt{R_N}}{A_m R} a(\omega) \frac{h}{\sqrt{2}}$$

Az érzékenység a fenti hangnyomás 20  $\mu\text{Pa}$ -ra vonatkoztatott értéke dB-ben:

$$\acute{e} = 20 \lg \frac{p|_{1m}}{20\mu\text{Pa}}$$

## 6.5. A reflexdoboz műszaki jellemzői a frekvencia függvényében

A fenti méretezési eljárásban nem vettük figyelembe a kölcsönös impedancia ohmos tagjának szerepét a kimenő nyomás meghatározásánál, a számításokban pedig elhanyagoltuk a  $\beta\gamma$  szorzatot az egység mellett. Az elhanyagolás okozta pontatlanságokat, illetőleg a méretezés eredményét ellenőrizhetjük, ha a 10. ábrán látható analóg hálózatot kiegészítjük a kérdéses ellenállással, és analízis program segítségével meghatározzuk az átviteli függvény frekvenciamenetét. (Az analízis programba további ellenállásokat építhetünk be, pl. a nyílás veszteségét, a doboz kifújási ellenállását képviselő tagokat, stb. A következő ábrák ezen utóbbi hatásokat nem tartalmazzák.)

Az alábbiakban a Dynaudio 17W-75 típusú hangszóróhoz tervezett reflexdoboz jellemzőit fogjuk megvizsgálni. A hangszóró katalógusból vett paraméterei a következők:

A membrán külső átmérője	$d_m=17 \text{ cm}$
A membrán hatásos felülete	$A_m=120 \text{ cm}^2$
A membrán tömege	$m_m=15 \text{ g}$
A membrán felfüggesztésének engedékenysége	$c_m=0.936 \text{ mm/N}$
A membrán veszteségi ellenállása	$r_v=1.84 \text{ Ns/m}$
A cséve ellenállása	$R_c=6.4 \Omega$
A névleges ellenállás	$R_n=8 \Omega$
Az elektromechanikai áttétel	$T=4.3 \text{ Vs/m}$
A hangfal nélküli rezonancia frekvencia	$\omega_s=39 \text{ Hz}$

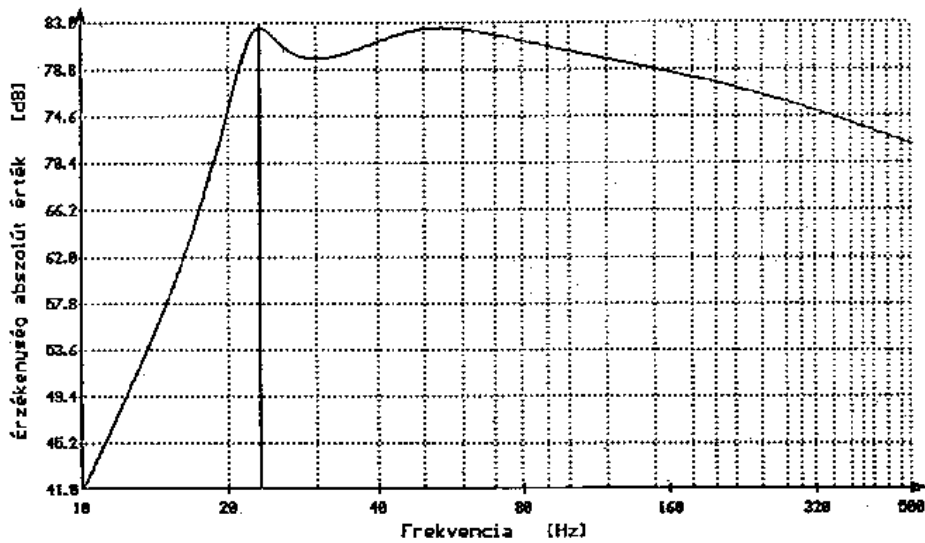
A

hangszóró adatok alapján előre meg tudjuk becsülni a doboz néhány várható tulajdonságát. Ugyanis látható, hogy az elektromechanikai áttétel meglehetősen kicsi. Igaz, hogy viszonylag nagy a membrán veszteségi ellenállása, de így is valószínű, hogy az eredő csillapítás nem elegendő kis ingadozású átvitel realizálására zérus vagy pozitív generátor ellenállás mellett. A nagy ingadozású átvitelhez nagy doboz térfogat tartozik, amit még növel a lágymembránfelfüggesztés. Ugyanakkor előny, hogy az alsó határfrekvencia igen alacsony lesz.

A méretezés eredményei a következők:

Az átviteli jelleggörbe 3 dB ingadozású Csebisev-karakterisztika.	
A doboz térfogata	$V=58.5 \text{ l}$
A kör keresztmetszetű nyílás sugara	$r_n=3.5 \text{ cm}$
A nyílás hossza	$l=27.7 \text{ cm}$
A hangszóró és a nyílás középvonalának távolsága	$h=25 \text{ cm}$
A generátor kimenő ellenállása	$R_g \approx 0 \Omega$
Az alsó határfrekvencia	$\omega_e=21 \text{ Hz}$

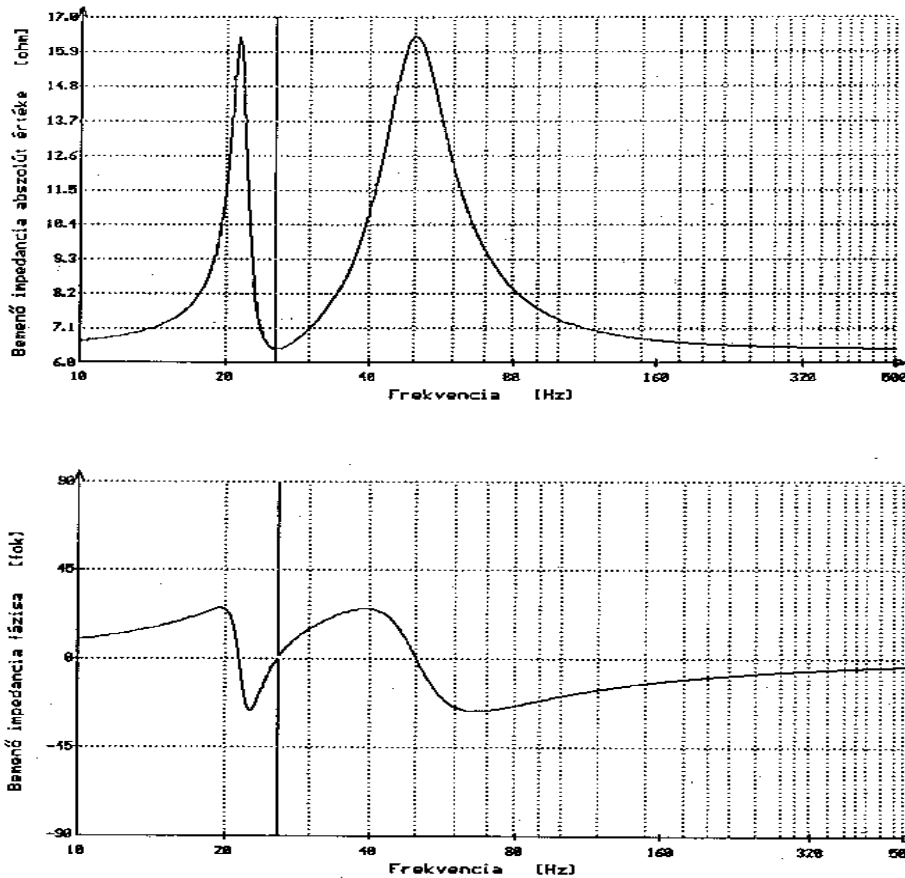
A 15. ábrán a hangsugárzó érzékenységének frekvenciamenete látható. A tervezett-hez viszonyított legnagyobb eltérést a frekvencia növekedésével csökkenő szakasz mutatja, ami a kölcsönös sugárzási ellenállás hatása. (Valójában ez nem ennyire jelentős, mivel a görbe ezen szakaszán már az ellenállással kiegészített helyettesítő kép sem pontos.)



15. ábra. Az érzékenység frekvenciamenete

A 16. ábra a hangsugárzó impedanciájának abszolút értékét és fázisát mutatja a frekvencia függvényében.

Az impedancia a cséve ellenállás értékéből indul, két csúcsa az átviteli görbe csúcsainak közelében mutatkozik, minimuma pedig egy jellegzetes frekvencián, a doboz akusztikai kapacitásának és a nyílás tömegének rezonancia frekvenciáján található. Amint azt a 10. ábra hálózatából látjuk, ezen a frekvencián a membránt hátoldalról terhelő akusztikai (és mechanikai) impedanciának maximuma van, ami az elektromos oldalra fordítottan transzformálódik, tehát itt impedancia minimum mérhető.



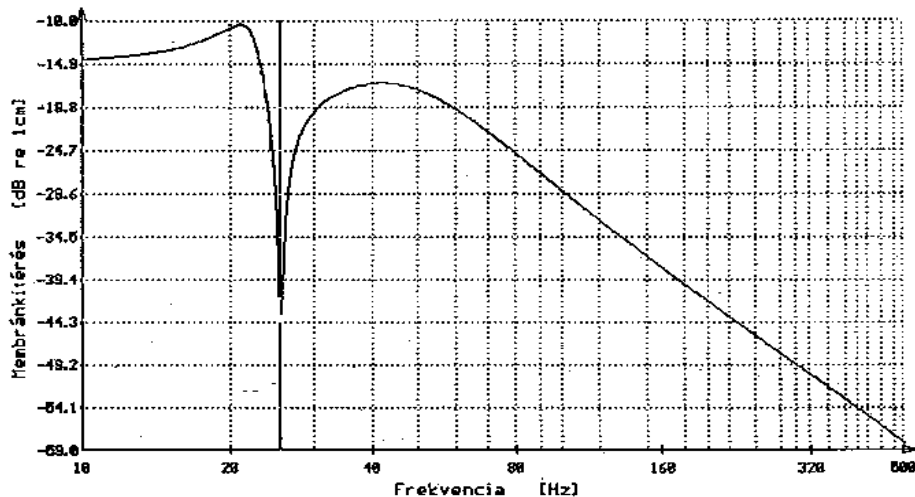
16. ábra. A sugárzó impedanciamenete

A cséve inuktivitásával alkotott soros rezonancia frekvencián ismét impedancia minimum van. Növekvő frekvenciákon a mechanikai oldalról átjövő impedancia hatása egyre csökken, az impedanciamenetet gyakorlatilag a cséve növekvő impedanciája határozza meg, de ezt a szakaszt már nem tartalmazza az ábra.

A 17. ábrán a membránkitérés frekvenciamenete látható 1 cm-re vonatkoztatott dB-ben mérve.

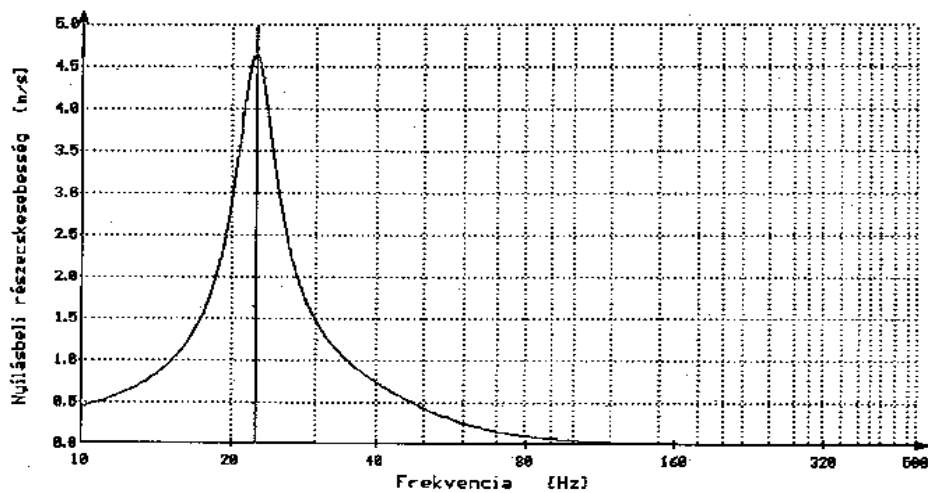
A membránkitérés – amint az várható – a frekvencia növekedésével csökken. A legnagyobb kitérés a legkisebb frekvenciákon lép fel, ezért a nemlineáris torzítás is itt a legnagyobb. Azonban a kisméretű szakaszon belül is feltűnően lecsökken a kitérés az előzőekben említett doboz-nyílás rezonancián és annak környezetében. (Ez nyilvánvaló, mivel itt igen nagy impedancia terheli a membránt.) A valóságban nem ennyire éles a csökkenés a nyílás akusztikai vesztesége és a doboz kifújása miatt.

A 18. ábra a nyílás részecskesebességét mutatja a frekvencia függvényében. A részecske sebesség – és így a nyílás térfogatsebessége is – a nyílás tömeg és doboz kapacitás rezonancia környezetében a maximális. Ez a frekvencia mindig a membrán rezonancia alatt helyezkedik el, tehát a nyílásnak ott van szerepe, ahol a membrán térfogatsebessége már lecsökkent. Így szélesíthető az elsugárzott teljesítmény sávja a kisebb frekvenciák irányába. A maximum felett a frekvencia növekedésével a nyílás térfogatsebessége rohamosan csökken, és a nyílásban mozgó levegőtömeg gyakorlatilag leáll. Ez azt jelenti, hogy a reflexdoboz egyszerű zárt dobozként sugároz.



17. ábra. A membránkitérés frekvenciamenete

. A helyettesítő kapcsolás is módosul, a kölcsönös impedancia helyett csak a membrán sugárzási ellenállását kell figyelembe venni. Erre a változásra utaltunk az érzékenység frekvenciamenetének nagyfrekvenciás szakaszával kapcsolatban.



18. ábra. A nyílás részecskesebessége a frekvencia függvényében

Megjegyzés: a Dynaudio 17W-75 típusú hangszóróval tervezett reflexdoboz adatai Zoltán Péter villamos-mérnök hallgató diplomamunkájából származnak.

Irodalom:

dr. Barát Zoltán: Műszaki akusztika előadások  
BME Villamosmérnöki Kar.

E. de Boer: Synthesis of bass-reflex loudspeaker enclosures  
Acustica Vol. 11./ 1961./ p 1-8.

Z. Barát: Improved synthesis of bass-reflex loudspeaker enclosures  
Proc. Of 7. International Congress On Acoustics, Budapest 1971.  
Vol. 1. p 361-364.

## 7. ÁVÁTERESZTŐ MÉLYSUGÁRZÓK

A nyolcvanas évektől kezdve egyre gyakrabban találkozunk olyan hangsugárzó rendszerekkel, amelyeknél a zenei frekvenciatartomány alsó egy-két oktávjában egy külön egység, az úgynevezett szubbasszus sugároz.

A szubbasszus típusok közös jellemzője, hogy a hangszóró a doboz belsejében helyezkedik el, a hangteret a sugárzó nyílások hozzák létre. A nyílások tömegének impedanciája a frekvencia növekedésével nő, térfogatsebességük csökken, így az átvitel felülről is korlátos, azaz sáváteresztő karakterisztikájú.

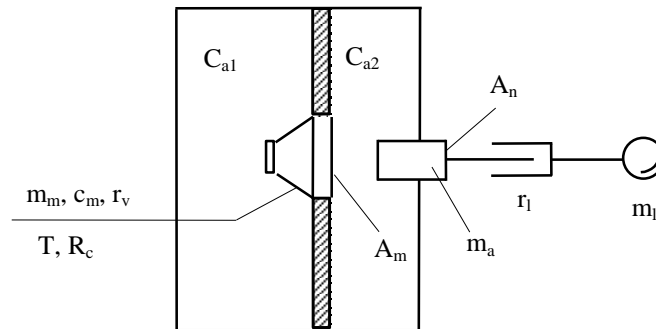
Már a reflexdoboznál is láttuk, hogy a hangszóró membránkitérése kisfrekvenciákon kisebb, mint az azonos térfogatú zárt doboz esetében. A sáváteresztő, több doboz-nyílás rezonanciával rendelkező mélysugárzóknál a kitérés jelentős mértékben tovább csökken. Ugyanis a rezonancia helyeket a membrán antirezonanciának észleli, a nagy terhelő impedancia pedig gátolja a membrán kitérését. Ez igen előnyös jellemző, mivel egyszerűbb a mágneskör megvalósítása, másrészt a nagy membránkitérés miatti nemlineáris torzítás lényegesen kisebb lesz. A hangszóró által keltett felharmonikusok nagy részét a doboz le sem sugározza, így a hangtérben mérhető torzítás tovább csökken.

A mély hangok elsugárzásához nagy térfogatú dobozra van szükség, csakúgy, mint azt a reflexdoboznál is láttuk. A reflexdoboz 4-5 oktávos sáv szélességével szemben a szubbasszus csak a legmélyebb 1-2.5 oktávot viszi át, ezért sztereofonikus rendszereknél is csak egyetlen, a két csatorna összegjelével táplált mélysugárzót használnak. Úgy tűnik, a jelentős helymegtakarítás nagyban hozzájárult a szubbasszus dobozok sikeréhez.

A következőkben három, eltérő felépítésű sugárzót vizsgálunk meg.

## 7.1. Egyrezonátoros sugárzó

A sugárzó felépítésének vázlatja az 1. ábrán látható.



1. ábra. Egyrezonátoros sugárzó

A hangszóró a dobozon belüli válaszfalon helyezkedik el és az  $A_n$  felületű nyíláson át sugároz. A hangtérnek átadott teljesítmény a nyílást terhelő sugárzási impedancia ohmos tagján lép fel.

Az elsugárzott teljesítmény a sugárzó helyettesítő kapcsolása alapján számítható. A kapcsolat felrajzolásához feltételezzük, hogy a doboz (és a nyílás) lineáris méretei kisebbek a hullámhossz nyolcadrészénél (csak kis frekvenciákon igaz!), és a doboz, valamint a nyílás lezáró impedanciái is megfelelőek ahhoz, hogy koncentrált akusztikai elemeknek legyenek tekinthetők. A doboz két résztérfogatót jelöljük  $V_1$  és  $V_2$ -vel, a térfogatoknak megfelelő akusztikai kapacitások  $C_{a1}$  és  $C_{a2}$ . A nyílás felülete  $A_n$ , a cső hossza  $l_n$ , akusztikai tömege  $m_a$ . A kapacitás és a tömeg ( $C_a$  és  $m_a$ ) számítása:

$$C_a = \frac{V}{\kappa p_0}$$

$$m_a = \frac{\rho_0 l_n}{A_n}$$

ahol  $\kappa$  a fajhőhányados levegőben,  $p_0$  a légköri nyomás és  $\rho_0$  a levegő sűrűsége.

A dinamikus átalakítóval működő hangszóró membrán felülete  $A_m$ , a membrán és a cséve tömege, a membrán felfüggesztésének engedékenysége és veszteségi ellenállása rendre  $m_m$ ,  $c_m$  és  $r_v$ . A cséve ellenállása  $R_c$ , az elektromechanikai áttétel  $T$ . (A cséve induktivitása a sugárzó frekvenciatartományában elhanyagolható.) A meghajtó generátor forrásfeszültsége  $U_g$ , kimenő ellenállása zérus. (Amennyiben a kimenő ellenállás zérustól eltérő, összevonható a cséve ellenállásával.)

A szabad tér terhelő hatását a végtelen merev hangfalban mozgó dugattyú sugárzási impedanciájával ( $Z_{ml}$ ) közelítjük:

$$Z_{ml} = r_l \times j\omega m_l$$

$$r_l = 1.44 A_n \rho_0 c$$

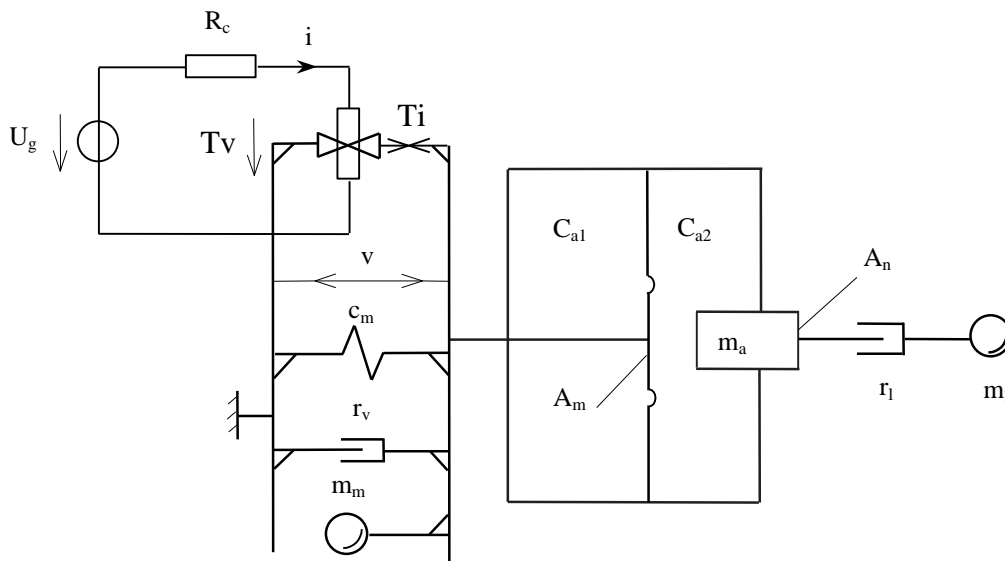
$$m_l = 0.85 A_n \rho_0 r_n$$

ahol  $c$  a hang terjedési sebessége és  $r_n$  a nyílás sugara.

Az elektromechanikai helyettesítő képet a 2. ábra mutatja.



Az elektromos oldali elemeket transzformáljuk át a mechanikai oldalra az előző fejezetben leírtak szerint, és végezzünk Norton-Thevenin átalakítást. Végül a mechanikai elemeket akusztikaira átszámolva a 3. ábrán látható elektromos analóg kapcsolásra jutunk.



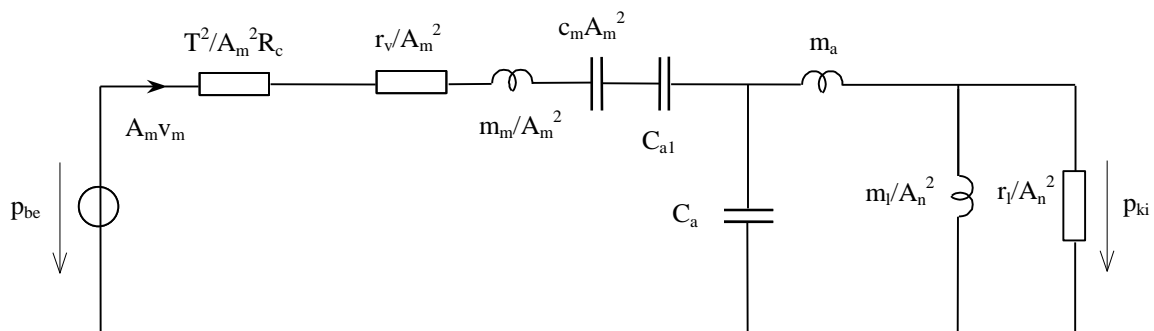
2. ábra. Egyrezonátoros sugárzó elektromechanikai helyettesítő képe

A generátor forrásnyomása arányos az elektromos meghajtó feszültséggel, az elsugárzott teljesítmény pedig a kimeneti hangnyomással:

$$p_{be} = \frac{TU_g}{A_m R_c} \quad \text{és} \quad P_a = \frac{|p_{ki}(s)|^2}{\frac{r_l}{A_n^2}}$$

Mivel  $r_l$  frekvenciafüggetlen, az állandó feszültségű táplálás mellett mérhető teljesítmény frekvenciamenete megegyezik a nyomás átviteli függvény frekvencia-menetével:

$$a(s) = \frac{p_{ki}(s)}{p_{be}}$$



3. ábra. Egyrezonátoros sugárzó elektromos analóg kapcsolása

Áttekinthetőbbé válik a hálózat, ha összevonjuk a megfelelő elemeket (l. 4. ábra). A jelölések a következők:

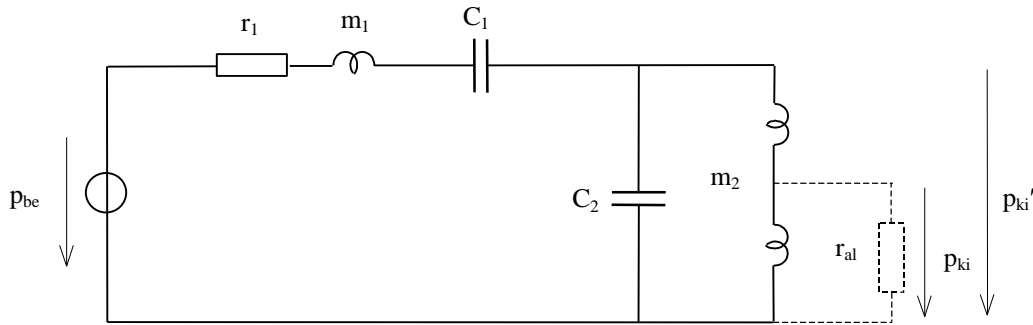
$$r_1 = \frac{T^2}{A_m^2 R_c} + \frac{r_v}{A_m^2}$$

$$m_1 = \frac{m_m}{A_m^2}$$

$$C_2 = C_{a2}$$

$$C_1 = c_m A_m^2 \times C_{a1}$$

$$m_2 = m_a + \frac{m_l}{A_n^2}$$



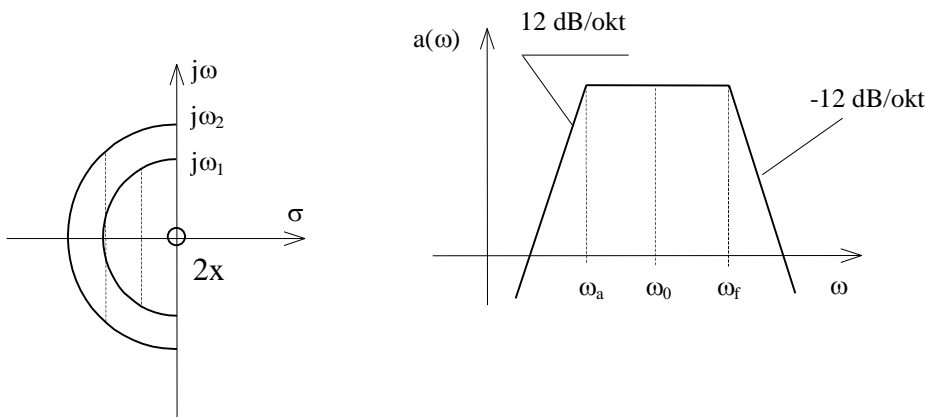
4. ábra. Elektromos analóg kapcsolás az elemek összevonása után

A kimeneti hangnyomás az  $r_{al}$  ellenállás mentén mérhető, de értékének számításánál maga az ellenállás elhanyagolható a vele párhuzamos tömeg impedanciájának sőtölő hatása miatt. A frekvenciamenet nem változik, ha ezek után a teljes  $m_2$  tömeg kapcsain fellépő nyomást ( $p_{ki}'$ ) tekintjük a kimenetnek.

A hangszugárzó analóg hálózatából látszik, hogy a sugárzó akusztikai sáváteresztő, és átviteli függvénye a következő:

$$a(s) = \frac{p_{ki}'(s)}{p_{be}} = K \frac{s^2}{s^4 + b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0}$$

A pólus-zérus elrendezés, valamint egy lehetséges étviteli karakterisztika törtvonalas közelítése az 5. ábrán látható.



5. ábra. Egyrezonátoros sugárzó átviteli függvényének pólus-zérus képe és átviteli görbéje

Egy ismert hangszóróhoz egyszerűen méretezhető a hálózat, ha azonosnak választjuk (és előírjuk) a soros és a párhuzamos kör rezonancia frekvenciáját, valamint megkötjük a

teljes doboz térfogat maximumát. Az első feltételből következően a szűrő karakterisztikája logaritmikusan szimmetrikus a frekvencia tengelyen, azaz

$$\omega_0^2 = \omega_a \omega_f \quad \text{ahol } \omega_0 \text{ a sávközép frekvenciája.}$$

A sávközép frekvencia mindig nagyobb a hangszóró rezonancia frekvenciájánál, mivel a membrán akusztikai engedékenységének és a hátsó térfogat akusztikai kapacitásának replusza határozza meg (a membrán tömeggel együtt). Minél jobban közelít a sávközép frekvencia a membrán rezonanciához, annál nagyobb térfogat szükséges a realizáláshoz.

A  $V_1$  térfogat ismeretében  $V_2$  kiadódik, és  $\omega_0$ -ból  $m_2$ , azaz a nyílás saját tömegének és sugárzási tömegének az összege számítható:

$$m_2 = \frac{\rho_0}{A_n} (l_n + 0.85r_n)$$

A nyílás méreteinek meghatározásához egyik méretét (a felületét vagy a hosszát) meg kell választani, a másik az összefüggésekből kiadódik.

A fenti gondolatmenet nem biztosítja az átviteli karakterisztika egyenletes ingadozását, de megfelel egy analízis kinduló adatainak, ahol rövid úton beállítható a megfelelő ingadozás is.

Egyenletes ingadozású szimmetrikus átviteli görbét nyerhetünk más tervezési módszerrel, pl. aluláteresztőre való transzformálással. Ebben az esetben szűrő méretezési táblázatok felhasználásával a sávközép frekvencia és az ingadozás előírása mellett meghatározhatók a  $V_1$  és  $V_2$  térfogatok, valamint a nyílás méretei, de nem tehetünk kikötést a maximális össztérfogatra. Ezért az előző módszer jobban megfelel a gyakorlatnak, annál is inkább, mert egy interaktív analízis programmal figyelembe vehetők a konstrukcióból adódó járulékos elemek is. (Doboz kifújás, nyílás veszteség, stb.) Mindezek jelentősen eltorzíthatják az ideális átviteli görbét, de hatásuk igen jól megfigyelhető az analízis segítségével.

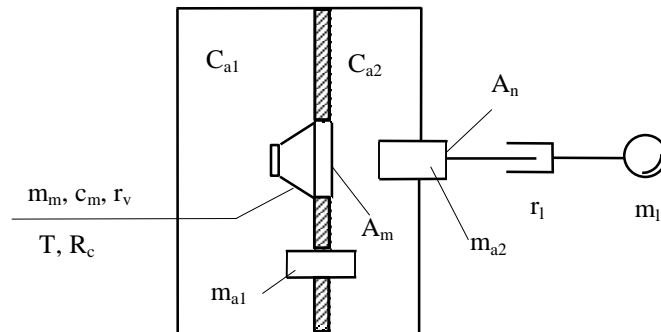
## 7.2. Hangolt kapus sugárzó

Ez a hangdoboz abban tér el az előzőekben tárgyalt egyrezonátoros sugárzótól, hogy a doboz belsejében lévő válaszfalban is található egy nyílás (kapu). (L. 6. ábra). A működés frekvenciatartományában a nyílás akusztikai tömegnek tekinthető, így az előző hálózat egy további reaktáns elemmel bővül. Ez lehetővé teszi, hogy megfelelő méretezéssel az egyrezonátoros sugárzónál szélesebb, és kisebb ingadozású átviteli sávot valósítsunk meg.

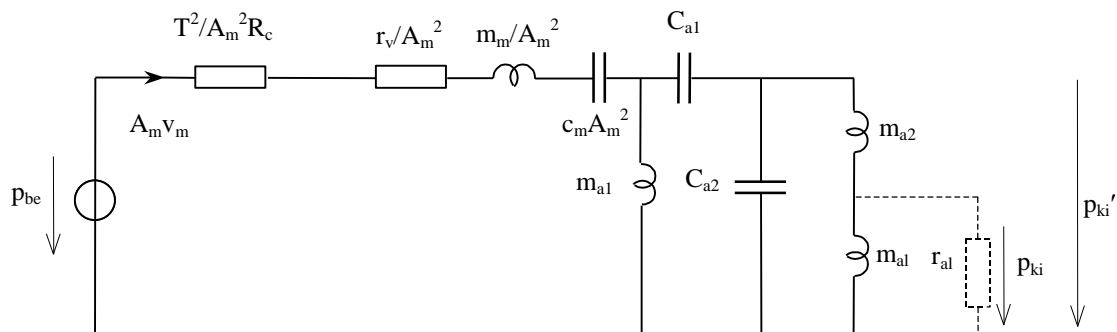
A fentiekben ismertetett feltételek mellett és a megfelelő átalakítások után a sugárzó elektromos analóg hálózatát a 7. ábrán rajzoltuk fel.

A hálózat átviteli függvénye:

$$a(s) = \frac{p_{ki}'(s)}{p_{be}} = \frac{s^4}{s^6 + b_5 s^5 + b_4 s^4 + b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0}$$



6. ábra. Hangolt kapus sugárzó



7. ábra. A hangolt kapus sugárzó elektromos analóg kapcsolása

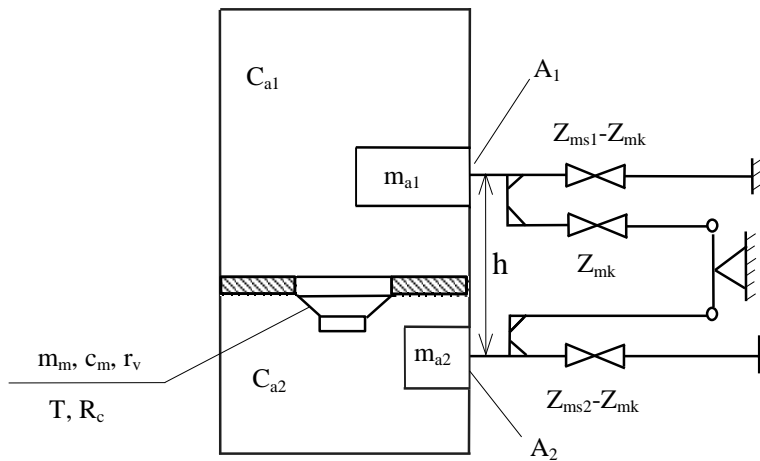
Az átviteli függvényből kiolvasható, hogy a frekvenciamenet aszimmetrikus. A kisfrekvenciás meredekség 24 dB/oktáv, a nagyfrekvenciás vágás pedig 12 dB/oktáv.

A sugárzó méretezése direkt módon is megoldható a hálózatszintézis módszereivel, de a kötött struktúra, valamint az akusztikai és mechanikai elemek korlátos megvalósíthatósága miatt célszerűbb – az előzőekhez hasonlóan – egy interaktív analízis programmal tervezni. Az analízis eredményei azt mutatják, hogy a hangolt kapus sugárzóval a nagyobb sáv szélességen túlmenően kisebb membránkitérés is biztosítható, mint az azonos doboz-térfogatú egyrezonátoros sugárzóval. Ezek az előnyök azonban elhanyagolhatóvá válhatnak egy alkalmatlanul megválasztott hangszóró beépítésével.

Hogy végül a fenti két megoldás közül melyik lesz kedvezőbb, az az adott típusú hangszórótól, valamint az előírt követelményektől függ. Az előírások lehetnek pl. az érzékenység nagysága és sávszélessége, a sáv alsó határfrekvenciája, a megengedett maximális doboztérfogat, a torzítás, stb. Csak a teljes specifikáció ismeretében dönthetjük el a sugárzó konstrukcióját.

### 7.3. Kétrezonátoros (Bose-típusú) mélyhangsugárzó

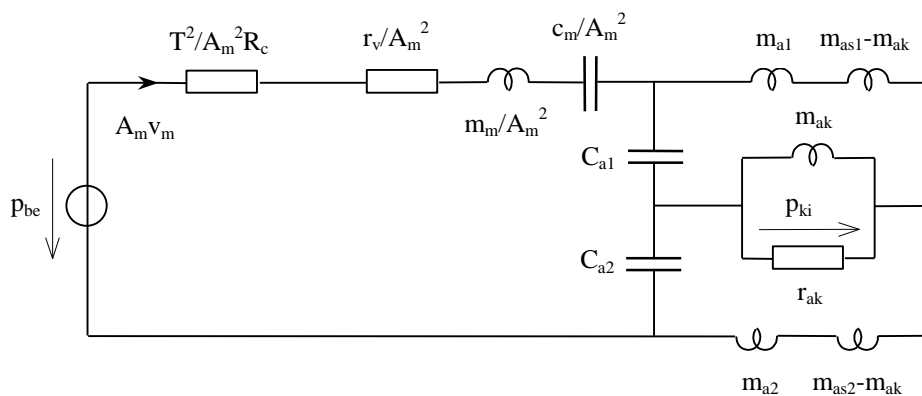
A 8. ábrán látható a két sugárzó nyílással ellátott Bose-féle szubbasszus doboz vázlatos rajza. A hangszóró itt is a belső elválasztó falban található, de – az előzőektől eltérően – a membránt terhelő mindkét rezonátor a szabadtérre nyílik. A rezonátorokat kissé széthangolva olyan sáváteresztő sugárzó adódik, amelynek az érzékenysége jelentősen meghaladja az előző két típusét. A két rezonátor jótékony hatást gyakorol a membrán kitérésére, ezáltal a torzítás tovább csökken.



8. ábra. A Bose-féle sugárzó

Az ábrán  $Z_{ms1}$  és  $Z_{ms2}$  a nyílások saját sugárzási impedanciái, míg  $Z_{mk}$  a mechanikai kölcsönös sugárzási impedancia.  $Z_{mk}$  akusztikai megfelelőjének elektromos analóg hálózata az 5. fejezet 5. ábráján látható, ahol  $m_{as}$  a megfelelő nyílás sugárzási tömege,  $m_{ak}$  és  $r_{ak}$  pedig a kölcsönös impedancia elemei.

A teljes helyettesítő kapcsolás felrajzolásának feltételei és gondolatmenete azonos az egyrezonátoros mélyhangsugárzónál elmondottakkal. Az akusztikai hálózat elektromos analóg kapcsolása a 9. ábrán látható.



9. ábra. A Bose-féle sugárzó elektromos analóg kapcsolása

Az elsugárzott teljesítmény a kölcsönös impedancia ohmos tagján, az  $r_{ak}$  ellenálláson lép fel:

$$P_a = \frac{|p_{ki}(s)|^2}{r_{ak}}$$

A kimeneti hangnyomás számításánál itt is elhanyagolható  $r_{ak}$  hatása, így a teljesítmény a kölcsönös tömeg kapcsain mérhető nyomással arányos. Látjuk, hogy  $m_{ak}$  egy hídkapcsolás keresztágában van, tehát a híd kiegyenlített állapotában a kimeneti hangnyomás zérus. Ez éppen a két rezonátor azonos rezonancia frekvenciájának az esete. Ha azonban a rezonátorokat széthangoljuk, a két rezonancia frekvencia környezetében mérhető nagy kimeneti térfogatsebességek miatt jelentősen megnő az elsugárzott teljesítmény.

A helyettesítő kapcsolás számítógépes analízise egyértelműen kimutatja a sugárzó tulajdonságait.

A rezonátorok túlzott széthangolása nagy átviteli ingadozást eredményez, így ez a sugárzó rendszerint keskenyebb sávot fog át, mint az előző kettő. Érzékenysége viszont – még hasonló sáv szélesség esetében is – meghaladja az egy nyílású sugárzó érzékenységét. Igen fontos jellemző még a membránkitérés, ami a két rezonátor gátló hatása miatt lényegesen kisebb az előzőkénél. Torzítás szempontjából tehát a Bose-sugárzó a leg-kedvezőbb a három típus közül.

## 7.4. Néhány megjegyzés a megvalósításhoz

Az egyenletes, kis ingadozású karakterisztika beállításához meghatározott nagyságú csillapító ellenállás (jósági tényező) szükséges. A csillapítás alapvetően a hangszóró elemeiből származik, nevezetesen a lengőrendszer veszteségi ellenállásából, valamint a cséve – esetleg a generátor – mechanikai oldalra transzformált ellenállásából. A csillapítás növelésének leghatásosabb eszköze a hangszóró elektromechanikai áttételének növelése, mivel az átranzformált ellenállás négyzetesen arányos az áttétellel, ugyanakkor a hálózat többi elemére nincs hatással  $T$  megváltozása. A kisebb cséve ellenállás ugyancsak nagyobb csillapítást jelent. A sugárzási ellenállás csillapító hatása nem számottevő.

A karakterisztika módosítására akusztikai csillapító anyag is felhasználható, pl. textilréteg zárás a nyílásokon.

A megvalósítás fontos fázisa a nyílás méreteinek kialakítása, mivel a számításokból kiadódó akusztikai tömeg egyaránt realizálható rövid és kis keresztmetszetű, valamint hosszú és nagy átmérőjű csővel. Az első eset gazdaságosabbnak tűnik, mégsem választható tetszőlegesen kis keresztmetszetű nyílás.

Ennek egyik oka, hogy szűk keresztmetszetű csövekben megnő a veszteség, ami az átviteli görbét kedvezőtlenül módosíthatja. Másik szempont (és ez tervezéskor számítható), hogy a nyílás térfogatsebessége mekkora részecske sebességnek felel meg. (A tervezés során ugyanis nem csak a méretek adódnak ki, hanem egy előírt teljesítményhez tartozó térfogatsebességek is.) A túlzottan nagy részecske sebesség kellemetlen, úgynevezett "suhogó" zajhoz vezet, ami jól megfigyelhető a nagy teljesítményű sugárzóknál. A tapasztalat szerint ez a zaj nem lép fel, ha a részecske sebesség a hang terjedési sebességének öt százaléka alatt marad. A nyílás keresztmetszetének növelésével a sebesség arányosan csökkenthető.

A doboz oldallapjainak legmondosabb illesztése és tömítése mellett sem lehet tökéletesen zárni a doboz belső terét. A kifűjás a doboz akusztikai kapacitásával párhuzamosan kapcsolt ellenállással helyettesíthető. Az analóg hálózatból leolvashatjuk, hogy a kifűjási ellenállások nem kívánt módon változtathatják meg az átviteli karakterisztikát. Az ellenállások értéke a doboz kivitelezésétől függ, méretezésnél nem tudunk számolni velük, de a már említett analízis programmal megvizsgálhatók a várható hatások.

A megvalósításra vonatkozó megjegyzések értelemszerűen mind az egyszerű zárt dobozra, mind a reflex- valamint a sáváteresztő mélysugárzókra is érvényesek.

### Irodalom

E. R. Gaddes: An Introduction to Band-Pass Loudspeaker Systems

Journal of the Audio Engineering Society, 1989 May.

L. D. Fielder, E. M. Benjamin: Subwoofer Performance for Accurate Reproduction of Music

Journal of the Audio Engineering Society, 1988 Juny.



## 8. PASSZÍV VÁLTÓSZŰRŐK

Korszerű hangszóróink sem alkalmasak arra, hogy a csaknem tíz oktáv szélességű hangfrekvenciás tartományban egyenletes átvitelt biztosítsanak. Ezért az átviteli tartományt két vagy több sávra osztjuk és sávonként a megfelelő konstrukciójú hangszórót működtetjük.

A sávok szétválasztásának további előnye a modulációs torzítás csökkenése.

A hangszórók modulációs torzítását a Doppler-effektus okozza. Jól ismert az a jelenség, hogy a közeledő hangforrás hangját magasabbnak, a távolodóét mélyebbnek észleljük az azonos jelet sugárzó álló hangforrásénál. A megváltozott frekvencia:

$$f = f_0 \frac{1}{1 \mp \frac{v}{c}}$$

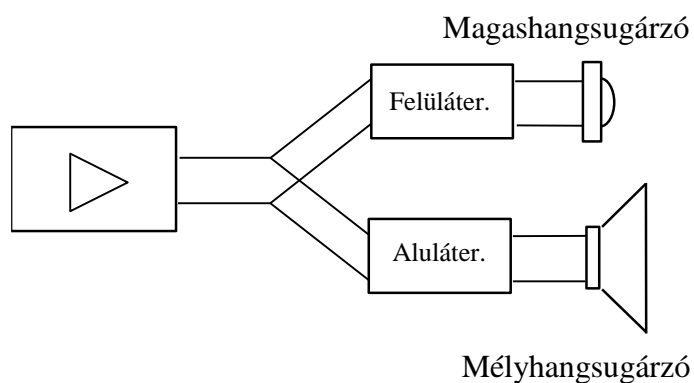
ahol  $f_0$  az álló hangforrás frekvenciája,  $v$  a közeledő (távolodó) hangforrás sebessége,  $c$  pedig a hang terjedési sebessége.

Ha egy hangszóró egyidejűleg két eltérő frekvenciájú szinuszos jelet sugároz, a magasabb hang forrása a mélyebb periodicitásával közeledik és távolodik a megfigyelőhöz képest. Ez azt eredményezi, hogy a magasabb hang frekvenciája ( $\omega_2$ ) a kisebb frekvenciával ( $\omega$ ) periodikusan változik, azaz frekvencia moduláció jön létre, ami jelentősen ronthatja a hang tisztaságát.

A következőkben a ma is széles körben használt passzív váltószűrőket fogjuk áttekinteni.

A váltószűrők alapvetően két nagy csoportra oszthatók. Az olcsóbb és általánosan használt megoldásban a többutas hangsugárzót egyetlen erősítő hajtja meg oly módon, hogy az erősítő kimenetére egy passzív elemekből álló szűrő kapcsolódik a hangszórók számának megfelelő kimenettel. Ezt nevezik passzív váltószűrőnek. Az aktív szűrős változat minden hangszóróhoz önálló erősítőt igényel.

Az 1. ábra mutatja kétutas rendszerre az erősítő, váltószűrő és a hangszórók elvi elrendezését.



1. ábra. Kétutas rendszer elvi elrendezése

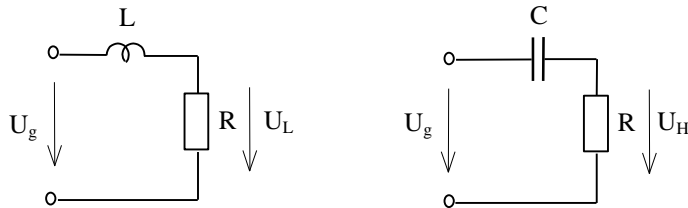
Váltószűrőket az 1930-as évektől készítenek. A kezdetben használt hullámparaméteres szűrők óta sokféle tervezési elv és módszer alakult ki, de mind azzal az egyszerűsítéssel élt, hogy a szűrőket frekvenciafüggetlen, konstans ellenállás zárja le.

## 8.1. A konstans ellenállású váltósűrő

Az 1950-es évek elejétől alkalmaznak olyan szűrőket, amelyek a frekvencia függvényében állandó bemenő ellenállást mutatnak. Az ilyen típusú szűrő kedvezően terheli az erősítőt, és frekvenciafüggetlen teljesítmény átvitelt biztosít.

Példaképpen vizsgáljuk meg a legegyszerűbb, elsőfokú, konstans ellenállású szűrőpárt.

A 2. ábrán látható az alul- és felüláteresztő szűrő kapcsolása.  $U_g$  az erősítő kimenő feszültsége,  $R$  a hangszórót képviselő ellenállás,  $U_L$  és  $U_H$  a mély- és magassugárzóra jutó feszültségek.



2.ábra. Elsőfokú konstans ellenállású szűrőpár

Az átviteli függvények:

$$G_L(s) = \frac{R}{R + sL} = \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_x}} \quad \text{és} \quad G_H(s) = \frac{R}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{\frac{s}{\omega_y}}{1 + \frac{s}{\omega_y}}$$

ahol  $\omega_x = \frac{R}{L}$  és  $\omega_y = \frac{1}{RC}$

A fázismenetek:

$$\phi_L(\omega) = \arctg\left(-\frac{\omega}{\omega_x}\right) \quad \text{és} \quad \phi_H(\omega) = \arctg\frac{\omega_y}{\omega}$$

A hangszóróra jutó teljesítmények:

$$P_L(\omega) = \frac{|U_L|^2}{R} = \frac{U_g^2}{R} |G_L(s)|^2 = \frac{U_g^2}{R} \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_x}\right)^2}$$

$$P_H(\omega) = \frac{|U_H|^2}{R} = \frac{U_g^2}{R} \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_y}\right)^2}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_y}\right)^2}$$

A bemenő impedanciák:

$$Z_L = R \left( 1 + \frac{s}{\omega_x} \right) \quad \text{és} \quad Z_H = R \left( 1 + \frac{\omega_y}{s} \right)$$

A két szűrő valójában párhuzamosan kapcsolódik, így az erősítőt terhelő impedancia:

$$Z_R = Z_L \times Z_H = R \frac{s^2 + s(\omega_x + \omega_y) + \omega_x \omega_y}{s^2 + 2s\omega_x + \omega_x \omega_y}$$

Látható, hogyha  $\omega_x = \omega_y$ , akkor  $Z_R = R$ , azaz frekvenciafüggetlen állandó. Ez a feltétel akkor teljesül, ha

$$R^2 = \frac{L}{C}$$

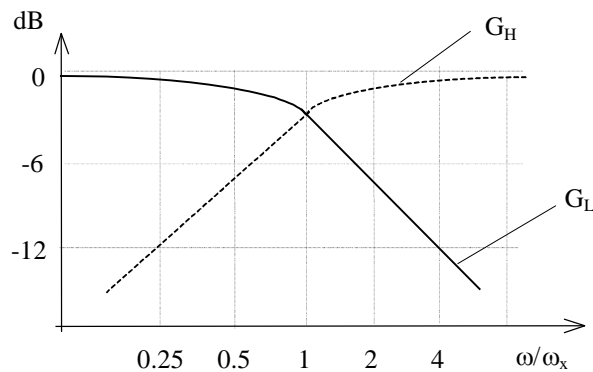
Ebben az esetben a hangszórókra jutó teljesítmények összege is konstans:

$$P_L + P_H = \frac{U_g^2}{R}$$

A fázismenetek különbsége frekvenciafüggetlenül  $\pi/2$ , mivel

$$\operatorname{arctg} \left( -\frac{\omega}{\omega_x} \right) = \operatorname{arctg} \frac{1}{\frac{\omega}{\omega_x}} - \frac{\pi}{2}$$

A 3. ábrán az alul- és felüláteresztő szűrők átviteli jelleggörbéi láthatók. A vágási meredekség 6 dB/oktáv, a keresztelési frekvencián ( $\omega_x$ ) a csillapítás 3 dB.



3.ábra. A szűrőpár átviteli jelleggörbéje

A szűrők kapcsolási elemeit és az átviteli függvényeket a gyakorlatban szokásos módon relatív értékben adják meg. A lezáró ellenállást és a keresztelési frekvenciát egységnek választva a fenti szűrőknél  $L=1$  és  $C=1.3$ .

Mivel ideális szűrőt nem tudunk készíteni, a keresztelési frekvencia környezetében az alul- és felüláteresztő karakterisztikák átlapolódnak. Az átlapolódás frekvenciatartománya annál nagyobb, minél kisebb a szűrők meredeksége. A hangszórókat tápláló jelspektrum szétválasztása eredményesebb, ha növeljük a szűrők vágási meredekségét. Ezért a minőségi hangsugárzóknak másod- vagy harmadfokú szűrőket alkalmaznak. (A fokszám emelése az elemszám szaporodása mellett a tranziens átvitel romlását is eredményezi.) A tetszőleges fokszámú, konstans ellenállású váltószűrők tulajdonságai a következőkben foglalhatók össze:

- bemenő ellenállásuk és a leadott teljesítmények összege állandó;
- az egyes szűrők átviteli függvényeit Butterworth-polinomok írják le. Az összetartozó szűrőpárok átviteli függvényei szimmetrikusak,  $G_H(s)=G_L(1/s)$ . A keresztelési frekvencián az egyes szűrők csillapítása 3 dB;
- a szűrőpárok fázismenetének különbsége frekvenciafüggetlenül  $n\pi/2$ , ahol  $n$  a fokszám;
- az átviteli függvények összegének abszolút értéke páratlan fokszámú szűrőknél azonosan egységnyi, párosaknál  $\sqrt{2}$  vagy 0, fokszámtól függően.

Valójában azonban nem az elsugárzott teljesítmény, hanem a megfigyelés helyén kialakult hangnyomás kelti a hangérzetet az észlelőben, ezért a teljesítménymenet helyett célszerűbb az eredő hangnyomás frekvenciamenetét és helyfüggését vizsgálni. Az átfedési tartományban ugyanis mindkét hangszóró egyidejűleg sugároz, az eredő hangnyomást a két jel fázishelyes összege határozza meg.

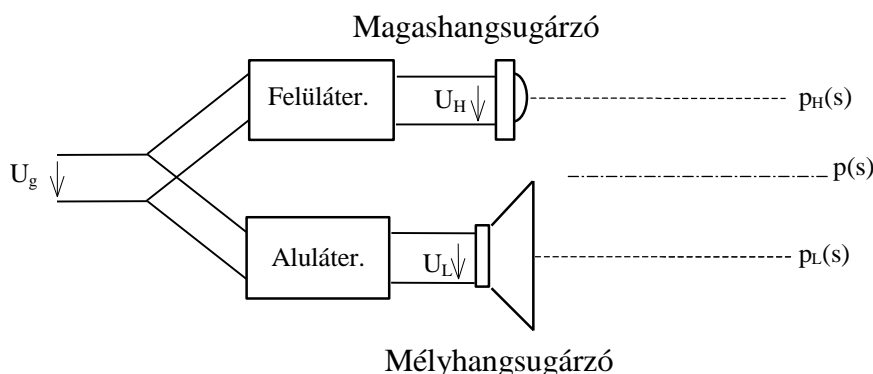
Ezen megfontolásból kiindulva, a szűrőtervezés az alul- és felüláteresztő átviteli függvények összegének vizsgálatára vezethető vissza. A hangnyomás frekvenciamenete azonban csak akkor fog megegyezni a szűrők összegfüggvényének frekvenciamenetével, ha a két hangszóróból érkező hanghullám útkülönbsége kicsi a hullámhosszhoz képest, valamint a két hangszóró érzékenysége és átviteli karakterisztikája megegyezik. Mindkét feltétel természetesen a keresztelési frekvencia környezetében értendő.

A 4. ábra mutatja a hangnyomás,  $p(s)$  és az erősítő kimenő feszültsége,  $U_g$  közötti kapcsolatot.  $U_L(s)$  és  $U_H(s)$  a hangszórókra jutó feszültség,  $p_L(s)$  és  $p_H(s)$  a hangszórók által keltett hangnyomás a megfigyelési pontban.  $F_L(s)$  és  $F_H(s)$  a hangszórók átviteli függvénye, azaz

$$F_L(s) = \frac{p_L(s)}{U_L(s)} \quad \text{és} \quad F_H(s) = \frac{p_H(s)}{U_H(s)}$$

A főtengelyben mérhető hangnyomás:

$$p(s) = p_L(s) + p_H(s) = U_L(s)F_L(s) + U_H(s)F_H(s)$$



4. ábra. A hangnyomás és a generátor feszültség kapcsolata

Ha  $F_L(s) = F_H(s) = F(s)$ , akkor  $p(s) = F(s)[U_L(s) + U_H(s)]$

A rendszer teljes átviteli függvénye a nyomás és a generátor feszültség hányadosa:

$$\frac{p(s)}{U_g} = F(s)[G_L(s) + G_H(s)]$$

ahol  $G_L(s) = \frac{U_L(s)}{U_g}$

és

$$G_H(s) = \frac{U_H(s)}{U_g}$$

a szűrők átviteli függvénye.

## 8.2. A konstans feszültségű váltószűrő

A fenti összefüggésekből látható, hogy az eredő átviteli függvény akkor egyezik meg a hangszórókéval, ha a szűrők komplex átviteli függvényeinek összege egységnyi. Ez azt jelenti, hogy az eredő amplitúdó átvitel konstans, a fázis pedig zérus a frekvencia függvényében. Ezt a feltételt valósítják meg a konstans feszültségű szűrők, amelyeket a 70-es évek elejétől alkalmaznak.

Az alul- és felüláteresztő átviteli függvényének legegyszerűbb származtatása az azonos számlálójú és nevezőjű összegfüggvény számlálójáak szétválasztása. Példa erre az előzőekben tárgyalt konstans ellenállású elsőfokú szűrő, ahol  $G_L(s)$  és  $G_H(s)$  összege egységnyi. A szűrő tehát konstans feszültségű tulajdonságokkal is rendelkezik.

Az egynél magasabb fokú konstans feszültségű szűrők nem realizálhatók passzív hálózattal. Ezen túlmenően is két kellemetlen tulajdonsággal rendelkeznek. Az egyik, hogy a fokszám növelésével nem csökken megfelelő mértékben az átfedési tartomány. (Az átfedési tartomány a két szűrőjelleggörbe  $-12$  dB-s pontjához tartozó frekvenciák oktávban mért hányadosa.) Másrészt, az egységnyi összegfüggvény fázisban erősen eltérő átviteli függvények eredője, így nagy a szűrők toleranciaérzékenysége.

Az átfedési tartomány csökkenthető, ha enyhítjük a fázismenettel szembeni szigorú feltételt, és csak a konstans amplitúdó karakterisztikát írjuk elő az összegfüggvényre. Ezt az elvet követik a mindentáteresztő szűrők tervezésénél.

### 8.3. A mindentáteresztő váltószűrő

A 80-as évek elejétől alkalmazott szűrőtípussal ma is gyakran találkozunk a többutas hangsugárzóknál. A mindentáteresztővel szemben támasztott követelmény tehát:

$|G_L(s_n) + G_H(s_n)| = 1$  ahol  $s_n$  a keresztelési frekvenciára normált komplex frekvencia.

Az alul- és felüláteresztő átviteli függvénye a következő feltételekkel származtatható:

1.  $G_L(s_n)$ -nek ne legyenek a végesben zérusai.
2.  $G_L(\omega_n)$  és  $G_H(\omega_n)$  legyenek szimmetrikusak a keresztelési frekvenciára:

$$|G_L(s_n)| = \left| G_H\left(\frac{1}{s_n}\right) \right|$$

3.  $G_L(s_n)$  és  $G_H(s_n)$  nevezői legyenek azonosak.

Az első feltétel egyszerű realizálást tesz lehetővé. A második és a harmadik meghatározzák az átviteli függvények pólusainak elhelyezkedését a komplex frekvencia síkon. Figyelembe véve az egységnyi eredő átvitelt is, kiszámíthatók a polinomok együtthatói.

Eredményként azt kapjuk, hogy az aluláteresztő átviteli függvények számlálója azonosan egy, a felüláteresztőké pedig  $s_n$ -nek a fokszámának megfelelő hatványa. A nevezőket Butterworth-polinomok alkotják, de a páros és páratlan fokszámú szűrőknél eltérő módon.

#### 1. Páratlan fokszámú szűrők.

Ezen csoport átviteli függvényeinek a nevezője a megfelelő fokszámú Butterworth-polinom; a függvények és azok tulajdonságai megegyeznek a konstans ellenállású szűrőkével.

#### 2. Páros fokszámú szűrők.

Az átviteli függvények nevezőjében a Butterworth-polinomok négyzete szerepel, jellemzőik pedig – a páratlan fokszámúakétól eltérően – a következők:

- az alul- és felüláteresztő csillapítása a keresztelési frekvencián 6 dB;
- a szűrőpárok fázismenetének különbsége frekvenciától függetlenül  $2\pi$  egész számú többszöröse;
- a teljesítményösszeg a keresztelési frekvencián -3 dB.

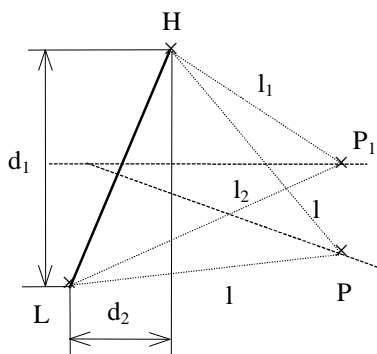
A mindentáteresztő szűrők passzív elemekkel realizálhatók. Előnyös tulajdonságuk, hogy – a konstans feszültségű szűrőkkel ellentétben – az átfedési tartomány a fokszám növekedésével csökken.

## 8.4. A Linkwitz-szűrő

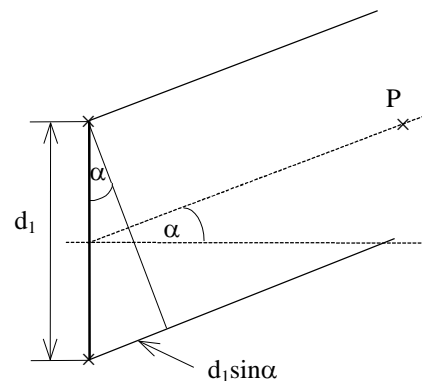
Az eddig tárgyalt váltószűrő jellemzők csak akkor érvényesülhetnek, ha a bevezetőben megfogalmazott feltételek (frekvenciafüggetlen terhelés, egyforma hangszóró karakterisztikák, stb.) teljesülnek. Az egyik legszigorúbb feltétel, hogy a hangszóróktól a megfigyelési pontba érkező jelek útkülönbsége kicsi legyen a hullámhosszhoz képest. Ugyanis a hangszórók egyrészt átmérőik által megszabott távolságra helyezhetők el egymástól, másrészt eltérő mélységük miatt az akusztikai középpontjuk sem esik egy síkba. Az átfedési tartományban az azonos frekvenciájú és eltérő fázisú hanghullámok eredőjének mind a frekvenciamenete, mind az iránykarakteristikája kellemetlenül egyenetlenné válhat.

A 70-es évek közepén S. H. Linkwitz vizsgálta a váltószűrők viselkedését a fenti szempontból.

Az 5a. ábrán látható elrendezésben a két hangszóró (pontosugárzó)  $d_1$  távolságra van egymástól, és az akusztikai középpontok távolsága  $d_2$ . A hangszórók főtengelye – amely mentén útkülönbség nélkül összegződik a két hanghullám – nem esik egybe a hangsugárzó (doboz) főtengelyével. Az akusztikai középpontok egy síkba hozhatók, ha a magassugárzót  $d_2$ -vel hátrább szereljük, vagy a szükséges időeltolást elektromosan biztosítjuk. Ezzel az 5b. ábrán látható egyszerűbb elrendezés alapján vizsgálhatjuk meg a váltószűrő hatását a sugárzó átfedési tartománybeli jellemzőire.



5a.ábra



5b.ábra

Az akusztikai középpontok azonos síkban helyezkednek el

Ha a megfigyelési pont (P) elegendően távol van a sugárzótól, a két hangszóróból érkező jel útkülönbsége:

$$l = d_1 \sin \alpha$$

Az ennek megfelelő fázisdifferencia:

$$\varphi_L = 2\pi \frac{d_1}{\lambda} \sin \alpha$$

A szűrő átviteli függvények fázistolása  $\varphi_L$  és  $\varphi_H$ , értékük természetesen a szűrők típusától függ. A teljes fáziskülönbség a P pontban:

$$\Delta\varphi = \varphi_H - \varphi_L + 2\pi \frac{d_1}{\lambda} \sin \alpha$$

Az eredő hangnyomás a P pontban akkor a legnagyobb, ha a jelek fázishelyesen összegződnek, azaz  $\Delta\varphi = 2n\pi$ , és a legkisebb, amikor  $\Delta\varphi = (2n+1)\pi$ , ahol  $n = 0, 1, 2, \dots$



$\Delta\varphi$  összefüggéséből leolvasható, hogy a hangnyomás iránykarakterisztikáját nemcsak az észlelési pontnak a főtengelyhez viszonyított helyzete ( $\alpha$ ) határozza meg, hanem a szűrők fázistolásának eltérése is. Ez azt jelenti, hogy a hangnyomás nem a főtengelyben éri el a maximumát, azaz az iránykarakterisztika elfordul a főtengelyhez képest. Ezzel az egyik kioltási irány is igen közel kerülhet a főtengelyhez. Az elfordulás szöge a frekvencia függvényében változik ( $\varphi_H - \varphi_L$ )-nek megfelelően. Mindezek igen kellemetlen térbeli hangeloszlást eredményezhetnek az átfedési tartományban.

Példaképpen hasonlítsuk össze három eltérő szűrő iránykarakterisztikáját arra az esetre, amikor  $d_l = \lambda$  a keresztvezési frekvencián. (Ez megfelel pl. 2 kHz-en 17 cm-nek.) A szűrők legyenek: másodfokú konstans feszültségű, harmadfokú mindentáteresztő és másodfokú konstans ellenállású szűrők. Az eredményeket az 1. táblázat szemlélteti.

A fentiek alapján megfogalmazhatók a váltószűrő átviteli függvényekkel szembeni követelmények:

- a szűrők fázismenetének különbsége ( $\varphi_H - \varphi_L$ ) a keresztvezési frekvencián legyen zérus, így nem fordul el az iránykarakterisztika;
- a szűrők csillapítása a fenti frekvencián legyen 6 dB, ezzel az összegben nem lesz kiemelés;
- az iránykarakterisztika szimmetriája megmarad az átfedési tartományban, ha  $\varphi_H - \varphi_L$  állandó.

	Konst.fesz.	Mindentáter.	Konst.ell.
$ F_l ,  F_H $	0 dB	-3 dB	-3 dB
$\varphi_H - \varphi_L$	120°	90°	0°
Vágási meredekség	12 dB/okt	18 dB/okt	12 dB/okt
Max. hangnyomás -szöge	-20°	-15°	0°
-értéke	+6 dB	+6 dB	+3 dB
Kioltás szöge	+10°	+15°	$\pm 30^\circ$
Vázlatos ábrák			

1. táblázat

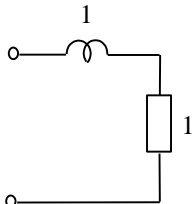
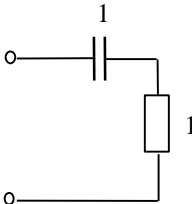
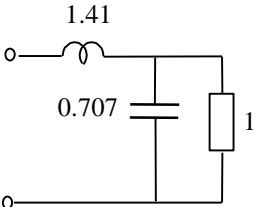
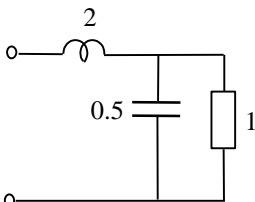
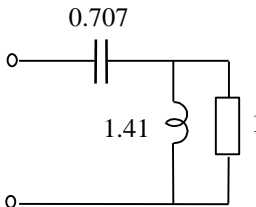
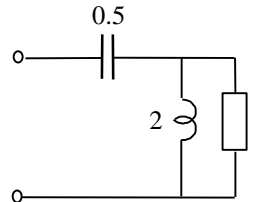
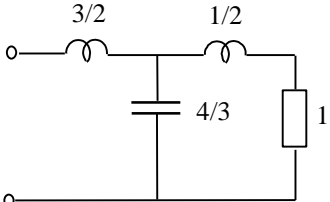
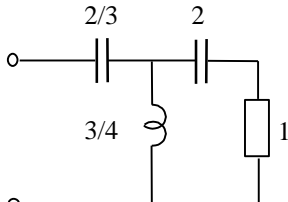
A harmadik feltételnek olyan függvények felelnek meg, ahol az alul- és felüláteresztő szűrőnek azonosak a pólusai, és a felüláteresztőnek az origóban van zérusa. Az első feltétel páros számú zérust igényel, a második pedig akkor teljesül, ha a pólusok kettős pólusok.

A páros fokszámú mindentáteresztő szűrők rendelkeznek a kívánt tulajdonságokkal; a szakirodalom ezeket nevezi Linkwitz-szűrőknek.

A leggyakoribb váltószűrők normált átviteli függvényei, valamint a kapcsolási rajzok a 2. táblázatban láthatók. (A felüláteresztő negatív előjele fordított polaritású bekötésre utal.)

### 8.5. A hangszóró impedanciamenetének kompenzálása

A hangszórók impedanciamenete csak az átviteli sávjuk középső tartományában tekinthető közel állandónak. A membrán rezonancia környezetében a csillapítástól függően az impedancia többszöröse lehet a cséve ohmos ellenállásának, míg a nagyfrekvenciás oldalon a cséve induktivitás hatására az impedancia monoton nő. A frekvenciafüggés jelentősen csökkenthető kompenzáló elemek beiktatásával.

Fokszám	ALULÁTERESZTŐ $G_L(s)$	FELÜLÁTERESZTŐ $G_H(s)$	TÍPUS
1	 $\frac{1}{1+s_n}$	 $\frac{s_n}{1+s_n}$	Mindent- áteresztő  Konstans ellenállású  Konstans feszültségű
2	 $\frac{1}{1+\sqrt{2}s_n+s_n^2}$  $\frac{1}{(1+s_n)^2}$	 $\frac{-s_n^2}{1+\sqrt{2}s_n+s_n^2}$  $\frac{-s_n^2}{(1+s_n)^2}$	Konstans ellenállású   Mindent- áteresztő  Linkwitz- szűrő
3	 $\frac{1}{1+2s_n+2s_n^2+s_n^3}$	 $\frac{-s_n^3}{1+2s_n+2s_n^2+s_n^3}$	Mindent- áteresztő  Konstans ellenállású

2. táblázat

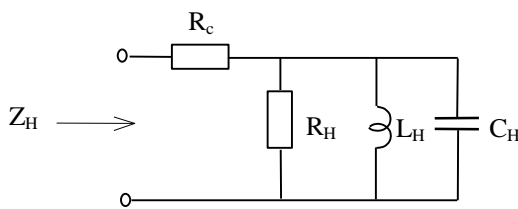
## 1. Kisfrekvenciás kompenzálás

A hangszóró rezonancia frekvenciájának környezetében az elektromos impedancia a 6a. ábra szerint közelíthető. Használjuk a szokásos hangszóró paramétereit:

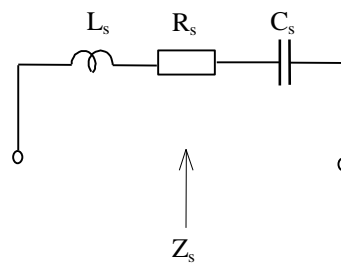
Rezonancia frekvencia:  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_H C_H}}$

Mechanikai jósági tényező:  $Q_M = \frac{R_H}{\omega_0 L_H}$

Elektromos jósági tényező:  $Q_E = \frac{R_c}{\omega_0 L_H}$



6a. ábra



6b. ábra

A hangszóró kisfrekvenciás kompenzálása

Ezzel a hangszóró impedanciája a következő alakban írható fel:

$$Z_H = R_c \frac{1 + \frac{s}{\omega_0 Q_M} \left(1 + \frac{Q_M}{Q_E}\right) + \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2}{1 + \frac{s}{\omega_0 Q_M} + \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2}$$

A hangszóróval a 6b. ábrán látható soros rezgőkört kapcsoljuk párhuzamosan. A soros kör elemeit úgy határozzuk meg, hogy az eredő impedancia frekvenciától függetlenül  $R_c$ -vel egyezzen meg.

A soros kör impedanciája:

$$Z_s = \frac{1 + sR_s C_s + s^2 L_s C_s}{sR_s C_s}$$

A két kör rezonancia frekvenciáját azonosra választva azonnal adódik  $R_s$  értéke a rezonancia ellenállásból:

$$(R_c + R_H) \times R_s = R_c$$

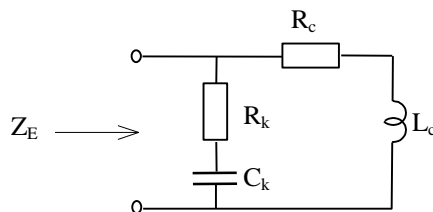
$$R_s = R_c \left(1 + \frac{R_c}{R_H}\right) = R_c \left(1 + \frac{Q_E}{Q_M}\right)$$

Könnyen igazolható, hogy a párhuzamos eredő impedancia  $R_c$ -vel egyenlő, ha

$$C_s = \frac{1}{\omega_0 R_c Q_E} \quad \text{és} \quad L_s = R_c \frac{Q_E}{\omega_0}$$

## 2. Nagyfrekvenciás kompenzálás

Az átviteli tartomány felső szakaszában a hangszóró impedanciája a cséve ellenállásával és induktivitásával közelíthető. Alkalmasan megválasztott soros R-C tagot párhuzamosan kapcsolva, az eredő impedancia a frekvenciától függetlenül  $R_c$ -vel fog megegyezni. (l. 7. ábra.)



7. ábra. A hangszóró nagyfrekvenciás kompenzálása

Az eredő impedancia:

$$Z_E = (R_c + sL_c) \times \left( R_k + \frac{1}{sC_k} \right) = \frac{1 + s \left( \frac{L_c}{R_c} + R_k C_k \right) + s^2 L_c C_k \frac{R_k}{R_c}}{1 + sC_k (R_c + R_k) + s^2 L_c C_k}$$

Látható, hogy  $Z_E = R_c$ , ha

$$R_k = R_c \quad \text{és}$$

$$C_k = \frac{L_c}{R_c^2}$$

A valóságban azért nem ennyire sikeres a kompenzálás, mivel egyrészt a lengőcséve induktivitása ebben a tartományban már frekvenciafüggő, másrészt az örvényáramú veszteségi ellenállás sem elhanyagolható. Mindemellett a kompenzálás jelentősen csökkenti az impedancia növekvő tendenciáját.

A fentiekben ismertetett módszerek nem tudják figyelembe venni az adott hangszórók hangnyomás átviteli karakterisztikáit. Ezért a legjobb megoldás, ha a kiválasztott szűrő elemeket kiinduló értéknek tekintjük, és a mért nyomáskarakterisztika ismeretében számítógépes optimalizáló eljárással határozzuk meg a teljes átvitel szempontjából legkedvezőbb szűrő elemértékeket.

## Irodalom

R. H. Small: Constant-Voltage Crossover Network Design  
Proc. IREE Aust., 1970 Mar.

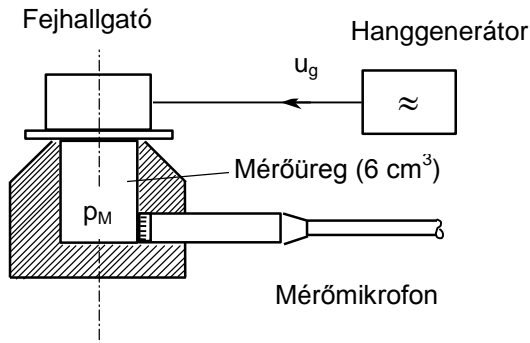
S. H. Linkwitz: Active Crossover Networks for Noncoincident Drivers  
Journal of the Audio Engineering Society, 1976 Jan/Feb.

S. H. Linkwitz: Passive Crossover Networks for Noncoincident Drivers

- Journal of the Audio Engineering Society, 1978 Mar.
- P. Garde: All-Pass Crossover Systems  
Journal of the Audio Engineering Society, 1980 Sep.
- R. M. Bullock, III: Loudspeaker Crossover Systems: An Optimal Crossover Choice  
Journal of the Audio Engineering Society, 1982 July/Aug.

## 9. FEJHALLGATÓK

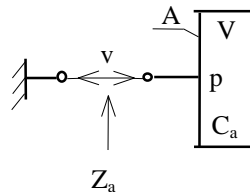
A fejhallgatók olyan hangkeltő eszközök, amelyek egy igen kis térészben (fülüreg) állítanak elő hangteret. Átviteli függvény mérésének céljára szabványosított műfülek léteznek. A műfül lényegében egy  $6 \text{ cm}^3$ -es üreg. A fejhallgató által keltett hangnyomást a műfülbe épített mérőmikrofon érzékeli (1. ábra).



1. ábra. Fejhallgató érzékenységének mérése műfülön

Fülhallgatók méréséhez  $2 \text{ cm}^3$ -es üreg használatos.

A fejhallgatóknak az átalakítótól független közös tulajdonsága, hogy a fülüregben (mérőüregben) a hangnyomás a membrán kitérésével arányos (1. 2. ábra).



2. ábra. A mérőüregben a hangnyomás a membránkitéréssel arányos

Ugyanis az üreg akusztikai impedanciája:

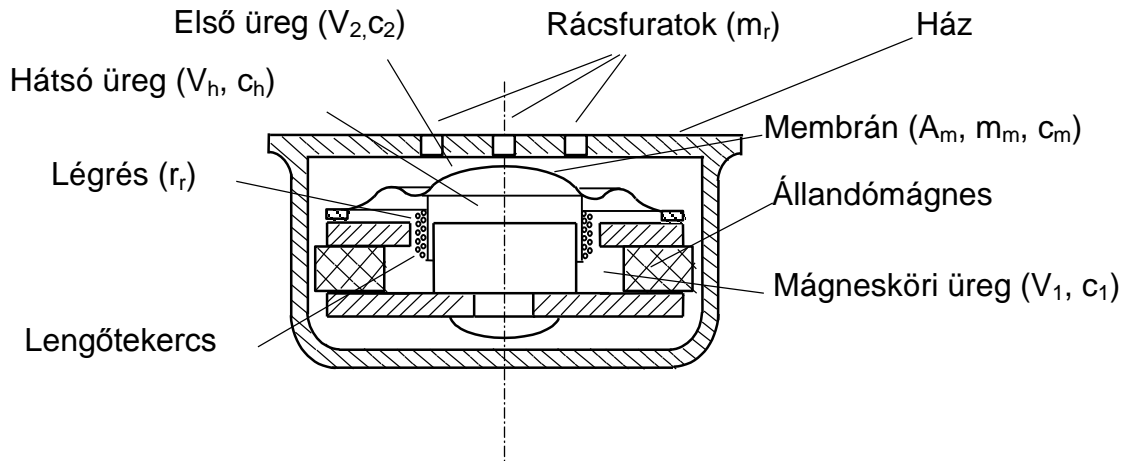
$$Z_a = \frac{p}{Av} = \frac{1}{j\omega C_a} \quad \text{amiből a nyomás:}$$

$$p = \frac{A}{C_a} \frac{v}{j\omega} = \frac{A}{C_a} x \quad \text{ahol } x \text{ a membrán kitérése.}$$

Egyenletes átviteli jelleggörbét tehát abban a frekvenciatartományban kapunk, ahol a membrán kitérése állandó. Egy állandó erővel meghajtott mechanikai lengőrendszernél a rezonancia frekvencia alatt lesz a kitérés konstans, így a fejhallgatók aluláteresztő eszközök, amelyeknél a membrán rezonancia frekvenciája az átviteli sávot felülről határolja.

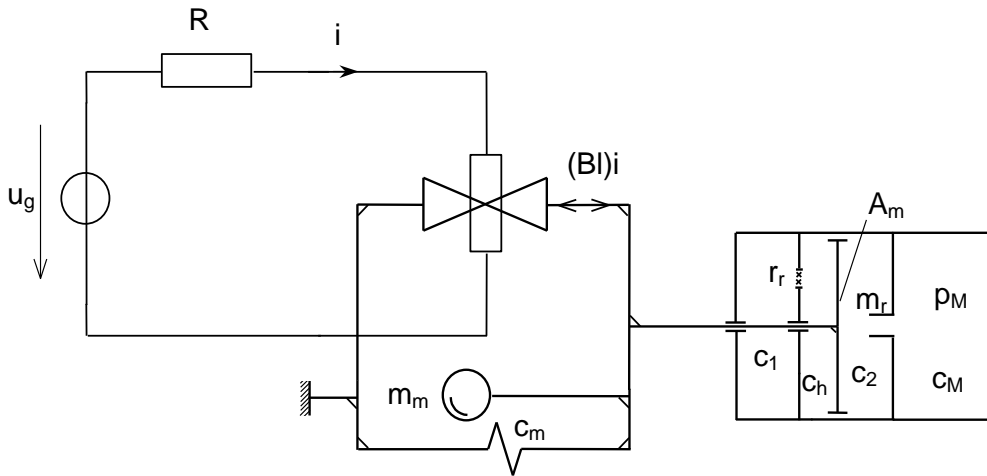
### 9.1. Dinamikus fejhallgató

A stúdió és házi célokra egyaránt használatos dinamikus fejhallgató felépítése hasonló a dinamikus mikrofonéhoz (3. ábra). A legfontosabb eltérés, hogy a mágneskör középső pólusa nincs átfúrva, ezért ezek az elemek ( $m_3$ ,  $c_3$ ) hiányoznak. A tekercs inductivitását most is elhagytuk.



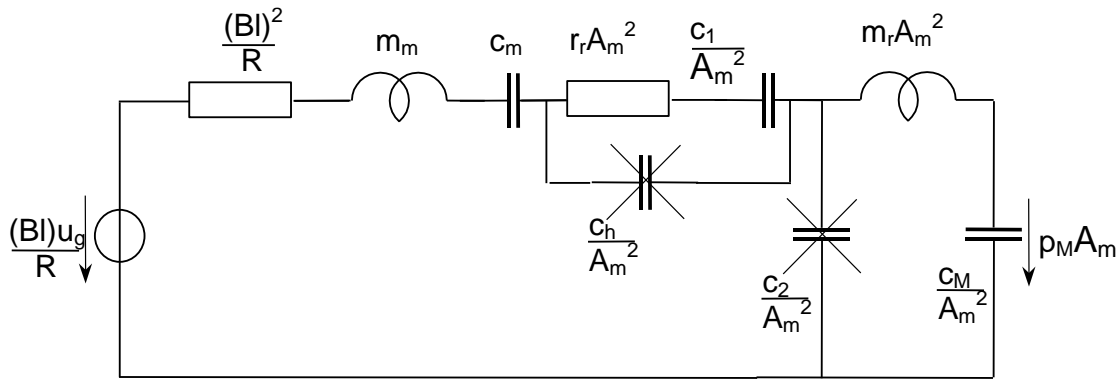
3. ábra. Dinamikus fejhallgató felépítése

Az elektromechanikai helyettesítő kapcsolás a 4. ábrán, a mechanikai oldalra transzformált hálózat elektromos analógja az 5. ábrán látható.



4. ábra. Dinamikus fejhallgató elektromechanikai helyettesítő kapcsolása





5. ábra. A dinamikus hallgató elektromos analóg hálózata

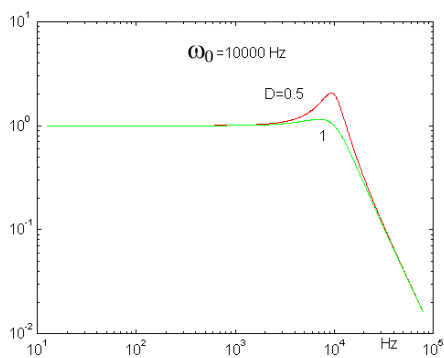
A membrán mögötti és előtti üregek sönthatását elhanyagolva eredményül egy veszteséges soros rezgőkört kapunk. Az érzékenység frekvenciamenete az

$$r_{er} = \frac{(Bl)^2}{R} + r_r A_m^2 \text{ és } c_{er} = c_m \times \frac{c_1}{A_m^2} \times \frac{c_M}{A_m^2} \text{ felhasználásával}$$

$$\frac{p_M}{u_g} = \frac{T}{RA_m} \frac{\frac{A_m^2}{sc_M}}{r_{er} + \frac{1}{sc_{er}} + sm_m} = \frac{T}{RA_m} \frac{A_m^2}{c_M} c_{er} \frac{1}{s^2 m_m c_{er} + sc_{er} r_{er} + 1} = K \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + D \frac{s}{\omega_0} + 1}$$

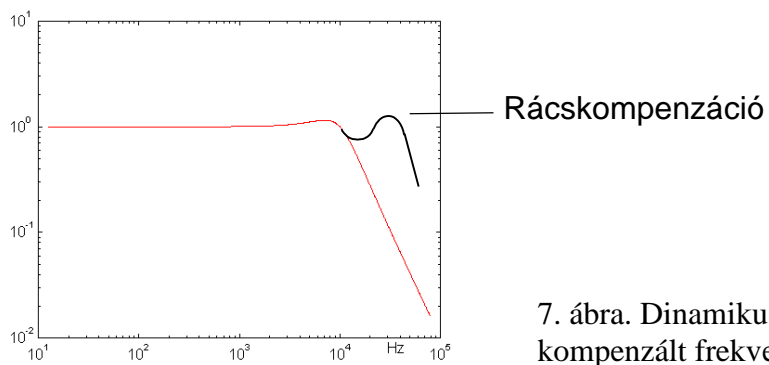
ahol  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{m_m c_m}}$ ,  $D = \omega_0 c_{er} r_{er}$  és  $K = \frac{T}{RA_m} \frac{A_m^2}{c_M} c_{er}$

Az átviteli karakterisztika a távbeszélő hallgatóéhoz hasonlitos, csak a kisebb membrántömeg (vékony műanyag fólia) miatt a rezonancia lényegesen magasabb lesz.



6. ábra. Dinamikus fejhallgató frekvenciamenete

Az egyszerűsített hálózat frekvenciamenétét javíthatjuk oly módon, hogy a membrán előtti üreg és a fedélfurat ( $c_2$ ,  $m_r$ ) rezonanciáját kihasználva a levágást eltoljuk a magasabb frekvenciák irányába (10. ábra).

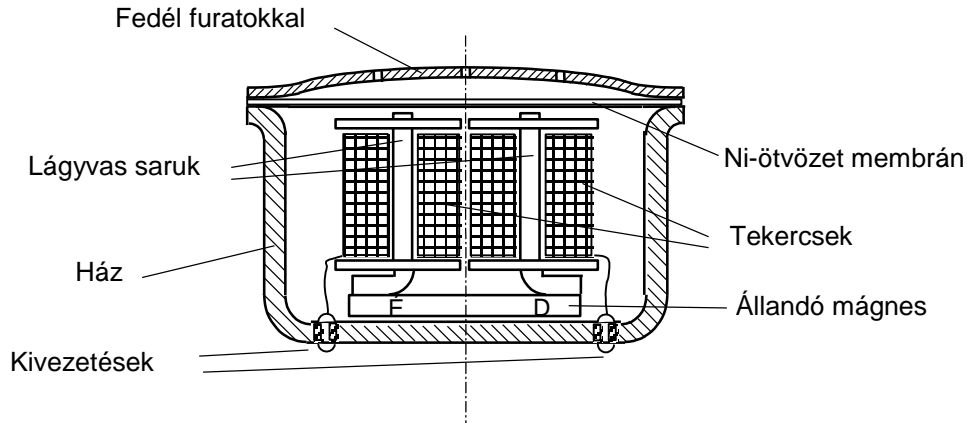


7. ábra. Dinamikus fejhallgató kompenzált frekvenciamenete

Az így kapott átvitel felső határa 15 kHz-et is elérheti.

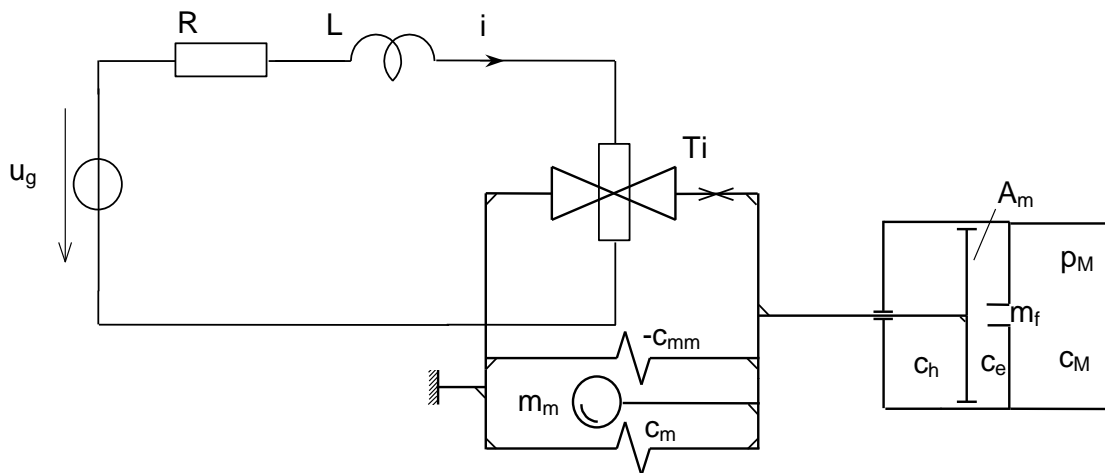
## 9.2. Mágneses fejhallgató

Távbeszélő készülékek igen elterjedt típusa a mágneses fejhallgató. Az egyszerű felépítés, megbízható működés, megfelelő érzékenység és a kedvező ár, amelyek indokolják használatát a viszonylag szerény átviteli képességei ellenére. Felépítése a 2. ábrán látható.



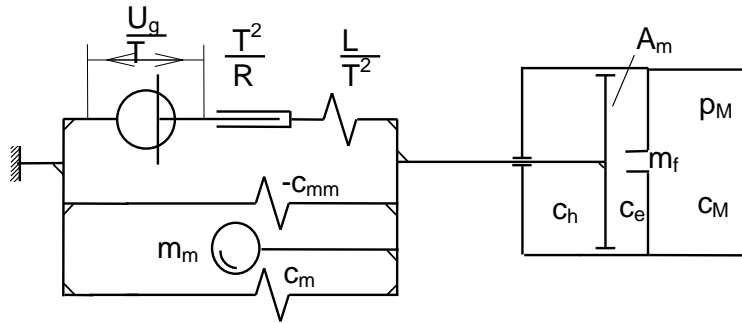
8. ábra. Távbeszélő hallgató felépítése

Az állandómágnes keltette tér a lágyvaspólusok és az ugyancsak mágneses anyagból készült membrán között kialakít egy vonzóerőt. Irányától függően a tekercsek árama ezt a vonzóerőt növeli vagy csökkenti. Ez a változó erőhatás fogja a membránt mozgásba hozni.



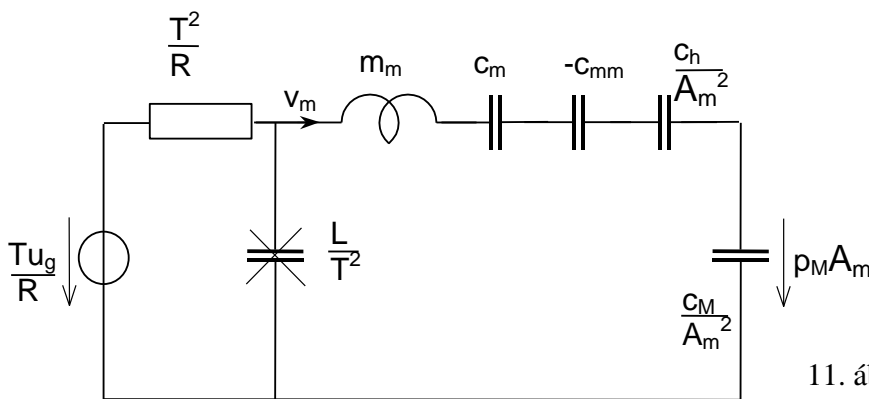
9. ábra. Távbeszélő hallgató elektromechanikai helyettesítő kapcsolása

Az érzékenység megállapítását a mechanikai oldalra transzformálással kezdjük. Ekkor a mechanikai oldalon megjelenik egy belső impedanciával (ellenállással és rugóval) rendelkező sebességgenerátor. (A membrán előtti akusztikai kapacitást és a furat tömegét ( $c_e$ ,  $m_f$ ) elhanyagoltuk.) A csak nagyfrekvencián szerepet játszó  $L/T^2$  értékű rugót elhagyjuk, és a megmaradó belső ellenállással rendelkező sebességgenerátort Thevenin-kapcsolással helyettesítjük.



10. ábra. Távszemlő hallgató mechanikai oldalra transzformálva

Ezek után a mechanikai hálózat elektromos analógja a 11. ábra szerinti alakot ölti.



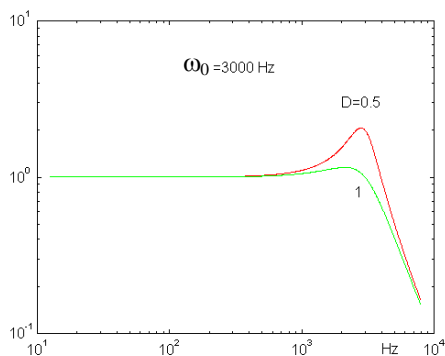
11. ábra. A távszemlő hallgató elektromos analóg hálózata

$$\frac{p_M}{u_g} = \frac{T}{RA_m} \frac{\frac{A_m^2}{sC_M}}{\frac{T^2}{R} + \frac{1}{sC_{er}} + sm_m} = \frac{T}{RA_m} \frac{A_m^2}{C_M} c_{er} \frac{1}{s^2 m_m c_{er} + sC_{er} \frac{T^2}{R} + 1} = K \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + D \frac{s}{\omega_0} + 1}$$

ahol  $c_{er} = c_m x(-c_{mm}) x \frac{c_h}{A_m^2} x \frac{c_M}{A_m^2}$ ,  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{m_m c_m}}$ ,  $D = \omega_0 c_{er} \frac{T^2}{R}$  és  $K = \frac{T}{RA_m} \frac{A_m^2}{C_M} c_{er}$

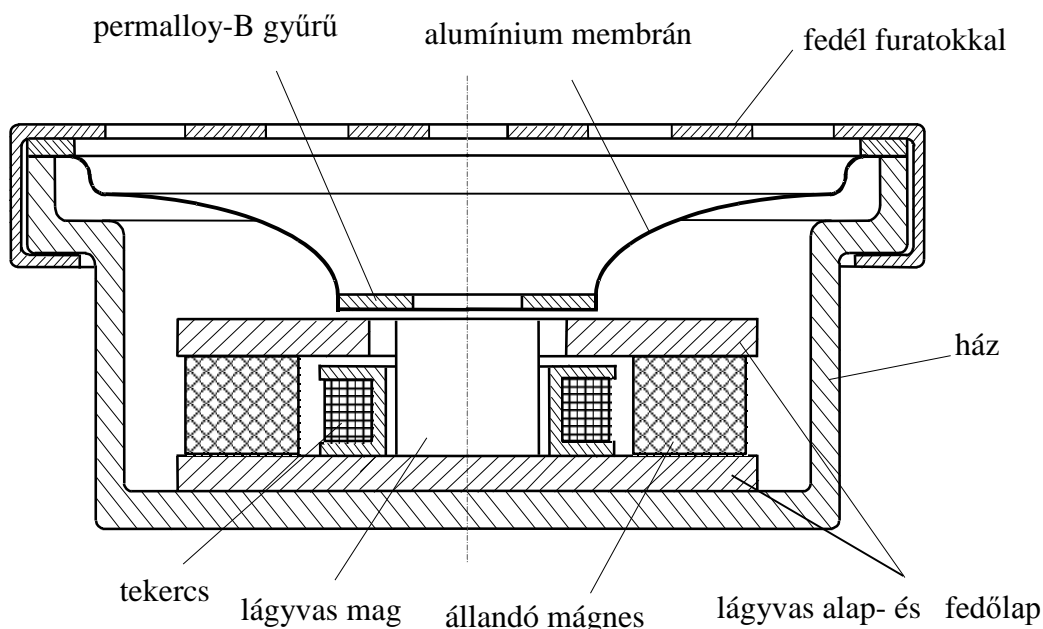
A függvény abszolút értéke elméletileg 0 Hz-től egyenletes a a felső határfrekvenciáig, amit a rendszer rezonancia frekvenciája szab meg. A felső határfrekvencia jellegzetes értéke 2-3 kHz.

Az elhanyagolt elektromos induktivitás a nagyfrekvenciás levágás meredekségét fogja növelni.



12. ábra. Távbeszélő hallgató frekvenciamenete

A mágneses fejhallgatók átviteli tartományának felső határát alapvetően a membrán viszonylag nagy tömege korlátozza. Csökkenthető a membrántömeg, ha szétválasztjuk a membrán mágneses vezető és érzékenység növelő szerepét. A hangnyomás előállításához ugyanis megfelelő méretű felület szükséges, de a mágneses vezetést jóval kisebb felületű gyűrűvel meg lehet oldani. Ezt az elvet valósítja meg a 13. ábrán látható fejhallgató.



13. ábra. Kettős membránú mágneses fejhallgató

Az ábrán látható fejhallgató membránja vékony alumínium fóliából készült, a jó mágneses vezető permalloy gyűrű pedig igen kisméretű, ezért a teljes membrántömeg kisebb, mint a tisztán mágneses membránok esetében. Így nagyobb sávszélesség érhető el jobb érzékenységgel. A helyettesítő kapcsolás és az átviteli görbe alakja hasonló az előző mágneses típusú hallgatóéhoz.

A fejhallgatók aluláteresztő jellege valójában csak akkor valósul meg, ha a hallgató tökéletesen illeszkedik a mérőüreghez, illetőleg a fülüreghez. Amennyiben rés van a hallgató és az üreg között, kifújás keletkezik, ami egy akusztikai ellenállással vehető figyelembe. Ez az ellenállás párhuzamosan kapcsolódik a mérőüreggel, és kisfrekvenciákon lesöntöli az üreg kapacitív impedanciáját. Ezzel megszűnik a tisztán kapacitív osztás, és bejön egy kisfrekvenciás töréspont, ami alatt 6dB/oktáv meredekséggel csökken az átvitel. A rés mérete (és ellenállása) függ attól, hogy mekkora erővel szorítjuk a fejhallgatót a mérőüreghez. Ezért

szokták megadni a gyártók a kisfrekvenciás határfrekvencia mellett a méréskor alkalmazott erőt is.

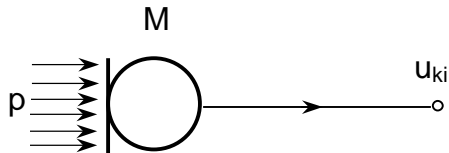
Igazi jó mélyhangátvitelt tehát a teljesen zárt fejhallgatóktól várhatunk el. Gyakorlatilag csak a zenei átvitelt szolgáló dinamikus átalakítóval készülő típusok kaphatók zárt kivitelben. Hátrányuk, hogy tartós viselésük fárasztó lehet. Az úgynevezett nyitott fejhallgatóknál a mélyhangok átvitele kevésbé jó, de hosszabb használatra kényelmesebbek.

Irodalom:

dr. Barát Zoltán: Műszaki akusztika előadások  
BME Villamosmérnöki Kar

## 10. MIKROFONOK

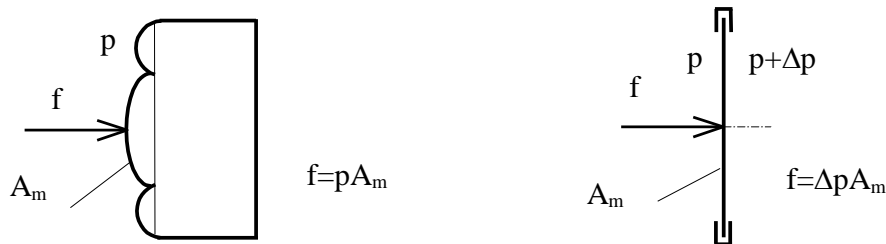
A mikrofonok akusztikai jellel, nevezetesen a hangnyomással arányos elektromos jelet (feszültséget) állítanak elő. A mikrofon szimbóluma az 1. ábrán látható.



1. ábra. A mikrofon elve és szimbólikus rajza

A mikrofonokat osztályozhatjuk

– akusztikai működésük szerint; így megkülönböztetünk *nyomás* és *gradiens* típusú mikrofonokat (2. ábra). A nyomásmikrofonok membránját hátulról zárt üreg határolja, a membránra ható erő arányos a hangnyomással. Az egységnyi nyomásra leadott feszültség nem függ a beeső hang irányától, az iránykarakterisztika gömb alakú. A gradiens mikrofonok membránja mindkét oldalról érintkezik a hangtérrel, az erő a két oldali nyomás különbségével arányos. A leadott feszültség nyolcas iránykarakterisztikájú. A nyomás és gradiens mikrofonok kombinációjával valósítható meg a kardioid iránykarakterisztika (3. ábra).



2. ábra. A nyomás- és gradiens típusú mikrofonok elve

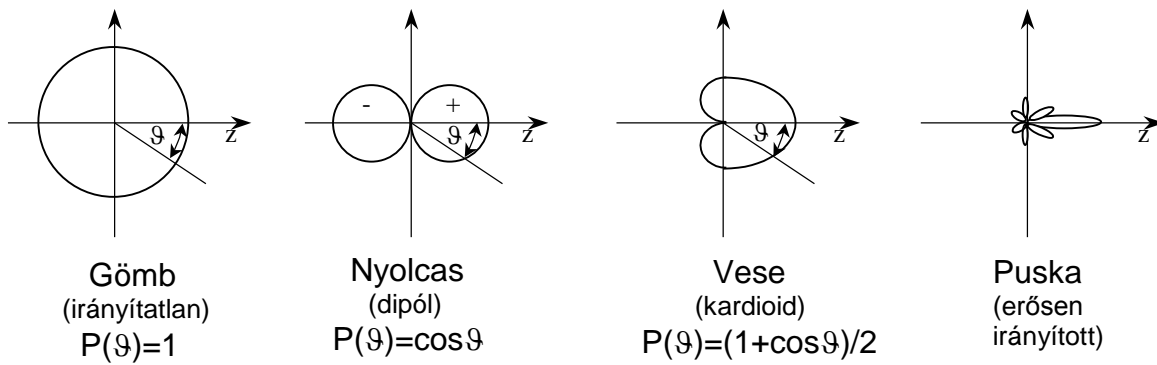
– az átalakítás elve szerint beszélhetünk *mágneses* és *elektromos* típusú mikrofonokról. A mágneses típusúak közül ma már csak az állandó légréses *dinamikus* mikrofonnak van jelentősége. Az elektromos típusú *kondenzátor* és *piezoelektromos* mikrofon egyaránt használatos.

A mikrofon legfontosabb jellemzője az *érzékenység*. Definíció szerint a terheletlen kimenőfeszültség  $u_{kii}$  és a membránra ható hangnyomás  $p$  hányadosa:

$$\acute{e} = \frac{u_{kii}}{p}$$

Mindaddig, míg a mikrofon nem zavarja meg a hangteret, a membránra ható nyomás megegyezik a hangtér nyomásával, amit a mikrofon helyén mérünk, a mikrofon távollétében. Ha a membrán átmérője összemérhető a hullámhosszal, a fenti két nyomás már nem azonos. Ezért kétféle érzékenységet definiálunk: az u.n. *nyomás*, és a *szabadtéri* érzékenységet. A nyomásérzékenységnél  $p$  a membránon, a szabadtéri érzékenységnél a membrán helyén, a mikrofon nélkül mért nyomás. Mérőmikrofonoknál alapvetően fontos a kétféle érzékenység ismerete, mivel néhány kHz felett jelentősen eltérhetnek egymástól. Nyomásmikrofont használunk pl. fejhallgatók mérésénél a műfülben, szabadtéri mérőmikrofont természetesen szabadtérben vagy visszhangmentes mérőszobában.

Az érzékenység függhet a beérkező hang irányától és a frekvenciától. A főirányban meghatározott érzékenység frekvenciafüggését nevezzük *frekvenciamenetnek*, az érzékenység irányfüggését pedig *iránykarakterisztikának*. A jellegzetes iránykarakterisztika típusok a következők:

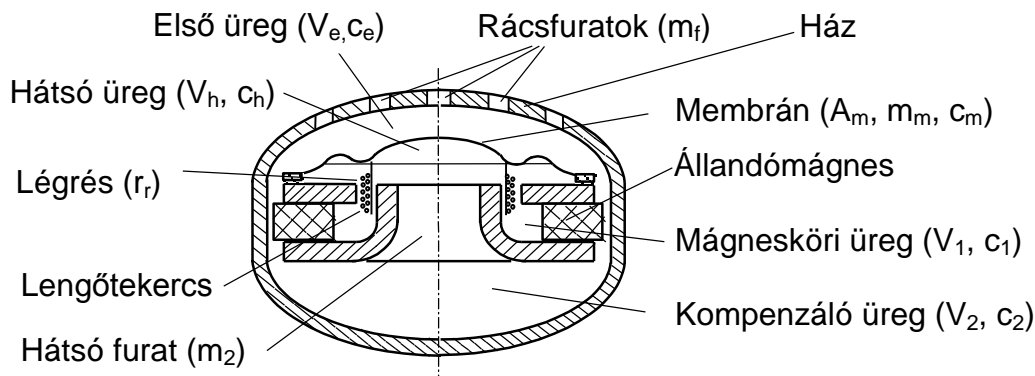


3. ábra. Jellegzetes iránykarakterisztikák



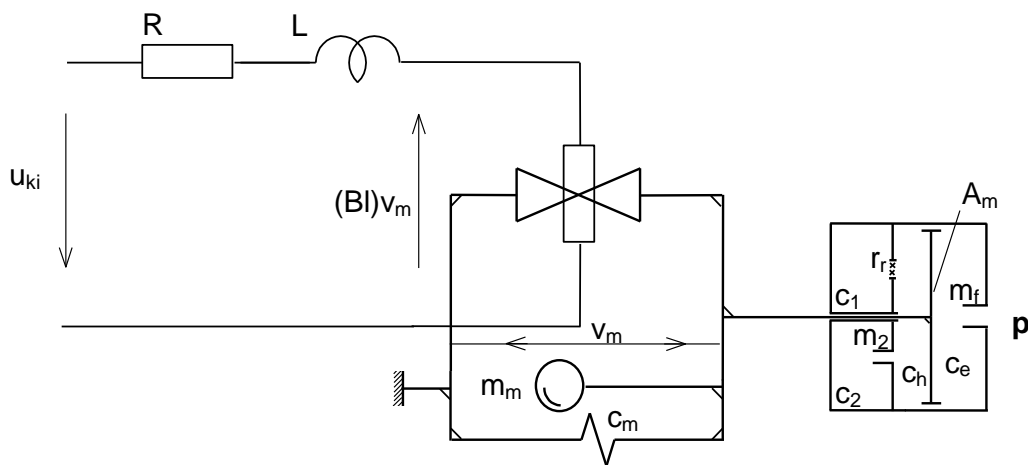
## 10.1. Dinamikus mikrofon

A leggyakrabban használatos mikrofontípus dinamikus átalakítóval készül (4. ábra).



4. ábra. Dinamikus mikrofon felépítése

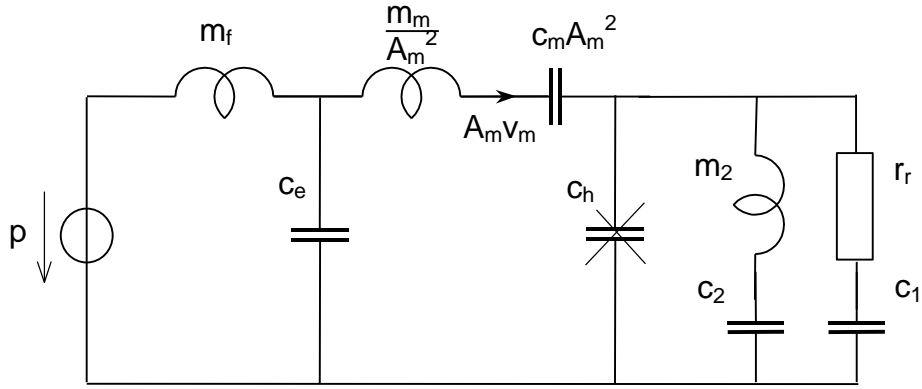
Központi egysége a ragasztással összeerősített kisméretű mágneskör, melyhez a dómalakú műanyag membrán a szélén csatlakozik. (A dómalakú rész adja a membrán merevségét, a hullámosított perem pedig a rugózást.) A membránhoz rögzített lengőtekerecs a légrésben akadálytalanul tud mozogni. Az egész szerkezetet a rendszerint műanyagból, vagy fémből készült ház védi. A fedélen furatokat találunk. A fedél és membrán közti tér az első üreg ( $c_e$ ), a membrán és a mágneskör közötti a hátsó üreg ( $c_h$ ).



5. ábra. Dinamikus mikrofon elektromechanikai helyettesítő kapcsolása

A lengőtekerecs mellett megmaradó keskeny résen ( $r_r$ ) a levegő a mágneskör belső üregébe ( $c_1$ ) tud eljutni, a csőből kialakított közepső pólus furatán ( $m_2$ ) pedig a kompenzáló üregbe ( $c_2$ ). Az üregek, rések és furatok a mechanikai elemekkel bonyolult hálózatot alkotnak. Az elektromechanikai helyettesítő kapcsolás az 5. ábrán látható.

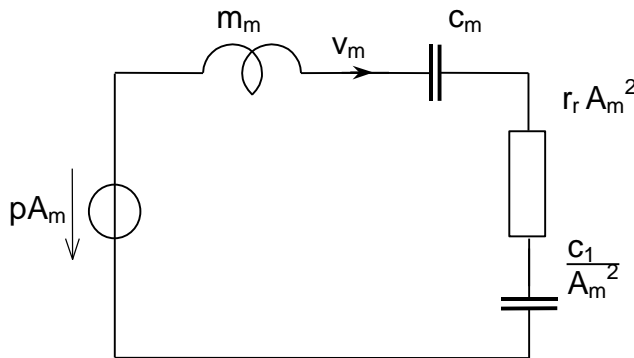
Az 5. ábra alapján megrajzoljuk a hálózat analóg elektromos rajzát, úgy hogy a mechanikai elemeket is akusztikaiba írjuk át (6. ábra).



6. ábra. Dinamikus mikrofon elektromos analóg hálózata

A jól méretezett mikrofonban a membrán mögötti üreg nagyon kicsi. (Ezt úgy érik el, hogy a membrán és a mágneskör közé egy műanyag kitöltő testet ragasztanak.)  $c_h$  sönthatása így elhanyagolható, de a megmaradó hálózat még mindig nagyon bonyolult. Az áttekinthetőség kedvéért tekintsük a rácsfuratok tömegét ( $m_f$ ) igen kicsinek és a hátsó furat tömegét ( $m_2$ ) igen nagynak (zárt furat). Az így kialakult hálózat (7. ábra) már könnyen kiértékelhető. További egyszerűsítést jelent, ha áttérünk mechanikai elemekre. Fejezzük ki az érzékenységet:

$$\dot{e} = \frac{(Bl)v_m}{p} = \frac{(Bl)}{p} \frac{pA_m}{z_m} = (Bl)A_m \frac{1}{sm_m + \frac{1}{sc_e} + r_r A_m^2} = (Bl)A_m \frac{sc_e}{s^2 m_m c_e + sc_e r_r A_m^2 + 1}$$

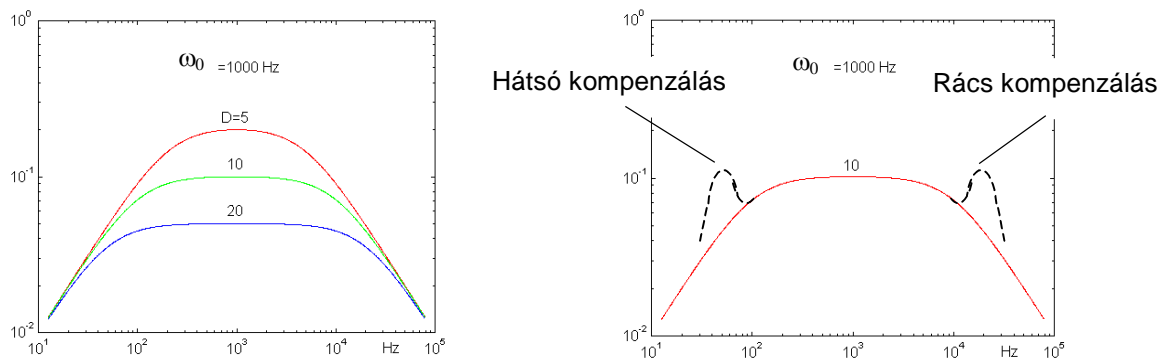


7. ábra.  
Dinamikus mikrofon  
egyszerűsített analóg hálózata

$$\dot{e} = K \frac{\frac{s}{\omega_0}}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + D \frac{s}{\omega_0} + 1}$$

ahol  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{m_m c_e}}$ ,  $c_e = c_m x \frac{c_1}{A_m^2}$ ,  $D = \omega_0 c_e r_r A_m^2$  és  $K = (Bl)A_m \sqrt{\frac{c_e}{m_m}}$

A relatív átviteli függvény abszolút értéke a 8. ábrán látható.



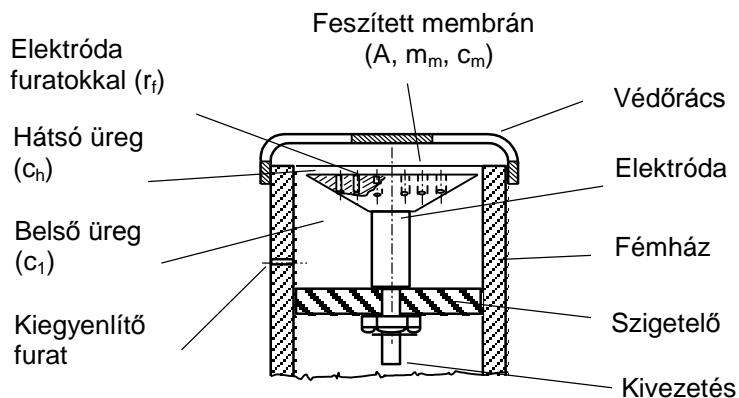
8. ábra. Dinamikus mikrofon eredeti és javított frekvenciamenete

Az átviteli függvény sávszélessége fordítottan arányos a csillapítással. Sajnos a nagy csillapítás alacsony érzékenységet eredményez. Az ellentmondást akusztikus kompenzációval lehet megoldani. Eszerint közepes értékű csillapítást kell beállítani és kihasználni, hogy nagyfrekvencián a rácselemek ( $m_f, c_e$ ) rezonanciája növeli a membránra ható nyomást, kisfrekvencián pedig a hátsó kompenzáló soros kör ( $m_2, c_2$ ) csökkenti le a mechanikai impedanciát.

## 10.2. Kondenzátormikrofon

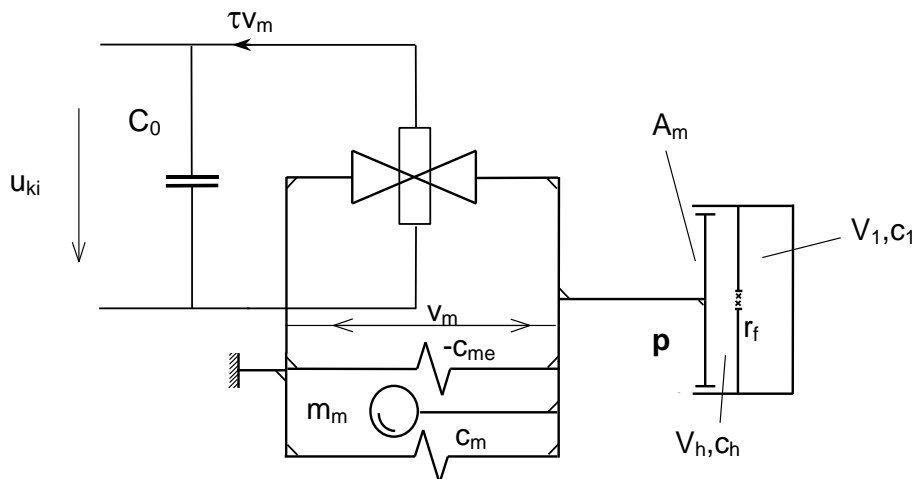
A főleg stúdiótechnikában és mérés technikában nagy szerepet játszó mikrofonfajta vázlatos szerkezete látható a 9. ábrán. A hengeres fémház homlokfelületén van a vékony (néhány mikron vastagságú) fémfóliából készített membrán. A membrán visszatérítő erejét a megfeszítés adja. A membránhoz igen közeli (kb. 10  $\mu\text{m}$ ) fémlektroda furatokkal van ellátva, így a membrán és az elektróda közti kis tér ( $V_h$ ) membrán által összehúzott levegője a vékony furatokon keresztül haladhat az elektróda mögötti nagy térbe ( $V_l$ ). A keskeny furatok akusztikai ellenállásként ( $r_f$ ) viselkednek. Az elektróda szigetelten van a fémházhoz rögzítve.

Elöl a résekkel ellátott védőrács akadályozza meg a kényes membrán mechanikai sérülését. A zárt belső tér a kiegyenlítő furaton keresztül lassan követi az atmoszférikus nyomásváltozásokat. A mikrofon kapszula szoros tartozéka a nagyimpedanciás illesztőerősítő.



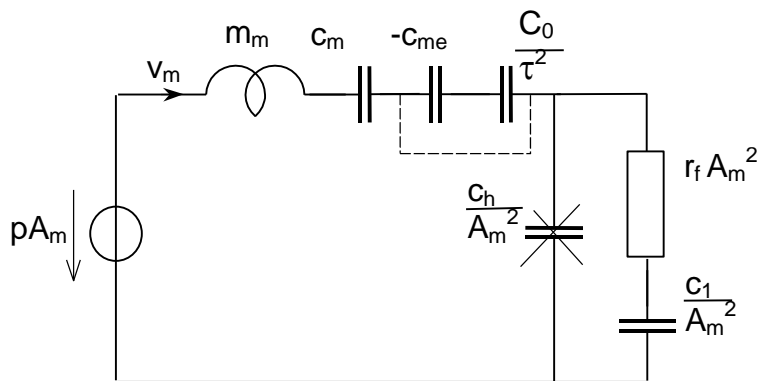
9. ábra.  
Kondenzátormikrofon

Az átviteli függvényt ismét az elektromechanikai kapcsolásból kiindulva fogjuk meghatározni (10. ábra).



10. ábra. Kondenzátormikrofon elektromechanikai helyettesítő kapcsolása

A mechanikai oldalra transzformált hálózat (11. ábra) membránsebességével ( $v_m$ ) lesz arányos a kimenőfeszültség. A mozgás keltette kimenőáram ( $\tau v_m$ ) a kondenzátoron hozza létre a kimenőfeszültséget, ami így  $v_m/j\omega$ -tól, azaz a membrán kitérésétől függ. A membrán mögötti üreg sönthatását elhanyagoltuk. Az elektrosztatikus tér negatív rugója és az áttanszformált elektromos kapacitás kiejtik egymást ( $-c_{me} \tau^2 = C_0$ ) !



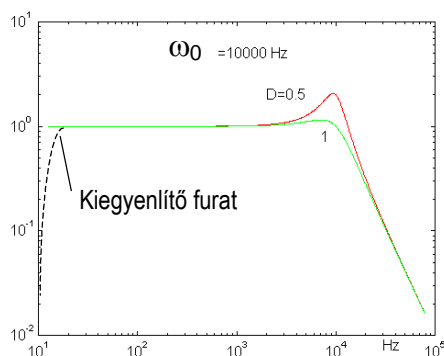
11. ábra.  
A kondenzátormikrofon  
elektromos analóg hálózata

$$\acute{e} = \frac{v_m}{psC_0} = \frac{\tau}{psC_0} \frac{pA_m}{sm_m + \frac{1}{sC_{er}} + r_f A_m^2} = K \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + D \frac{s}{\omega_0} + 1}$$

$$\text{ahol } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{m_m c_{er}}}, \quad K = \frac{\tau A_m c_{er}}{C_0} \quad \text{és} \quad c_{er} = c_m \times \frac{c_1}{A_m^2}$$

Így a maradék hálózat egy veszteséges soros rezgőkör. Ennek feszültségátvitele egyenáramtól a rezonanciáig jó közelítéssel állandó (12. ábra). A kiemelés mértéke csillapítástól ( $D$ ) függ

A helyettesítő kapcsolás alapján az üresjárás érzékenységet határoztuk meg. Az erősítő bemenő ellenállása, valamint a kiegyenlítő nyílás ellenállása kisfrekvenciákon vágást okoznak az átviteli függvényben.



12. ábra. Kondenzátormikrofon  
frekvenciamenete

Látjuk, hogy a mikrofon átviteli sávját a membrán rezonancia frekvenciája határozza meg. A számításainkban koncentrált elemekkel helyettesített membrán valójában elosztott paraméterű mechanikai elem, tulajdonságaival az 1. fejezetben foglalkoztunk. A köralakú, egyenletesen megfeszített membrán első rezonancia helyét a  $J_0(kr)$  függvény első zérushelye határozza meg:

$$f_1 = c \frac{2.41}{2\pi r_0} \quad \text{ahol } r_0 \text{ a membrán sugara, és } c \text{ a terjedési sebesség:}$$

$$c = \sqrt{\frac{T}{m''}} \quad T \text{ a vonalfeszültség, és } m'' \text{ a felületegység tömege.}$$

A terjedési sebesség a membrán anyagjellemzőivel is kiszámolható. Tegyük fel, hogy a membrán  $d$  vastagságú, és hasítsuk fel  $l$  hosszúságú darabon. A feszítő erő  $f$ , az anyagban fellépő feszültség (legyen ez a megengedett legnagyobb feszültség):

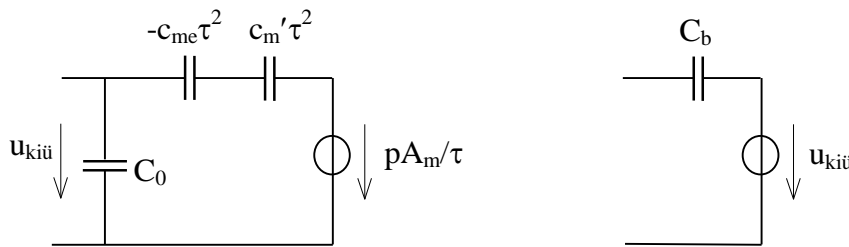
$$T_{meg} = \frac{f}{ld} \quad \text{és} \quad T = \frac{f}{l} \quad \text{azaz} \quad T = T_{meg} d$$

Az egységnyi felület tömege, ha  $\rho$  az anyag sűrűsége:  $m'' = d\rho$  tehát:

$$\frac{T}{m''} = \frac{T_{meg}}{\rho}$$

A membrán rezonancia frekvencia fordítottan arányos a membrán sugarával; annál nagyobb, minél nagyobb a megengedhető maximális feszültség az anyagban, és minél kisebb az anyag sűrűsége. Az átmérő csökkentésével növekszik tehát az átviteli sáv, (jóval a hangfrekvenciás sáv fölé is,) de ezzel együtt csökken a mikrofon érzékenysége.

Vizsgáljuk most meg, hogy a kondenzátormikrofon milyen belső ellenállású generátornak tekinthető. Rajzoljuk fel az elektromos oldalra transzformált helyettesítő képet az egyenletes átvitel sávjában, a membrán rezonancia frekvencia alatt (13. ábra).



13. ábra. Kondenzátormikrofon, mint generátor

A mechanikai oldalon elhanyagolhatjuk a tömeg és ellenállás impedanciáit, az üregek hatását összevonjuk a membrán engedékenységgel ( $c_m$ ). Az erőgenerátorból  $pA_m/\tau$  forrásfeszültségű generátor lesz az elektromos oldalon.

A mikrofon Thevenin-helyettesítését ugyancsak a 13. ábra mutatja. A  $C_b$  belső kapacitás a  $pA_m/\tau$  forrásfeszültségű generátor rövidre zárásával adódik:

$$C_b = C_0 + \left( -c_{me} \tau^2 \times c_m' \tau^2 \right)$$

A gyakorlatban  $c_m'$  sokkal kisebb  $c_{me}$ -nél, tehát a replusz jó közelítéssel a membrán engedékenység áttranszformált értékével egyezik meg. Ugyanakkor  $C_0$ , a mikrofon nyugalmi kapacitása sokkal nagyobb a replusz eredőjénél. Vagyis, a belső kapacitás közelítőleg a mikrofon kapacitásával azonos, szokásosan 10-100 pF.

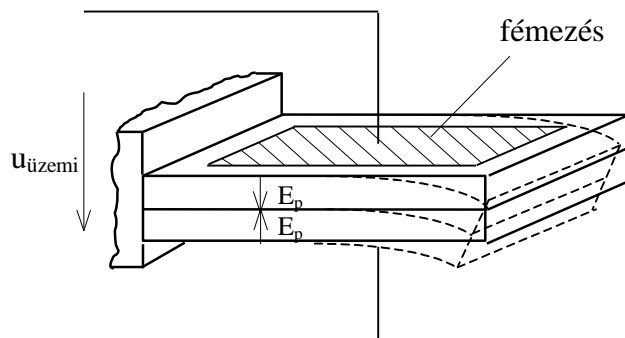
A kapacitív belső impedancia miatt az előerősítőt nagy bemenő és kis kimenő impedanciájúra készítik, és közvetlenül a mikrofon betéthez csatlakoztatják. Így elkerülhető a kábelkapacitás okozta érzékenység csökkenés, a nagy terhelő impedancia pedig a kisfrekvenciás töréspont helyét csökkenti..

### 10.3. Piezoelektromos mikrofon

Napjainkban a piezoelektromos mikrofon egyre több területen kerül felhasználásra. Miniatur kivitelben teljesen kiszorította a mágneses mikrofonokat a hallásjavító készülékekből; gyakran helyettesít kondenzátor mikrofont kisebb igényű alkalmazásban, és már a mérőmikrofonok között is találkozunk jó minőségű piezoelektromos mikrofonokkal.

Kezdetben természetes kristályt, Rochelle-sót használtak átalakítás céljára, amivel nemcsak mikrofonokat, hanem hangszedőket és magassugárzó hangszórókat is készítettek. Az elmozdulások megnövelhetők, ha nem egyedi lapkát, hanem bimorf elemeket alkalmazunk. Két, ellentétes irányban polarizált azonos méretű és módusú lapkát összeragasztva és a megfelelő pontokat rögzítve, a szabad végen megnövekszik az elmozdulás. A Rochelle-só lapkákat FS-módusban használták, a négyzet három pontját megfogva, a negyedik elmozdult. Erre a pontra erősítették a vékony alumínium fóliából készült membránt.

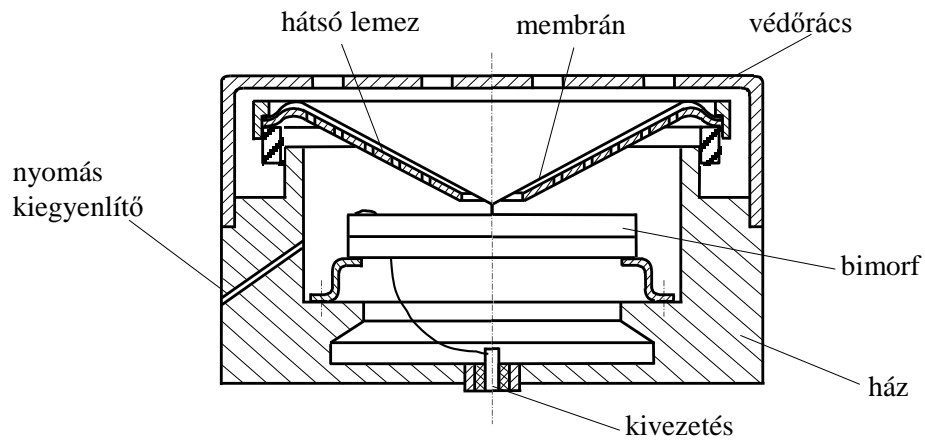
A Rochelle-só nagyon érzékeny a nedvességre, helyette ma már piezoelektromos kerámiákat használunk. Legismertebbek a báriumtitanát és az ólomcirkontitanát (PZT). Ezekből hosszirányú rezgésű, LE-módusú bimorfot készítenek, melyet egyik, vagy mindkét végén rögzítve, hajlító mozgás keletkezik (14.ábra).



14. ábra. LE-módusú bimorf

A 15. ábrán PZT-ből készült, mindkét végén megfogott LE-módusú, ún. hajlító-bimorf átalakító mikrofont láthatunk.

A fémfóliából készült membránt középen a lapkához rögzítették, a mögé igen közel elhelyezett lemez a vékony légpárnával és a lemez furataival akusztikai csillapítást biztosít. A házon átmenő kis átmérőjű furat a légköri nyomás kiegyenlítésére szolgál. (A furat átmérője tovább csökkenthető egy bevezetett huzallal.)



15. ábra. Piezoelektromos mikrofon

A mikrofon helyettesítő kapcsolása hasonló a kondenzátormikrofonéhoz, de itt nincs negatív engedékenyséű rugó. A két típus érzékenység frekvenciamenete is megegyezik. A piezoelektromos mikrofon előnye, hogy nem igényel tápfeszültséget, és néhány nF-os kapacitása miatt nem olyan kényes a terhelésre. Felső sávhatára azonban nem éri el a kondenzátormikrofonokét, és érzékenysége kb. egy nagyságrenddel kisebb.

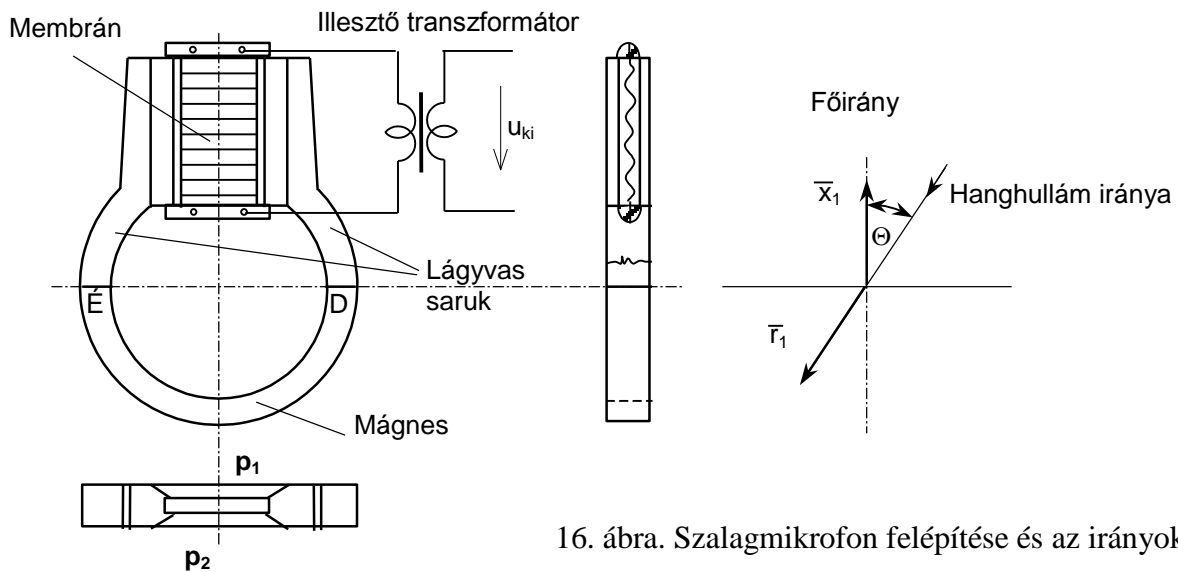


## 10.4. Szalagmikrofon

A szalagmikrofon egy olyan speciális felépítésű dinamikus mikrofon, amelynek a lengőtekerce és egyben a membránja egy harmonikaszerűen meghajtogatott fémfólia, ami a viszonylag széles légrésben helyezkedik el. A konstrukció nyitott (16. ábra), a szalagmembrán mindkét oldalára hat a hangnyomás. A  $p_2 - p_1$  nyomáskülönbséget kell meghatároznunk, hiszen ezzel lesz arányos a membrán felületére ható erő. A nyomáskülönbséget a hanghullámok beérkezésének irányában vett gradiens segítségével számítjuk. A nyomáskülönbség

$$\Delta p = p_2 - p_1 \cong \overline{\text{grad} p \Delta x},$$

ahol a két membránoldal közötti irányított távolság  $\overline{\Delta x} = \overline{x_1} \Delta x$ . A beérkező és  $\overline{r_1}$  irányban tovahaladó hanghullámot  $p(r, t) = p_h \in^{j(\omega t - kr)}$  alakban írjuk le.



16. ábra. Szalagmikrofon felépítése és az irányok

Ennek gradiense a következő:

$$\overline{\text{grad} p} = \frac{\partial p}{\partial r} \overline{r_1} = -jk p(r, t) \overline{r_1}$$

A különbségi nyomások keltette erő fogja majd a mechanikai rendszert mozgatni:

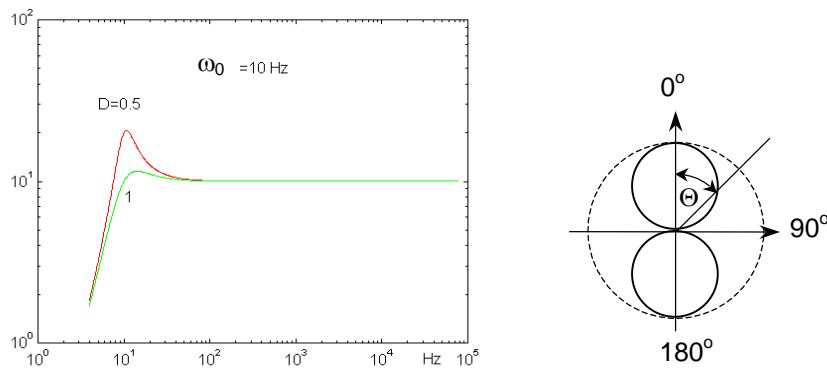
$$f = A_m \Delta p \cong A_m \overline{\text{grad} p \Delta x} = -A_m jk p(r, t) \overline{r_1} \overline{x_1} \Delta x = A_m jk p(r, t) \Delta x \cos \Theta$$

Írjuk fel az érzékenységet a membránsebesség felhasználásával:

$$\dot{e} = \frac{u_{ki}}{p} = \frac{(Bl)v_m}{p} = \frac{(Bl)f}{pz_m} = \frac{(Bl) A_m jkp\Delta x \cos \Theta}{p sm_m + \frac{1}{sc_m} + r_m} = K \frac{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + D\frac{s}{\omega_0} + 1} \cos \Theta$$

ahol a rezonancia  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{m_m c_m}}$ ,  $K = \frac{(Bl)A_m \Delta x}{cm_m}$

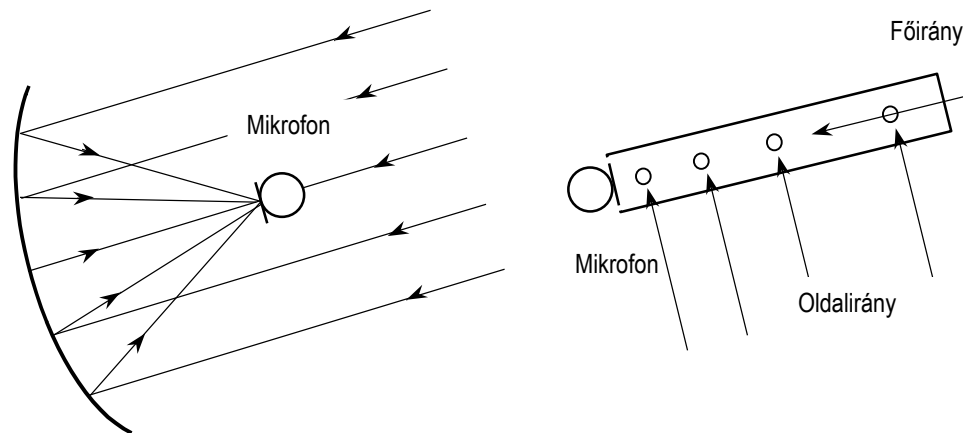
A frekvencia és iránykarakterisztikák a 17. ábrán láthatóak. Ezt a mikrofonfajtát stúdiókban használják hangfelvételi célokra. Szabadtéri alkalmazásra és közszükségleti célokra nem használatos. Az igen kis belső ellenállása (kb. 0.1 ohm) miatt mindig illesztőtranszformátorral együtt használják, ami egyúttal a feszültséget is feltranszformálja. A feltranszformált belső ellenállás 200 ohm, a transzformátor kimenetén az érzékenység hasonló a dinamikus nyomásmikrofonéhoz.



17. ábra. A szalagmikrofon frekvenciamenete és iránykarakterisztikája

## 10.4. Puskamikrofon

Az igen éles irányítottságú mikrofonokat nevezzük puskamikrofonnak. Az éles



18. ábra. Puskamikrofon parabolával és furatos csővel

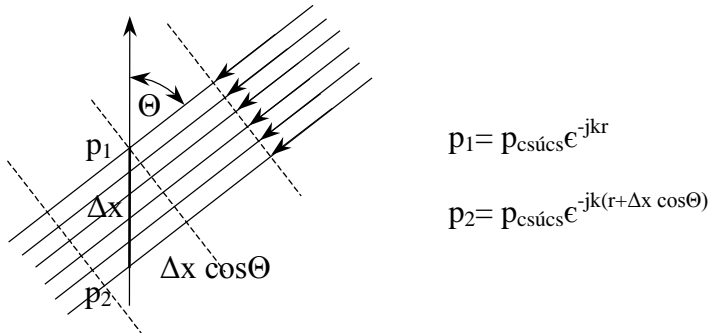
irányhatás kétféleképpen érhető el. Az egyik lehetőség az, hogy a gömbkarakterisztikájú mikrofont (dinamikus vagy kondenzátor) egy nagyobb méretű parabola fókuszába helyezzük el. Ekkor a beérkező hullámok fázishelyesen, egymást erősítve hatnak a mikrofon membránjára (18. ábra).

Másik lehetőség, ha a megfelelő oldalfuratokkal ellátott cső végére rögzítjük az irányítatlan mikrofont. Megfelelő méretezéssel csak a főirányból érkező hanghullámok fognak eljutni a membránig. Az oldalirányú hullámok a csőben kialakuló eltérő úthossz miatt legyengítik egymást.

Helyszíni felvételeknél a háttérzaj csökkentése érdekében használják.

## 10.6. Mikrofonok iránykarakterisztikái

A mikrofon membránátmérője a hangfrekvenciás sáv nagy részében sokkal kisebb méretű, mint a hullámhossz, ezért a hangteret csak elhanyagolható mértékben fogja módosítani. Emiatt a zárt dobozos kivitelű mikrofonok azonos érzékenyséűek lesznek minden irányból érkező hanghullámra (gömbi karakterisztika). Nyomásváltozás csak a membrán külső felületére fog hatni. A doboz akusztikus megnyitásával a membrán hátoldalára is hatással lesz a hangnyomás kisebb vagy nagyobb mértékben. Ennek megfelelően az eredő hatás a két nyomás különbségéből számítható ki. Síkhullámú hangterre:



A membrán külső felületén  $p_1$  nyomás jelentkezik. A belső felületen, figyelembevéve a  $\Delta x$  távolság  $\Delta x \cos \Theta$  vetületét a hullámok haladásának irányában  $p_2$  lesz. Az eredő nyomáskülönbség kiszámításánál vegyük  $\alpha$  súlyozással azt is figyelembe, hogy a hátsó nyomás nem teljes mértékben lesz hatásos.

$$\Delta p = p_1 - \alpha p_2 = p_1 (1 - \alpha e^{-jk\Delta x \cos \Theta})$$

Tekintettel arra, hogy  $\Delta x$  kicsi, ezért az exponenciális kifejezés a hatványsorának elsőfokú tagjával közelíthető:

$$\Delta p \cong p_1 [1 - \alpha (1 - jk\Delta x \cos \Theta)] = p_1 [1 - \alpha] + p_1 \alpha jk\Delta x \cos \Theta$$

A kapott eredmény szerint általános esetben a mikrofonnak lesz egy irányfüggetlen tagja, valamint egy koszinuszos irányfüggő is.

Ha az  $\alpha$  súlyozás nulla, akkor csak az irányfüggetlen tag marad, vagyis visszakapjuk az eredeti gömbi karakterisztikát:

$$D(\Theta) \approx \Delta p = p_1$$

Ha az  $\alpha$  súlyozás éppen 1, akkor csak az irányfüggő tag marad, vagyis dipólus (nyolcas) karakterisztikát kapunk.

$$D(\Theta) \approx \Delta p = p_1 jk\Delta x \cos \Theta$$

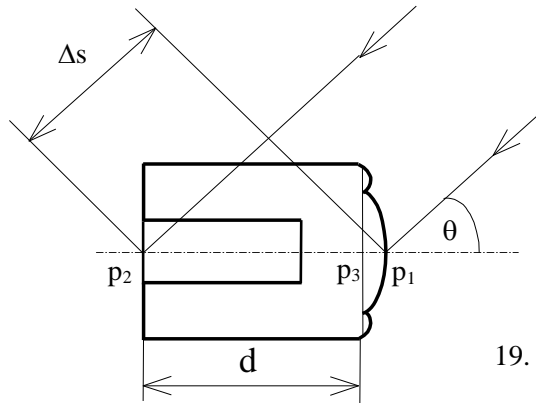
Ezáltal nemcsak az irányfüggés, hanem a hullámszám miatt frekvenciával növekedő lesz a függvény jellege.

Ha az  $\alpha$  súlyozást 0 és 1 közé választjuk, akkor beállítható a kardioid karakterisztika, ami a gömbi és a nyolcas összege:

$$D(\Theta) \approx \frac{1 + \cos \Theta}{2}$$

A gömbkarakterisztikát a nyomásmikrofon valósítja meg, a nyolcast a gradiens vagy szalagmikrofon. Kardiod karakterisztika állítható elő egy nyomás és egy gradiens mikrofon kombinálásával, azaz a közös házba épített két mikrofon feszültségének összegzésével. Ma már egyetlen betéttel valósítják meg a kardiod karakterisztikát oly módon, hogy a membrán hátoldalához megfelelően méretezett belső fázistolás után jut a hangnyomás.

A működési elvet a 19. ábra mutatja.



19. ábra. A kardiod karakterisztika elve

A síkhullámú hangtérbe helyezett mikrofon membránja és hátsó beömlő nyílása közti távolság  $d$ , a főtengely és a beeső hang iránya által bezárt szög  $\theta$ , a külső fázistolás  $\varphi_k$ :

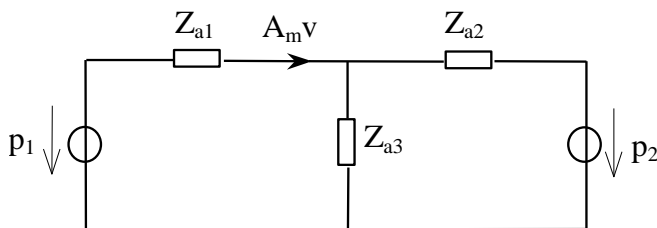
$$\varphi_k = kd \cos \theta \quad \text{tehát}$$

$$p_2 = p_1 e^{-jk\varphi_k}$$

$$\text{Ha } d \ll \lambda, \text{ azaz } kd \ll 1, \quad p_2 \cong p_1(1 - jkd \cos \theta)$$

A membránt a  $p_1$  és  $p_3$  nyomások különbsége mozgatja. A hátoldalról érkező hanghullámok esetében a különbség zérus, ha a külső és belső fázistolás azonos, azaz  $\varphi_b = kd$ .

A belső fázistolást és így  $p_3$ -at is a mikrofon felépítése határozza meg. Vegyük figyelembe, hogy mind a mágneses, mind az elektromos típusú mikrofonoknál szerkezetileg adott a membrán, amelynek hátoldala akusztikai elemekkel kapcsolódik a hátsó beömlő nyíláshoz. (A védőráctól, kompenzálásoktól most tekintsünk el.) Így a 20. ábrán látható elektromos analóg kapcsoláshoz jutunk.



20. ábra. Mikrofon akusztikai hálózatának elektromos analógja

Itt  $Z_{a1}$  a membrán,  $Z_{a2}$  a nyílás impedanciája, és  $Z_{a3}$  az u.n. csatoló impedancia;  $p_1$  a membrán előtt,  $p_2$  a beömlő nyílásnál a hangnyomás. Célunk az érzékenység meghatározása, ami mágneses típusú mikrofonoknál a membrán sebességével, elektromosaknál a membrán kitérésével arányos. Határozzuk meg a membrán térfogatsebességét, ebből a kitérés egyszerűen megkapható.

A szuperpozíció alapján felírhatjuk a hangnyomások és a térfogatsebesség közötti összefüggést. Először zárjuk rövidre a  $p_2$  generátort, és keressük meg  $(A_{mv})_1$ -et:

$$(A_m v)_1 = \frac{p_1}{Z_{a1} + Z_{a2} \times Z_{a3}}$$

Ismételjük meg a számítást  $p_1$  rövidrezárásával:

$$(A_m v)_2 = \frac{p_2}{Z_{a2} + Z_{a1} \times Z_{a3}} \frac{Z_{a3}}{Z_{a1} + Z_{a3}}$$

A keresett térfogatebesség a két résztérfogatebesség összege:

$$A_m v = \frac{p_1}{Z_{a1}} \left( 1 - \frac{\frac{1}{Z_{a1}} + \frac{p_2}{p_1} \frac{1}{Z_{a2}}}{\frac{1}{Z_{a1}} + \frac{1}{Z_{a2}} + \frac{1}{Z_{a3}}} \right)$$

Felhasználva  $p_1$  és  $p_2$  közti összefüggést, kapjuk:

$$A_m v = \frac{p_1}{Z_{a1}} \left[ 1 - \frac{\frac{1}{Z_{a1}} + (1 - jkdcos\theta) \frac{1}{Z_{a2}}}{\frac{1}{Z_{a1}} + \frac{1}{Z_{a2}} + \frac{1}{Z_{a3}}} \right] \quad \text{és}$$

$$\frac{A_m v}{p_1} = \frac{1 + j \frac{Z_{a3}}{Z_{a2}} kdcos\theta}{Z_{a1} + Z_{a3} + \frac{Z_{a1}Z_{a3}}{Z_{a2}}} = K(\theta, \omega)$$

Ez utóbbi kifejezés egy konstanstól eltekintve megadja a mágneses típusú mikrofon érzékenységét a beeső hang irányának, valamint a frekvenciának a függvényében. A kondenzátor és piezoelektromos mikrofonoknál az érzékenység  $j\omega$ -val való osztással adódik. A főirányú érzékenységet a frekvencia függvényében a  $\theta=0$  esetben kapjuk, egy rögzített frekvencián  $\theta$  függvényében pedig az irányérzékenységet. Az iránykarakterisztika az irányérzékenységeknek a főirányú érzékenységre vonatkoztatott értéke.

Ha most nem csak egy konkrét iránykarakterisztikát keresünk, hanem a frekvencia függvényében is vizsgáljuk a relatív irányérzékenységet, írhatjuk:

$$D(\theta, \omega) = \frac{K(\theta, \omega)}{K(0, \omega)} = \frac{1 + j \frac{Z_{a3}}{Z_{a2}} kdcos\theta}{1 + j \frac{Z_{a3}}{Z_{a2}} kd}$$

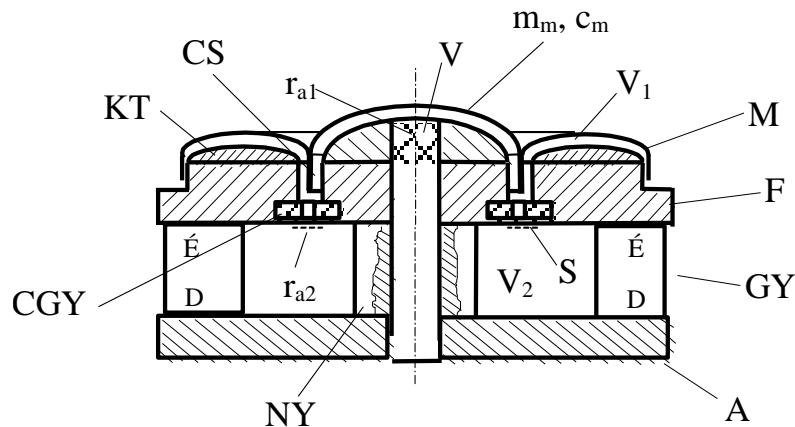
A fenti összefüggés szerint akkor kapunk ideális kardiod iránkarakterisztikát, ha  $\cos\theta$  együtthatója éppen egységnyi:

$$j \frac{Z_{a3}}{Z_{a2}} kd = j\omega \frac{Z_{a3}}{Z_{a2}} \frac{d}{c} = 1, \quad \text{azaz}$$

$$\frac{Z_{a3}}{Z_{a2}} = \frac{1}{j\omega d} \quad \text{és} \quad Z_{a3} = \frac{Z_{a2}}{j\omega \frac{d}{c}}$$

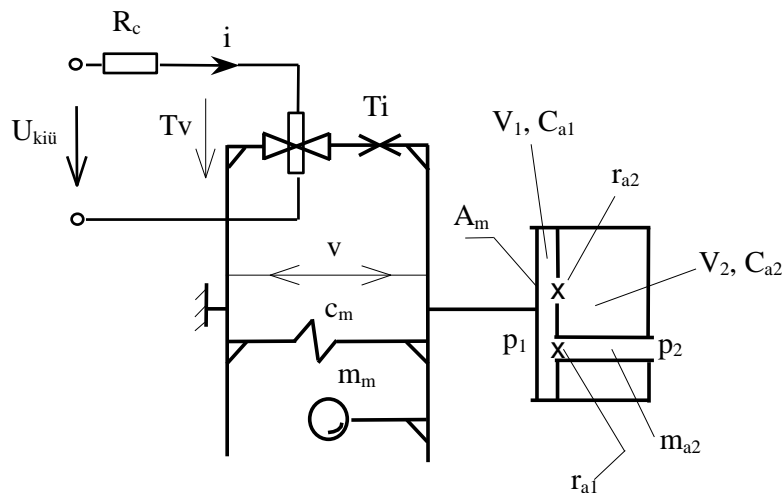
Az így kapott feltétel  $Z_{a2}$  és  $Z_{a3}$  alkalmas megválasztásával kielégíthető. A megoldás lehetséges módja, ha  $Z_{a2}$  tömeg jellegű impedancia, így  $Z_{a3}$ -nak akusztikai ellenállásnak kell lennie. Ha pedig  $Z_{a2}$  ellenállás,  $Z_{a3}$  akusztikai kapacitás kell, hogy legyen.

A fentiek szemléltetésére a 21. ábrán felrajzoltuk egy dinamikus mikrofon szerkezeti rajzát. A 22. ábrán az elektromechanikai helyettesítő kép látható.



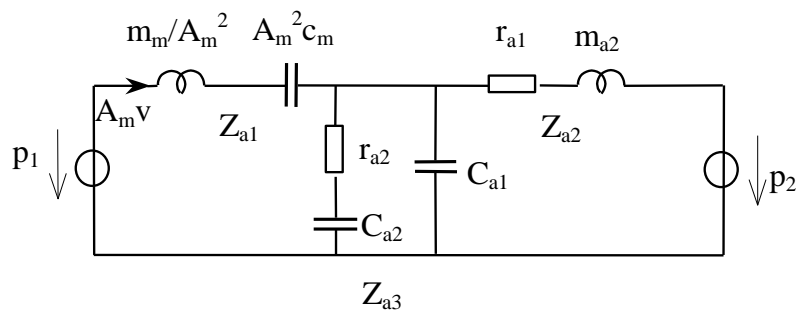
21. ábra. Dinamikus mikrofon kardiod karakterisztikával

Az ábra csak a mikrofon betétet ábrázolja, a házat és a védőrácsot nem tüntettük fel a rajzon. A mikrofon alkatrészei: GY – gyűrű alakú állandó mágnes, A – lágúvas alaplap, F – lágúvas fedőlap, NY – lágúvas nyak, CGY – centírozó gyűrű, M – membrán, CS – lengőcséve, KT – térkitöltő test, S – az  $r_{a2}$  ellenállást (a kis furatokkal együtt) realizáló textil réteg, V – az  $r_{a1}$  ellenállást megvalósító vatta betét.



22. ábra. Kardiod mikrofon elektromechanikai helyettesítő képe

Mivel az elektromos kapcsok terheletlenek, és a mechanikai oldalra áttranszformált impedancia zérus, elegendő a mechanikai oldal elektromos analógjával tovább számolni. Az analóg kapcsolás a 23. ábrán látható.



23. ábra. Kardiod mikrofon elektromos analóg kapcsolása

A szerkezeti rajz és a helyettesítő kapcsolás alapján azt kell mondanunk, hogy az ideális kardiod karakterisztika csak közelítően érhető el, és rendszerint csak szűk frekvenciatartományban biztosítható. A méretezés további nehézsége, hogy a főirányú érzékenység egyenletességére is törekedni kell. Ezt a problémát oldja meg az u.n. kétutas mikrofon, amely külön kis- és nagyfrekvenciás betétet tartalmaz. A két feszültségforrás váltószűrővel kapcsolódik a mikrofon kimenetére. Ezzel a módszerrel igen széles sávban lehet jelentős irányítást megvalósítani úgy, hogy a főirányú érzékenység is kis ingadozású maradjon.

Érdemes megjegyezni, hogy az iránykarakterisztika független a membrán jellemzőitől, csak a mikrofon többi elemétől függ. A főirányú érzékenység nagyságát és frekvenciamenetét természetesen a membrán elemei is befolyásolják. Ideális esetben, ha  $\varphi_b = kd$ , a membránra ható nyomáskülönbség arányos a frekvenciával. A térfogatsebesség akkor konstans, ha a membrán tömeg jellegű, tehát a rezonancia frekvencia a sáv alatt van. Ez a dinamikus mikrofonok esete. A kitéréssel arányos feszültségű mikrofonok membránja pedig ellenállás jellegű kell, hogy legyen.

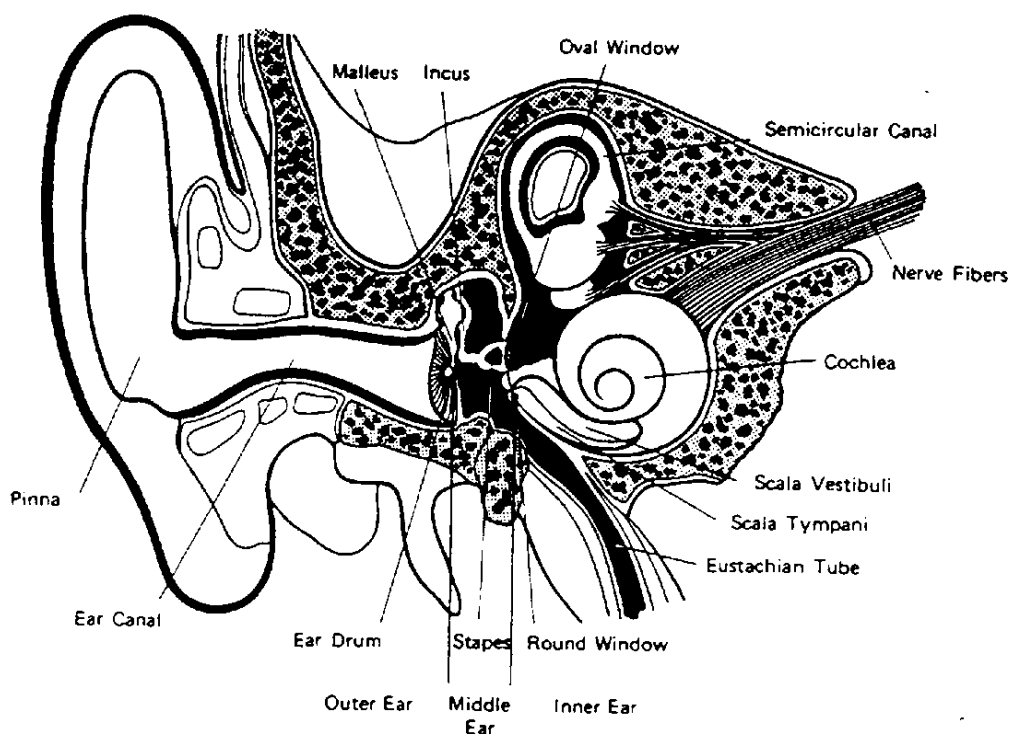
#### Irodalom:

- dr. Barát Zoltán: Műszaki akusztika előadások  
 BME Villamosmérnöki Kar  
 Leo. L. Beranek: Acoustics  
 McGraw-Hill Publishing Co. Ltd. 1954  
 M. L. Gayford: Acoustical Techniques and Transducers  
 Macdonald and Evans LTD. 1961



# 11. HALLÁSTULAJDONSÁGOK

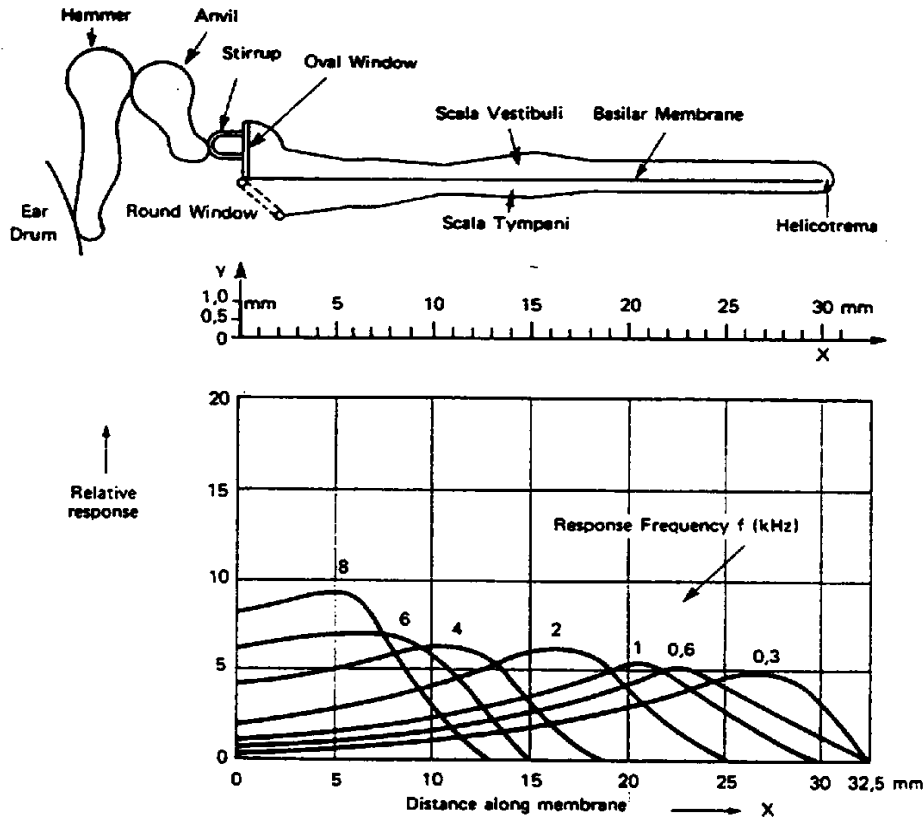
## 1. Az emberi fül szerkezete és a hallás folyamata



1. ábra. A fül metszete. A külső-, közép- és belső fül.

Az 1. ábrán látható a fül metszeti rajza és a külső, középső és belső fülre való tagozódása. A külső fül a *fülkagylót* és a *hallójáratot* tartalmazza. A hallójárat lényegében egy 2.5 cm hosszú és 0.4 cm<sup>2</sup> keresztmetszetű cső. A szintén levegővel töltött 1-2 cm<sup>3</sup> középfül kapcsolja össze a *dobhártyát* a belső füllel. A mechanikai kapcsolat a dobhártya és az *ovális ablak* között a *hallócsontok* (*kalapács, üllő és kengyel*) segítségével valósul meg. A középfül a 36 mm hosszú *Eustach-kürttel* a garathoz kapcsolódik, amelyen keresztül nyeléskor az esetleges légnyomásbeli különbség ki tud egyenlítődni. A belső fül szerve a folyadékkal töltött, kb. 2.5 fordulatszámú *csiga*, amelyet az *alaphártya* két részre oszt. A folyadék összetétele a tengervízhez hasonlatos. (A csiga kiterített szerkezete a 2. ábrán látható. Keresztmetszete a csiga elején 4 mm<sup>2</sup>, ami a végén 1 mm<sup>2</sup>-re csökken. Az alaphártya kiterített hossza kb. 35 mm, keresztirányú rostjai 0.04 mm hosszúságról 0.5 mm-re növekednek a csiga végére) Az agy felé futó *hallóidegrost* végződése, a *szőrsejtek* az alaphártyával érintkeznek. Az agyban végződő kb. 4000 idegszál a 15-20 ezer szőrsejtet négyes-ötös csoportokba fogja össze.

A fentiek ismeretében a hallás folyamata az alábbiakban írható le. A tetszőleges irányból beérkező hanghullám eléri a fülkagylót. A hangforrás irányától függően a fej árnyékoló hatása jobban vagy kevésbé módosítja a beérkező hanghullámot. A fülkagyló iránykarakterisztikája is szerepet játszik elsősorban a többkiloherzes tartományokban. Továbbiakban a módosult hanghullámok a hallójáraton keresztül eljutnak a dobhártyához. A dobhártya külső felületére ható megváltozott levegőnyomás és a középfül változatlan légnyomása közötti különbség mozgásba hozza a dobhártyát. A dobhártyával lezárt hallójárat egy 3kHz körüli rezonáns sípot alkot. Emiatt, valamint a fülkagyló hatása miatt a hallás érzékenysége az 1 és 10 kHz közötti tartományban a legnagyobb.

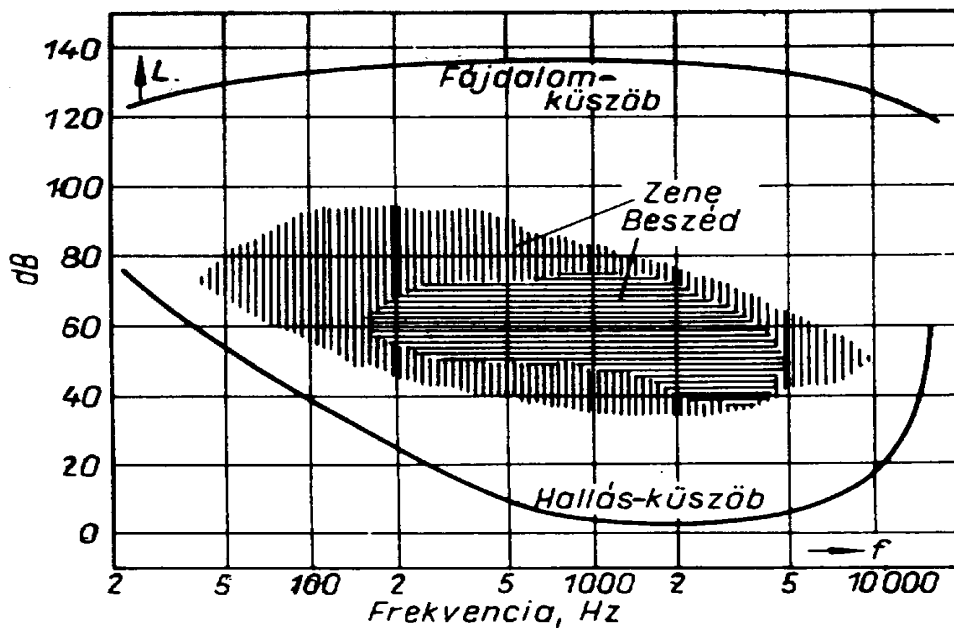


2. ábra. A kiterített csiga és az alapmembránon kialakuló rezgésmaximumok a frekvencia függvényében.

A dobhártya rezgése a kalapács, üllő és kengyel közvetítésével (2:1-es mechanikai áttétel) az ovális ablakra jut. A dobhártya és az ovális ablak felületeinek aránya 15:1. Így a kettő együttesen (30:1) csaknem tökéletes impedancia illesztést valósít meg a külső levegő és a belső fül folyadékja között. Az ovális ablak rezgése folyadék hullámokat gerjeszt, amelyek a csiga végéig haladnak. Itt reflektálódva az alaphártya alatti részen is elindulnak a csiga kezdete felé, ahol a *kerek ablaknak* ütköznek. A haladó és reflektált folyadék hullámok hatására az alaphártya is rezgésbe jön. A hártyán kialakuló jellegzetes hullámalakokat a Nobel-díjas magyar tudós Békésy György tanulmányozta és mérte meg. A rezgésmaximumok helyzete frekvencia függő (2. ábra). A csiga végénél a legkisebb, még hallható rezgések maximuma jelenik meg, a frekvencia növelésével ez a maximumhely fokozatosan a csiga kezdete felé helyeződik át. Az alaphártya a rezgések amplitúdójával arányosan ingerli a sejtvégződéseket. A csiga tehát transzverzális szűrőként működve, a beérkező hullámok frekvenciájának megfelelően más és más idegvégződéseket fog stimulálni. A gerjesztett hallóidegek impulzusokat továbbítanak az agyba, ahol igen összetett kiértékelési folyamat eredményeképpen megszületik a hangérzet. A hallás, mint minden érzékelési folyamat röviden tehát a következő: a beérkező hangnyomás azaz *inger* idegimpulzusok formájában *ingerületet* kelt, ami az agyba jutva a kiértékelő folyamat eredményeképpen *éreztté* válik.

## 11.2. Hallásterület

A hallás mind frekvenciában, mind pedig intenzitásban (nyomásban) korlátozott (lásd 3. ábra). A legalacsonyabb, még hallható intenzitásérték 1 kHz-en kerekén  $1 \text{ pW/m}^2$ , ami a megállapodás szerinti referencia szint, azaz 0 dB. (Ekkora intenzitásnak megfelelő hangnyomásérték, azaz a hangnyomás referencia  $20 \mu\text{Pa}$ ) A különféle frekvenciákon még éppen hallható intenzitásértékek alkotják a *hallásküszöböt*. A felső korlát az elviselhetetlen intenzitású pontok alkotta *fájdalomküszöb*. A fájdalomküszöb átlagos értéke 130 dB. Frekvenciatartományban a hallható hangok 20 Hz és 20 kHz között helyezkednek el. Ezen korlátok között elhelyezkedő tartományt nevezzük *hallásterületnek*.



3. ábra. A hallásterület

Ezen belül viszonylag kis területet foglal el a beszéd és sokkal nagyobbat a zene tartománya. Meg kell jegyezni, hogy a mai diszkózene tartományának felső határa igen gyakran a fájdalomküszöbíg terjed. Az ilyen szintű, huzamosabb idejű zenehallgatás komoly halláskárosodást okozhat.

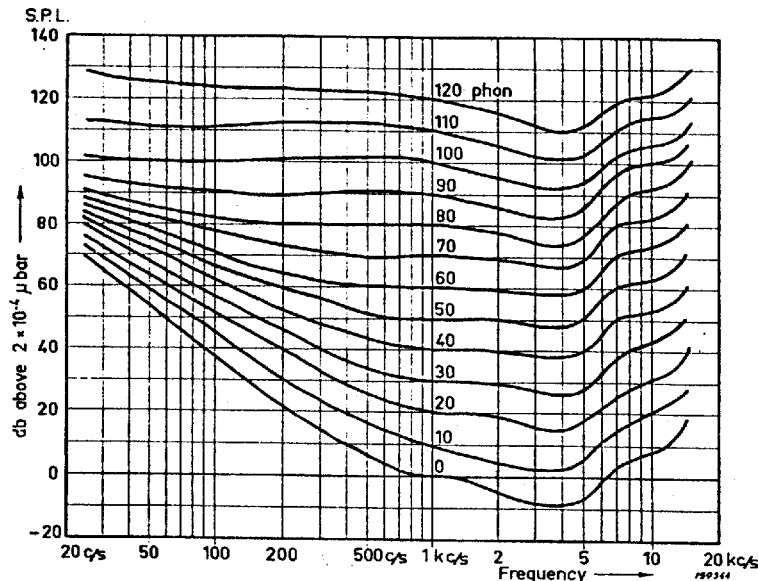
A hangokat frekvenciatartományuk alapján három részre szoktuk osztani:

- *infrahang* 20 Hz alatt
- *hallható hang* 20 Hz - 20 kHz
- *ultrahang* 20 kHz felett

Összefoglalóan megállapíthatjuk, hogy fülünk egy igen különleges, érzékeny eszköz. Frekvenciatartományban 3 dekád átfogására képes, az intenzitástartományban pedig kerekén 120 dB, ami  $10^{12}$ -es arány. Érdekes még megjegyezni, hogy a még éppen hallható hangintenzitás esetén a levegő részecskéinek kitérése  $10^{-11}$  méter, ami kb. tizede a hidrogénatom átmérőjének. A nagy intenzitásbeli átfogás csak nemlineáris működéssel képzelhető el. Ez úgy valósul meg, hogy nagyszintű jeleknél a hallócsontok izmai elmozdulásának következtében a mechanikai áttétel megváltozik, s ezáltal csökken az ovális ablak sérülésének veszélye.

### 11.3. Hangosság szint

Tapasztalati tény, hogy egészen eltérő jellegű hangok (pl. különböző hangszerek hangjai) esetén is képesek vagyunk eldönteni, hogy melyik a hangosabb, vagy mikor azonos a hangosságérzet. Mérési célokra *Barkhausen* 1926-ban az 1000 Hz-es szinuszhang hangosság-, illetve az azonos számértékű hangnyomásszintjét javasolta. Eszerint egy hang *hangosság szintje phonban* annyi, mint annak az 1000 Hz-es hangnak a hangnyomásszintje dB-ben, amely a vizsgált hanggal egyenlő hangosnak tűnik. A hallható tartománybeli szinuszhangokra elvégzett kísérletek átlageredményét a *Fletcher- -Munson* görbesereg tartalmazza. A 4. ábrából leolvasható, hogy a fül érzékenysége frekvenciafüggő.



4. ábra. Azonos hangosság szintű görbék Fletcher-Munson szerint

Legnagyobb eltérések a 0 phon feliratú görbén, azaz a hallásküszöb-görbén találhatóak. Példaképpen 60 Hz-en 50 dB hangnyomásszintű hang az, ami még éppen meghallható, azaz a hangnyomásbeli különbség 50 dB. A 40 phonos görbéről leolvassva azt kapjuk, hogy ugyancsak 60 Hz-en 70 dB-es hangnyomásszint produkál az 1kHz 40 dB mérőhanggal azonos hangosságérzetet. Itt a differencia már csak 30 dB. Ez megegyezik azzal az egyszerű hétköznapi tapasztalattal, miszerint ha zenehallgatáskor leszabályozzuk a hangerőt, akkor “eltűnnek” a mély hangok. Tehát a görbesereg a magasabb szinteken mintegy kisimul, a fül érzékenysége kis és nagyfrekvencián javul, a fájdalomküszöb pedig már majdnem mindenütt azonosan 130 dB.

Az ábrából tehát bármely frekvenciájú és hangosság szintű szinuszhang hangosság szintje leolvasható phonban. Meg kell jegyeznünk, hogy a fenti görbesereget más jellegű hangokra (pl. keskenysávú zaj) is meghatározhatjuk.

A hangnyomás és az intenzitás fizikai mértékegységei a Pa és a  $W/m^2$ . A gyakorlatban ezeket ritkán használjuk, helyettük a hangnyomásszint ill. az intenzitás szint szerepel, melyeket a következő képletek alapján számíthatjuk:

$$L_I^{dB} = 10 \lg \left( \frac{I}{I_o} \right) \qquad L_p^{dB} = 20 \lg \left( \frac{P}{p_o} \right)$$

Mindkét eredményt dB-ben kapjuk. (Az  $I_o$  és  $p_o$  a már említett intenzitás és nyomás referencia értékeket jelenti.) A hangnyomás ill. intenzitás szintnek megfelelő  $L_N$  hangosság szint phon-ban a Fletcher-görbéből olvasható le, vagy a Barkhausen definíció szerint elvégzett összehasonlító mérésekből állapítható meg.

## 11.4. Hangosság

A phon bevezetésével egy olyan eszközhöz jutottunk, amivel megállapítható, hogy egy hang hangosság szintje mekkora, ugyanakkor azt nem tudjuk, hogy az egyik hang hányszor hangosabb mint a másik. Ennek érdekében vezették be a *son*-t, amelynek egysége, az *1 son*, ami a *40 phon* hangosság szintű hang hangossága. Megállapították, hogy *10 phon* hangosság szint növekedés a hangosság érzet kétszerezésének felel meg. (Kísérletileg a kétszerezést két azonos hangosságú hangforrás egyidejű bekapcsolásával valósíthatjuk meg, vagy az egy ill. két fülű hallás közötti különbség felhasználásával.) Az átszámítási képlet a hangosság szint és a hangosság között:

$$N = 2^{\frac{L_N - 40}{10}}$$

A kapott eredmény az *N* hangosság *son*-ban. Alacsonyabb szinteken az összefüggés pontatlan eredményt ad, ezért *40 phon* alatti értékek átszámításához *nomogramot*, illetve *son-phon* diagramot célszerű használni. A *son* bevezetése azért is hasznos, mert segítségével több hangforrás eredő hangossága közelítőleg egyszerű összegzéssel megállapítható.

## 11.5. Kritikus sáv

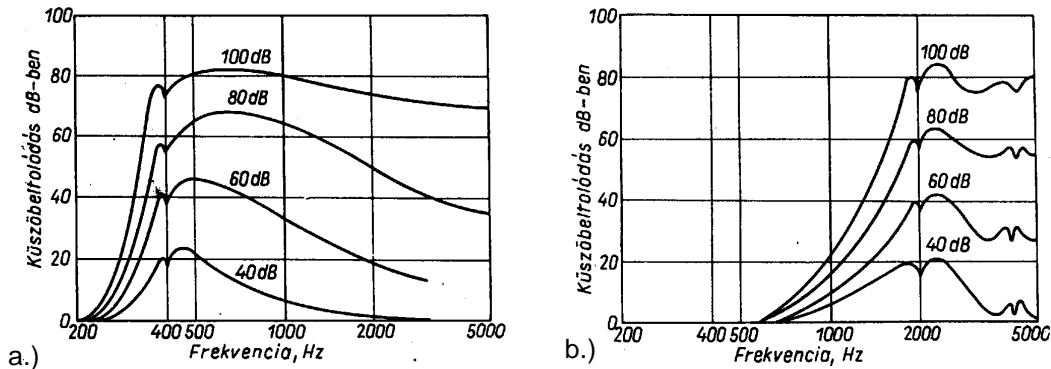
Tapasztalatok szerint két közeli frekvenciájú hangforrás eredő hangérzete fizikai összegzéssel határozható meg (pl. azonos szintű hangforrások eredője 3dB-rel lesz magasabb), nagyobb frekvenciakülönbségek esetén az eredő hangosságérzet nagyobb lesz, mint amit az intenzitásösszeg eredményezne. Azt a frekvenciakülönbséget, amelyen belül

Sávszám [bark]	Középfrekvencia [Hz]	Alsó-felső határ [Hz]	Sávszélesség [Hz]
1	50	20-100	80
2	150	100-200	100
3	250	200-300	100
4	350	300-400	100
5	450	400-510	110
6	570	510-630	120
7	700	630-770	140
8	840	770-920	150
9	1000	920-1080	160
10	1170	1080-1270	190
11	1370	127-1480	210
12	1600	1480-1720	240
13	1850	1720-2000	280
14	2150	2000-2320	320
15	2500	2320-2700	380
16	2900	2700-3150	450
17	3400	3150-3700	550
18	4000	3700-4400	700
19	4800	4400-5300	900
20	5800	5300-6400	1100
21	7000	6400-7700	1300
22	8500	7700-9500	1800
23	10500	9500-12000	2500
24	13500	12000-15500	3500

1. Táblázat A hallás kritikus sávjainak elhelyezkedése  
érvényes az energiaösszegzés nevezük *kritikus sávnak*. (Kritikus sávon kívüli azonos szintű hangforrások eredője 10 phon-nal emelkedik.) A kritikus sáv nagysága a sávközépi frekvenciától függően változik. Kisfrekvenciákon, azaz 1000 Hz alatt közel állandó értékű (100 Hz), míg 1000 Hz felett a harmadoktávsávokhoz hasonlóan alakul.

## 11.6. Hangelfedés

Egy hangforrás hangjának hallgatását, felismerését egy másik hangforrás kisebb vagy nagyobb mértékben zavarhatja esetleg meg is gátolhatja. *Hangelfedés* akkor következik be, ha a kívánt hangforrás hangját nem vagyunk képesek felismerni. Szokás ezt úgy is magyarázni, hogy a zavaró hangforrás megemeli a hallásküszöböt. A hallásküszöb megemelkedését 400 és 2000 Hz-es, 40, 60, 80 és 100 dB-es szintű szinuszhangokra láthatjuk az alábbi ábrákon.



5. ábra

a.) 400 Hz-es hang elfedő hatása      b.) 2000 Hz-es hang elfedő hatása

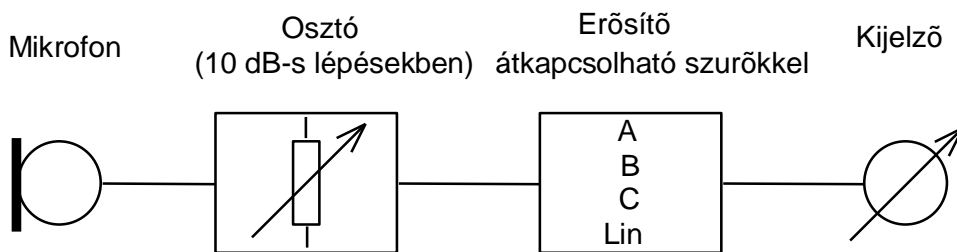
Mindkét ábrán közös az, hogy a magasabb szintű hangok nagyobb területet takarnak, mint az alacsonyabb szintűek. Feltűnő viszont, hogy a kislevelel zavaró hang csaknem a teljes sávot lefedi a 400 Hz feletti tartományban, ugyanakkor a 4000 Hz-es jel ennél lényegesen kisebb tartományt takar. Ennek az az oka, hogy a hangelfedés aszimmetrikus, azaz a zavaró jel frekvenciája alatti tartományban alig van elfedő hatás. Ha a vizsgálandó jel és a zavaró jel frekvenciája nagyon közeli, akkor fellép a lebegés, amit a görbe behorpadása jelez. Szélessávú zavaró jelnél nem jelentkezik a lebegés és az egész tartományban megemelkedik a hallásküszöb.

## 11.7. Eredő hangosság

A gyakorlati életben a hang és zajforrások csaknem mindig összetett hangjeleket állítanak elő. Ezek hangossága a Fletcher-Munson görbék alapján nem állapítható meg. Elméletileg használható a definíció szerinti összehasonlító mérés, de ez a gyakorlatban kivitelezhetetlen. (Gondoljunk pl. egy zajos nagyüzemre, vagy közlekedési zajra. Ilyen esetekben a zajforrás ki-be kapcsolása és az 1000 Hz-es referenciával történő összehasonlítása megoldhatatlan feladat.) Az alábbiakban ismertetünk néhány megoldást:

### a.) Phonmérő

A feladat közelítő megoldása lehetséges egy olyan mérőműszer használatával, amelyik a jel különböző frekvenciájú komponenseit a Fletcher-Munson görbék alapján súlyozza, összegezi és az eredményt dB-ben kijelzi. A műszer használata gyors, egyszerű és könnyen reprodukálható. A három, különböző karakterisztikájú (A, B és C) szűrő a kis, közepes és nagyszintű jelek kiértékeléséhez szükséges, ezenkívül lehetőség van az egyenes karakterisztika beállítására is. A gyakorlatban szinte mindig az A súlyozógörbét használjuk. A mutatott érték természetesen nem azonos az igazi *phon* értékkel, hanem attól a mérendő hang jellegétől kisebb vagy nagyobb mértékben eltér. (Pontos eredményt csak egy szinuszhang mérésekor kaphatunk.) Az egyértelműség kedvéért a mért adatokat dB(A), dB(C) stb. kell megadni.

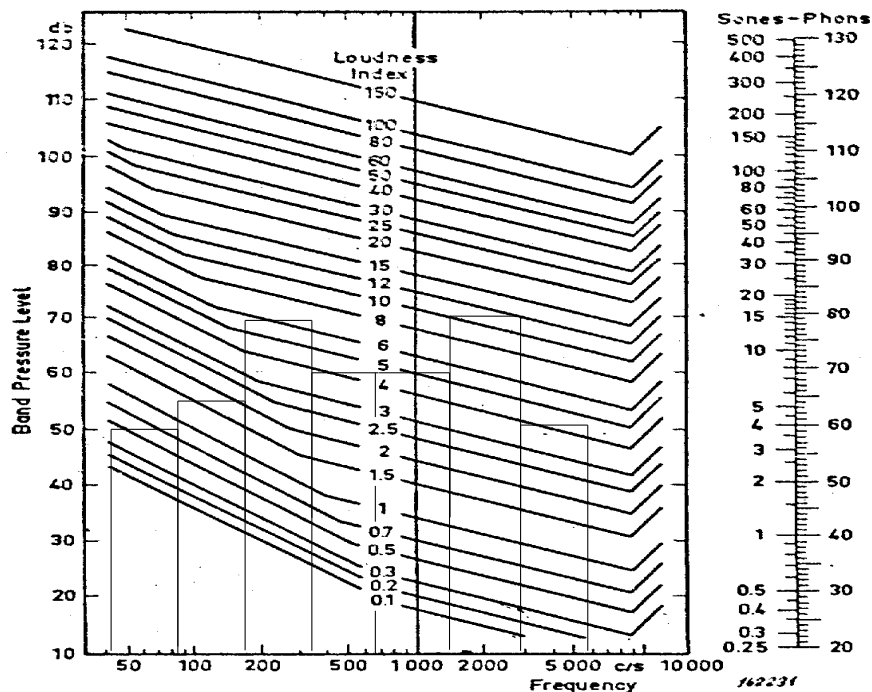


6. ábra Phonmérő felépítése

### b.) Stevens módszer

A módszer az oktáv vagy tercsávokban mért hangnyomásszint értékekből számítja ki az eredő hangosságot. Az egyes sávokban mért dB értékeket a sávközépi frekvencia értékénél kell a Stevens-diagramba (7. ábra) berajzolni, és a hozzátartozó  $S_I$  értékeket





7. ábra Stevens-diagram az eredő hangosság számításához.

(A bejelölt oktávsvári hangnyomásszintek a következők: 63 Hz - 50 dB, 125 Hz - 55 dB, 250 Hz - 70 dB, 500 Hz - 60 dB, 1000 Hz - 60 dB, 2000 Hz - 70 dB, 4000 Hz - 50 dB. Az oktávsvár közepén leolvasható hangosságértékek rendre: 0.6, 1.7, 6, 4, 5, 11 és 4 son.)

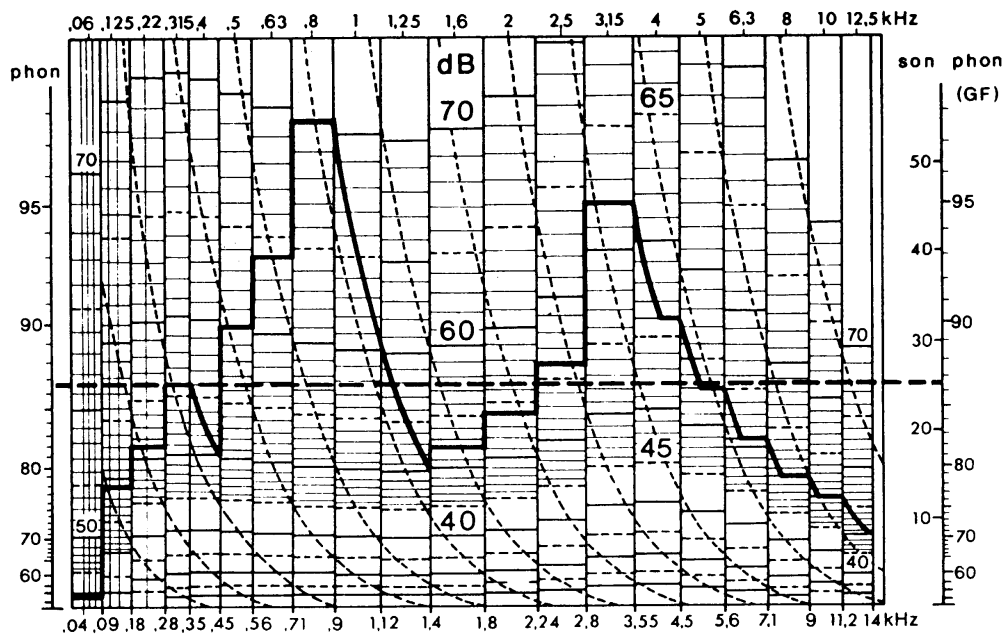
sonban leolvasni. A Stevens-diagram a keskenysávú zajjal mért hangosság szint törtvonalas közelítésű görbéit tartalmazza. Lényeges különbség az, hogy a görbék nem *phon*, hanem *son* értékekkel vannak paraméterezve. A leolvasott értékek maximumát  $S_m$ -el jelölve, az eredő hangosságot a következő képlettel kapjuk:

$$I = I_m + K \left( \sum_i I_i - I_m \right)$$

ahol a  $K$  súlyozófaktor értéke 0.3 oktávsvokra és 0.15 tercsávokra. Ily módon a kritikus sávokon belüli energia szerinti összegzés már a kiinduláskor (a mérésakor) teljesül, az elfedés hatását pedig a maximális érték kiemelésével és a maradékösszeg súlyozásával veszi figyelembe.

#### c.) Zwicker-módszer

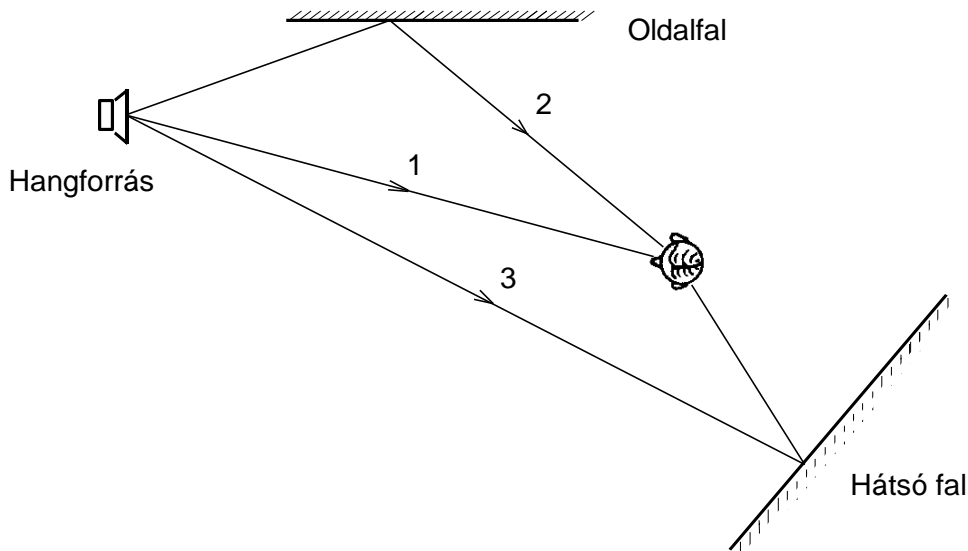
A legbonyolultabb, viszont a legpontosabb eredményt szolgáltató módszer. Csak tercsávós mérési eredmények alapján használható, és speciálisan kidolgozott kiértékelő lapokat kell használnunk (8. ábra). A tercsávok dB-ben mért adatait kell berajzolni úgy, hogy az esetleges hangelfedésnél a ferde szaggatott görbét, illetve azzal párhuzamosat kell berajzolnunk. (Minden egyes tercsáv saját dB skálázású, mivel a közös függőleges beosztás phonban ill. sonban adott.) Az így kapott terület átlagmagassága (az ábrán a szaggatott vastag vízszintes vonal) adja az eredő hangosságot sonban vagy phonban.



8. ábra A Zwicker-féle hangosságszámítás kiértékelő lapja.

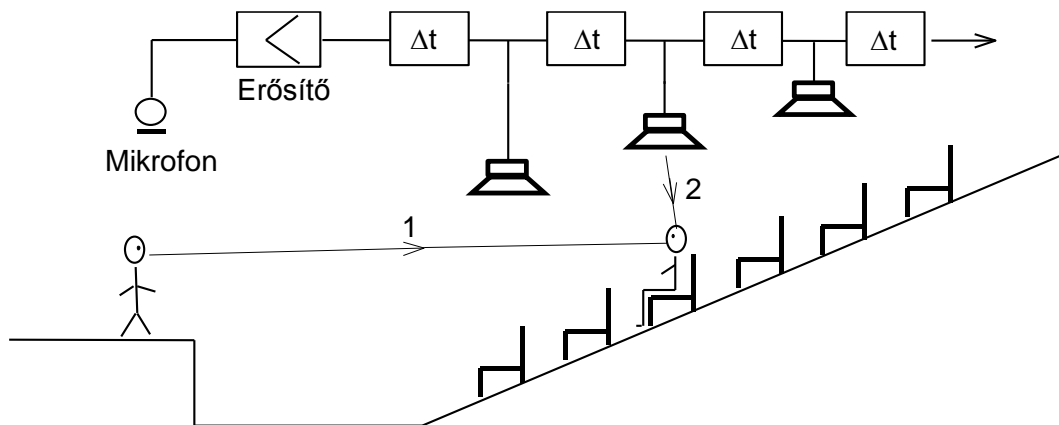
## 11.8. Haas-hatás

Ha egy hangforrásból több úton érkeznek hanghullámok a megfigyelőhöz, akkor az először beérkező hanghullám alapján azonosítjuk a hangforrás *irányát* és a hang *minőségét*, feltéve, hogy a közvetlen hang (1) és a reflektált hangok (2,3) között az időkülönbség kisebb, mint 30 msec és a szintkülönbség sem nagyobb, mint 6-8 dB (lásd 9. ábra). Végeredményben hangosabban (ugyanakkor irányhelyesen) halljuk a hangforrást, mint szabad térben, reflexiók nélkül. Ezt a jelenséget már régóta használjuk a hangellátás passzív javítására. (Ha az időkülönbség meghaladja az 50 msec-ot, akkor *visszhangot* hallunk.)



9. ábra Többutas hangterjedés (1. közvetlen hang, 2. oldal- 3. hátsó reflexió)

A hangforrásból a kedvezőtlen irányban haladó hullámokat különféle terelő felületekkel (proscénium, mennyezet stb.) a nézők felé irányítjuk. Újabb formája a jelenség hasznosításának a szabadtéri hangosítás (10. ábra).



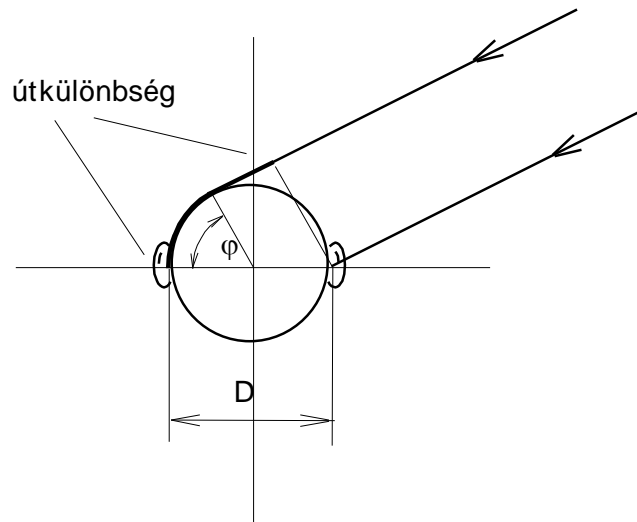
10. ábra Szabadtéri hangosítás

Az ábrán látható, hogy a néző hangellátása a színpadról közvetlen (1) hang és a mikrofon által felvett, erősített és hangszóróval lesugárzott hang (2) összegének formájában valósul meg. Miután a (2) útvonal lényegesen rövidebb, mint az (1)-es, ezért az erősített jel útjába késleltetéseket kell beépíteni. A hátrafele növekvő késleltetés célja az, hogy a közvetlen hang előbb érkezzon a nézőhöz, mint az erősített.

## 11.9. Irányhallás

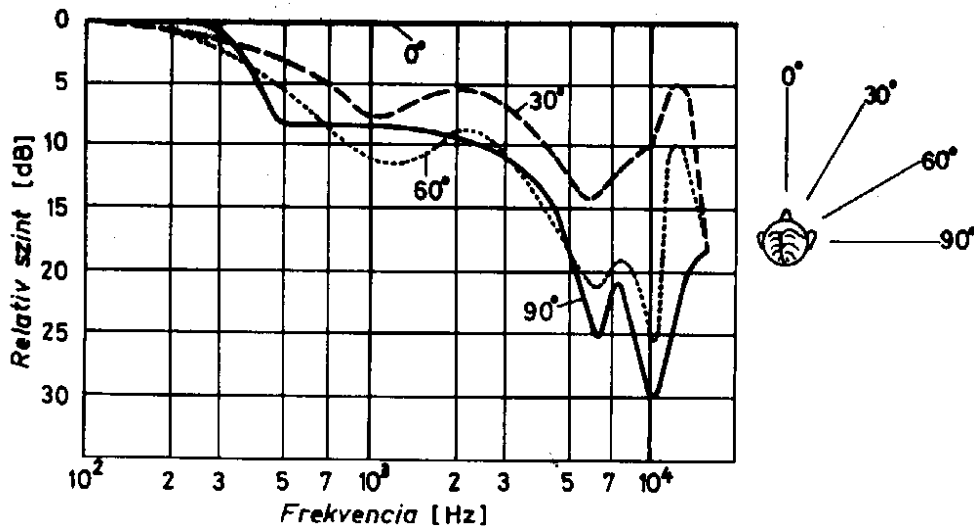
A hangforrás felől beérkező hanghullámok irányát azért tudjuk jól megállapítani, mivel azok a két fülünkben időbeli eltéréssel és szintkülönbséggel jelennek meg. Az így fellépő különbséget feldolgozva állapítjuk meg a hangforrás irányát. Az *időkülönbséget* a *d* útkülönbség alapján számíthatjuk. Az útkülönbség (vastag vonal)

$$d = \frac{D}{2}(\sin \varphi + \varphi)$$



11. ábra Útkülönbség ferdeirányú beesésnél

függ a fej átmérőjétől (*D*) és a beesés szögétől ( $\varphi$ ). Legnagyobb különbséget (kb. 1 msec) oldalirányú, azaz 90°-os beesésnél kapjuk. A fejtátmérő kb. 30 cm. Szemből érkező  $\varphi = 0$  hanghullámok esetében az út-, ill. időkülönbség természetesen nulla.



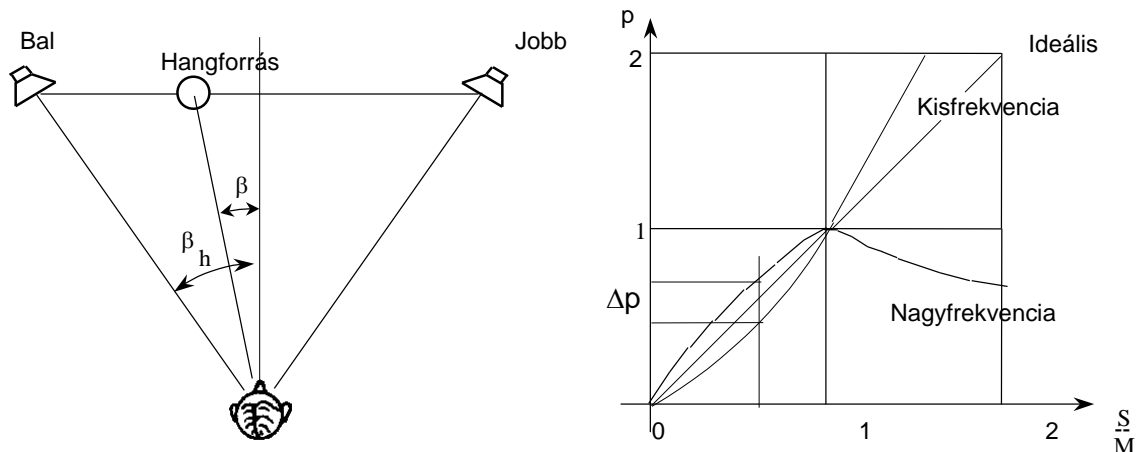
12. ábra. Szintkülönbség különféle beesési szögeknél

A fej árnyékoló hatása miatt, különösen nagyfrekvencián, elég nagy *szintkülönbségek* alakulhatnak ki ferdeirányú hangforrások esetében. Oldalirányú, azaz 90°-os beesésnél a

*szintkülönbség* (12. ábra) elérheti a 30 dB-t is. Kisfrekvencián, ahol a hullámhossz jóval nagyobb a fejtátrónél, a szintkülönbség minimális.

Ezekből az adatokból az derül ki, hogy kisfrekvencián (800 Hz alatt) a fáziskülönbség, míg nagyfrekvencián (1 KHz felett) az intenzitáskülönbség alapján állapítja meg fülünk a hangforrás irányát. Mindez mozdulatlan fejre érvényes. Amennyiben fejünket mozgatjuk, akkor önkéntelenül is a hangforrás irányába fordulunk, miáltal az iránymeghatározás pontosabbá válik

A *sztereo irányhallás* azt jelenti, hogy két hangszóróból érkező hanghullámokkal képesek vagyunk tetszőleges irányú virtuális hangforrást előállítani. A 13. ábra bal oldalán látjuk a mérési elrendezést. A kísérleti személy a hangforrás helyét nem látja, s a bal és jobboldali hangszórók jeleinek arányát tudja állítani. A jelarányt addig kell állítania, míg megítélése szerint a valódi hangforrás és a virtuális hangforrás egybeesnek. Vezessük be az alábbi



13. ábra. Sztereo irányhallás vizsgálata

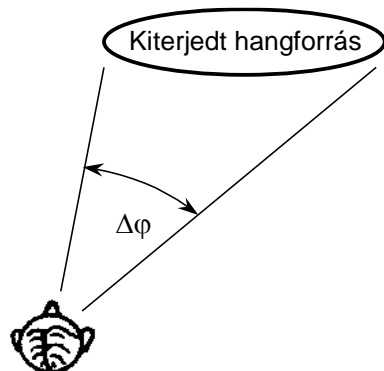
jelöléseket a jelek arányára és a két hangszóró közötti pozícióra:

$$S = B - J \qquad M = B + J \qquad p = \frac{\sin \beta}{\sin \beta_h}$$

Az ábra jobboldalán a mérési eredményeket látjuk. Ezek szerint a középső irány ( $S/M=0$  és  $p=0$ ) kis és nagyfrekvencián egyaránt jól beállítható, és ugyancsak jól lokalizálható a szélsőhely  $S/M=1$  és  $p=1$ ). Kisfrekvenciákon (pont-vonal) lehetséges a hangszórókon kívüli virtuális hangforrás leképzése, ugyanakkor nagyfrekvenciákon (folytonos vonal) erre nincs lehetőség. A  $\Delta p$  egy szélesspektrumú hangforrás lokalizációbeli eltérését adja, vagyis a hangforrás a hangképben bizonytalanul jelenik meg.

### 11.10. Hangforrás mérete és távolsága

A hangforrás *méretére* elsősorban az jellemző, hogy mekkora szögtartományban ( $\Delta\varphi$ ) érkeznek a hangok a hangforrásból



14. ábra. Hangforrás kiterjedése

Hangforrás *távolságának* meghatározása eléggé pontatlan. Régebbi hangemlékek felidézésével csak becsülni szoktuk, annak alapján, hogy a magasfrekvenciás összetevők jobban csillapodnak a távolság növekedésével mint a mélyek.

Irodalom:

Valkó Iván Péter: Az elektroakusztika alapjai  
Akadémiai Kiadó, Budapest 1963.

Dr. Halm Tibor: Hallástan (Physiologiai Acustica)  
Medicina Könyvkiadó, Budapest 1963.

Tarnóczy Tamás: Zenei akusztika  
Zeneműkiadó, Budapest 1982

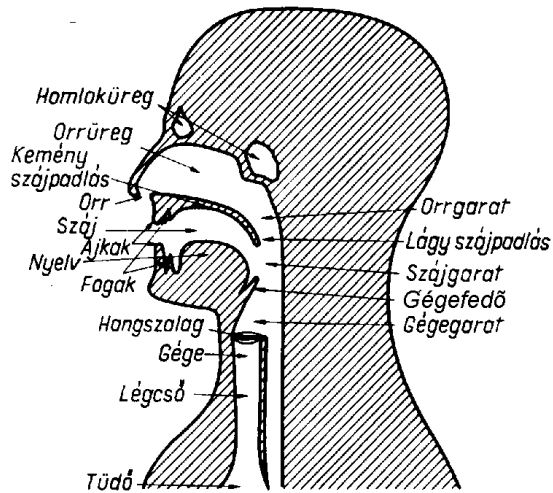
Lamoth Emil: Elektro-akusztika  
Műszaki Könyvkiadó, Budapest

Szentmártony Tibor: Zajtalanítás  
Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1963

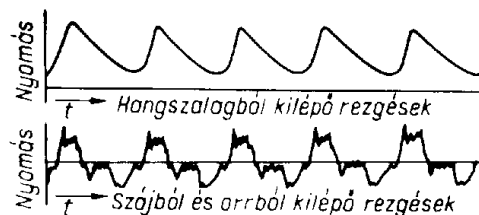
F. Takács: Localization Of Stereo Sound Using Two Loudspeakers  
Periodica Politechnica, Electrical Engineering-Electrotechnic

## 12. EMBERI HANG

Az emberi hang előállításában három (1. ábra) szervnek van meghatározó szerepe. A *tüdő*, amely a levegőáramot állítja elő a kilégzéssel. A gégefőben lévő *hangszalagok*, melyek működés közben periódikusan modulálják a légáramot. Az orr- és szájüreget tovább módosítják a kiáramló levegő rezgéseit (2. ábra).

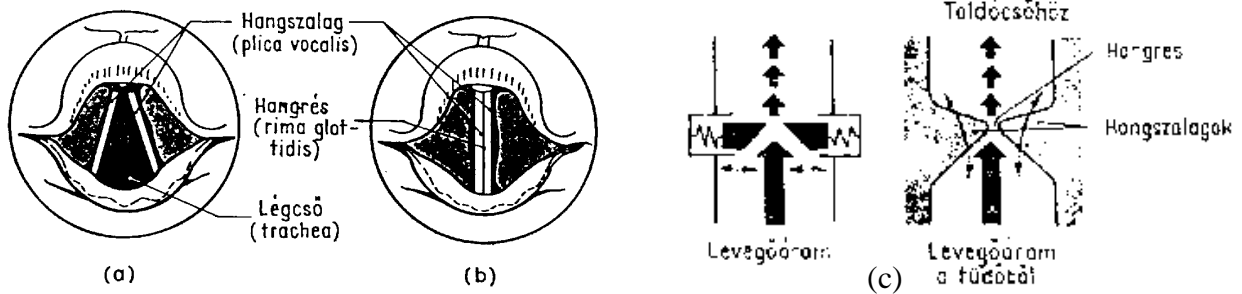


1. ábra Az emberi beszéd szervei



2. ábra A hangszalagok keltette rezgések és az orr- és szájüreget módosító hatása

A hangszalagjaink lélegzés közben nyitottak (3.a. ábra), ezért a levegő akadálytalanul halad rajtuk keresztül. Hangképzés közben erősebben vagy gyengébben feszítjük őket, miáltal



3. ábra A gégefő képe. A hangszalagok helyzete

- a.) lélegzés közben (respiráció), b.) hangképzés közben (fonáció), c.) a hangszalagok mechanikai modellezése

keskenyebb vagy szélesebb hangrés keletkezik. A tüdőből érkező levegő a hangszalagok záródása miatt összetorlódik, nyomása megnő. A megnőtt nyomás szétfeszíti a hangszalagokat, s így a levegő kiáramlik, a nyomás lecsökken és a hangszalagok újra záródnak. Innen a folyamat újra kezdődik. Az eredmény a 2. ábrán látható periódikus fűrészrezgés. A rezgési *frekvencia* a hangszalagok méretétől (férfi, nő, gyermek) és a megfeszítés erősségétől függ. A szalagok működése tömeg-rugó mechanikai rendszerrel modellezhető. Beszédkor a frekvencia alsó határa kb. 90 Hz (mély férfihang), a felső pedig 330 Hz (magas női hang). Énekléskor a határok 85 Hz és 1400 Hz.

A beszéd közben keltett hangokat magán- és mássalhangzókra szokás osztani. A *magánhangzók* (a, á, e, é, i, o, u, ü) jellemzője, hogy folyamatosan képezhetőek, a hangszalagok periódikusan működnek, és a hang spektruma *formáns* szerkezetű. Ez utóbbi azt jelenti, hogy a magánhangzó spektrumában az alulfrekvenciától függetlenül egyes komponensek nagy energiával jelentkeznek. A szájon (és részben az orron) át akadálytalanul távozó levegő az orr- és szájüregben rezonanciába lép, ami kiemeli a szélessávú alaprezgés harmónikusait. Például az „u” hangnál 200 és 400 Hz, az „o”-nál 500 és 850 Hz, s az „i”-nél 300 és 3000 Hz. A formánsok segítségével ismerjük fel az egyes beszédhangokat függetlenül attól, hogy férfi vagy nő a beszélő.

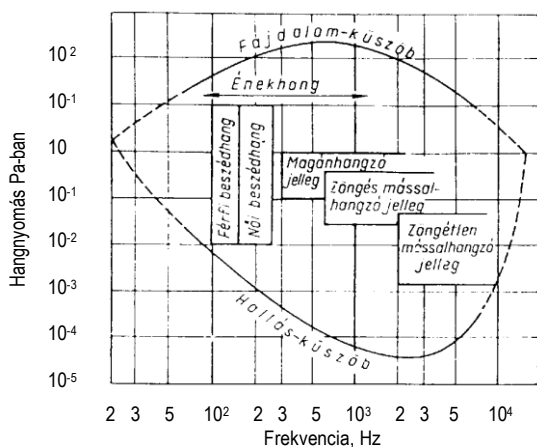
Éneklés közben a hangmagasságot a hangszalagok alulfrekvenciája szabja meg. A klasszikus hangterjedelmek a következők:

basszus:	85- 320 Hz
tenor:	130- 450 Hz
alt:	170- 640 Hz
szoprán:	250-1000 Hz

Egyes személyek általában két oktáv hangterjedelemmel rendelkeznek. Néhány ritka adottságú énekes képes négy oktávnyi terjedelemben is énekelni. A hangmagasság és a formánsok bizonyos összhangjára van szükség énekléskor, ugyanis a hangmagassággal nem lehet a formánsfrekvenciák fölé menni (pl. „u” hangot nem lehet magasan énekelni). Az operakedvelők ezért szeretik az eredeti nyelvű előadásokat, mivel itt van meg leginkább a beszéd- és énekhangok egysége.

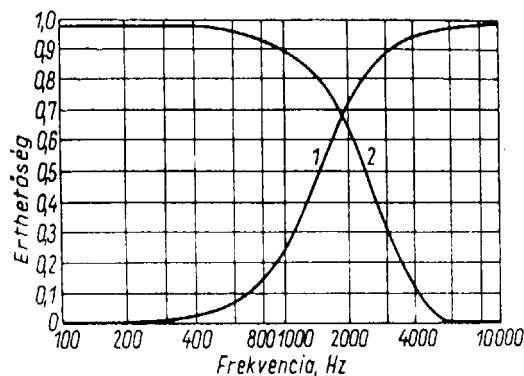
A *félmagánhangzók* esetében az áramlás az orrüregben keresztül történik (m, n, ny) vagy a szájüreg leszűkített állandó keresztmetszetén (j, l) illetve a ciklikusan változó keresztmetszetén (pörgetett r).

A *mássalhangzók* nem periódikus jellegű hangok. Képzésükkor a tüdőből kiáramló, hangszalagokkal modulált (zöngés) vagy nem modulált (zöngétlen) levegő nem akadálytalanul halad át az orr- ill. szájüregben. Ilyen akadály a fogak és ajkak közötti keskeny rés, mely turbulenciát kelt (f-v, sz-z, s-zs, h), lehet a felpattanó zár, ami lökéshullámot kelt (ajkaknál p-b, nyelv különböző helyzeteinél t-d, ty-gy, k-g) és a két hatás kombinációja (c-dz, cs-dzs). Kötojelesen a zöngétlen-zöngés párok vannak megadva.



4. ábra Az emberi beszéd dinamikája

Az eddigieket összefoglalva a 4. ábrán tekinthetjük meg az emberi beszéd komponenseinek frekvencia szerinti eloszlását, *dinamikáját*. Az alulfrekvenciák (100-300 Hz) magasabb szinttartományát, a magánhangzókra jellemző formáns tartományt (300-3000 Hz), a zöngés mássalhangzókat (600-4000 Hz), valamint a folyamatos spektrumú és alacsony



5. ábra Az alul (1) és felüláteresztő (2) szűrők határfrekvenciáinak hatása a szótagérthetőségre

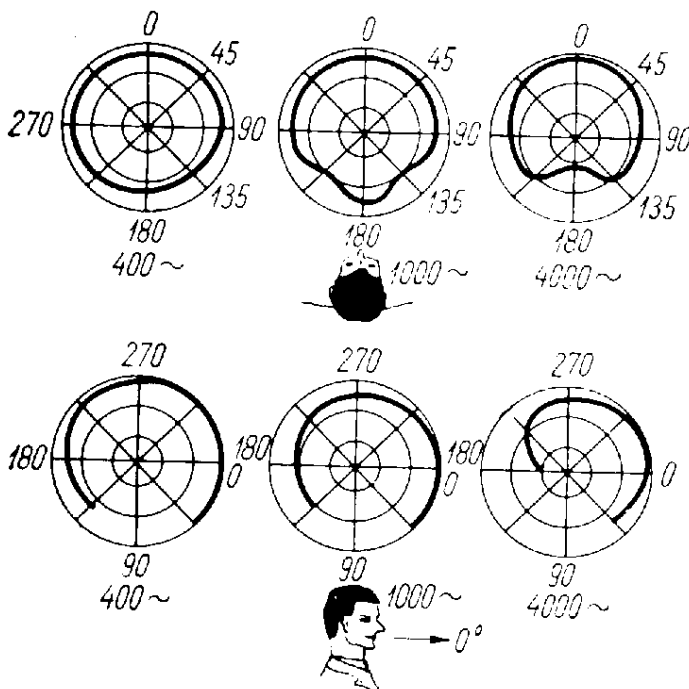


szintű zöngétlen mássalhangzó tartományt (2000-10 000 Hz). Az énekhangok tartománya frekvenciában és dinamikában nagyobb területet foglal el, mint a beszédé.

Beszédátvitelnél a legfőbb jellemző az *érthetőség* valamint a beszélő személyének *felismerhetősége*. Az érthetőséget szótagok felismerésével vizsgálják. (A szavak, illetve mondatok érthetősége a beszéd redundanciája miatt mindig jobb eredményt adna.) Az 5. ábrán az alul- és felüláteresztő szűrők határfrekvenciáinak hatását látjuk a szótagérthetőségre. Az aluláteresztő szűrő (1 görbe) használata esetén a szótagérthetőség akkor lesz elfogadható (kb. 90%), ha a határfrekvencia nagyobb mint 3000 Hz. Az aluláteresztő szűrővel történt vizsgálatok szerint a 4-500 Hz alatti jelek elhagyása nem okoz gondot. Miután az energia zöme is ebben az alsó sávban van, ezért érthető, hogy a távbeszélőtechnikában a 300-3400 Hz sávot fogadták el. Ez eleget tesz az érthetőségi és a beszélő személy felismerhetőségi követelményeknek egyaránt. Az énekhang és a hangszerek hangjának megszólaltatásához ennél lényegesen nagyobb frekvenciatartományra és dinamikára van szükség.

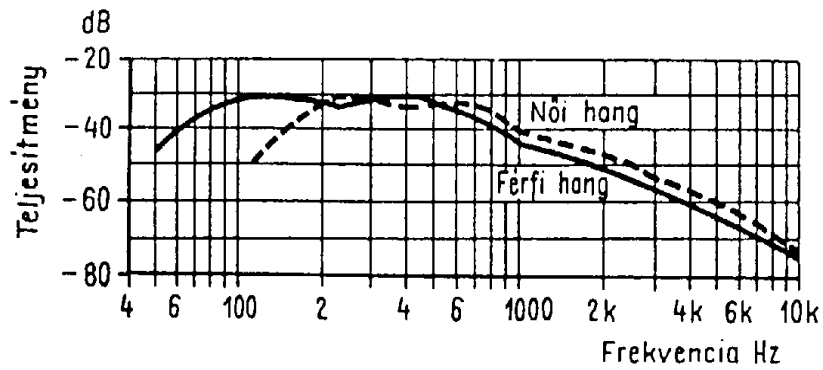
Az átlagos beszéd teljesítménye  $20 \mu\text{W}$  körüli, ami a beszélőtől 1 m-es távolságban kb 70 dB-es hangnyomásszintet eredményez. A lehangosabb és a leghalkabb részek aránya, azaz a dinamikája 50dB. A halk beszéd teljesítménye ennél kb. 10 dB-vel alacsonyabb, míg egyes hangok hangsúlyos kiejtése 20-25 dB-vel magasabb az átlaghoz képest. A kiabálás teljesítményszintje elérheti a 100 mW-ot is.

A beszélő körül kialakuló hangtér nem egyenletes, hanem frekvenciától függő irányítottsággal rendelkezik (6. ábra). Magasfrekvenciákon (kb. 4000 Hz) a beszélő háta mögötti tér 20 dB-vel alacsonyabb lesz, ami az érthetőséget nagymértékben lerontja. A beszélő szája előtti térrészben,  $45^\circ$ -os kúpon belül gyakorlatilag nincs csökkenés.



6. ábra A beszélő hangterének iránykarak terisztikái vízszintes és függőleges síkban, kis-, közepes- és nagyfrekvencián

Végezetül tekintsük meg a magyar beszéd átlagos energiaeloszlását férfiak és nők esetén. Jól látható, hogy a magasabb alaprezgés miatt a női beszéd energiataralma feljebb tolódik a frekvenciaskálán.



7. ábra A beszédenergia frekvencia szerinti megoszlása

Irodalom:

Valkó Iván Péter: Az elektroakusztika alapjai  
Akadémiai Kiadó, Budapest 1963.

Lamoth Emil: Elektro-akusztika  
Műszaki Könyvkiadó, Budapest

Szentmártony Tibor: Zajtalanítás  
Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1963

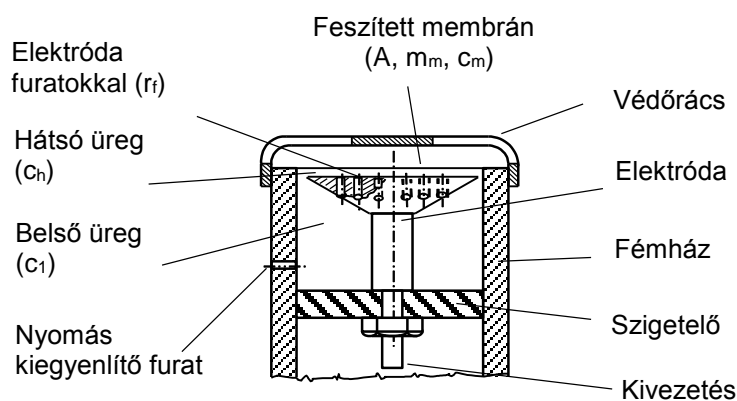
Dr. Gordos Géza-Takács György: Digitális beszédfeldolgozás  
Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1983

## 13. AKUSZTIKA MÉRÉSTECHNIKA

Az átalakítók fejezetben már tárgyaltuk a kondenzátor mikrofont, alapvető jellemzőit, és említettük, hogy az akusztikai mérésterchnikában kulcsfontosságú szerepet játszik az egyenletes közepes frekvencuiatartományú érzékenység menete miatt. Az itt következő fejezetben a kondenzátor mikrofon mérés technikájában fontos tulajdonságait elemezzük.

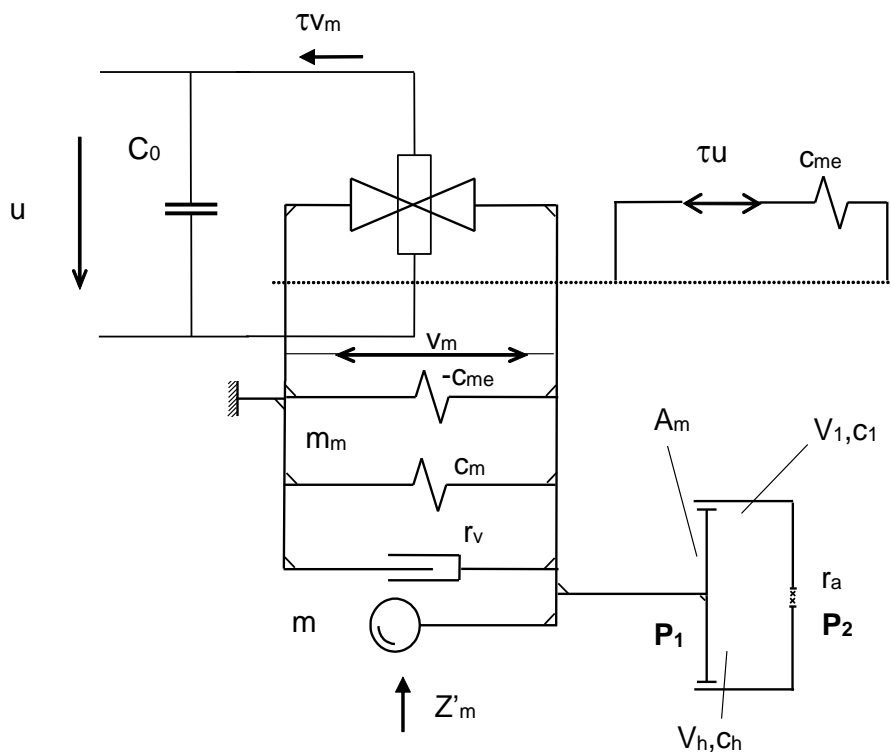
### 13.1. Kondenzátormikrofon nyomáskiegyenlítő nyílása

Az 1-es ábrán látható a kondenzátor mikrofon metszeti képe a nyomás kiegyenlítő nyílással.



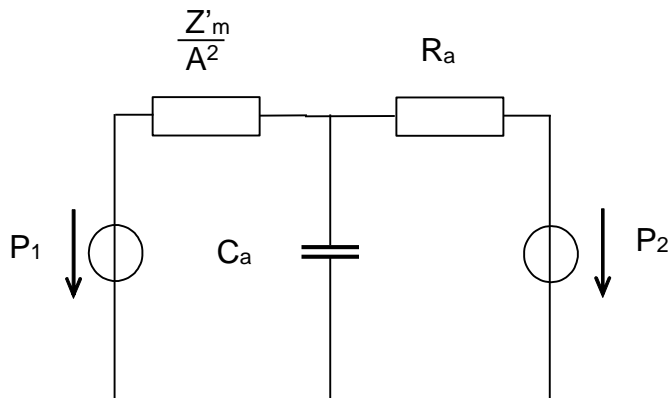
1. ábra.  
Kondenzátormikrofon

Az  $U_{ki}/p$  átviteli függvényt, az érzékenységet, az elektromechanikai helyettesítő képből kiindulva fogjuk meghatározni (2. ábra).



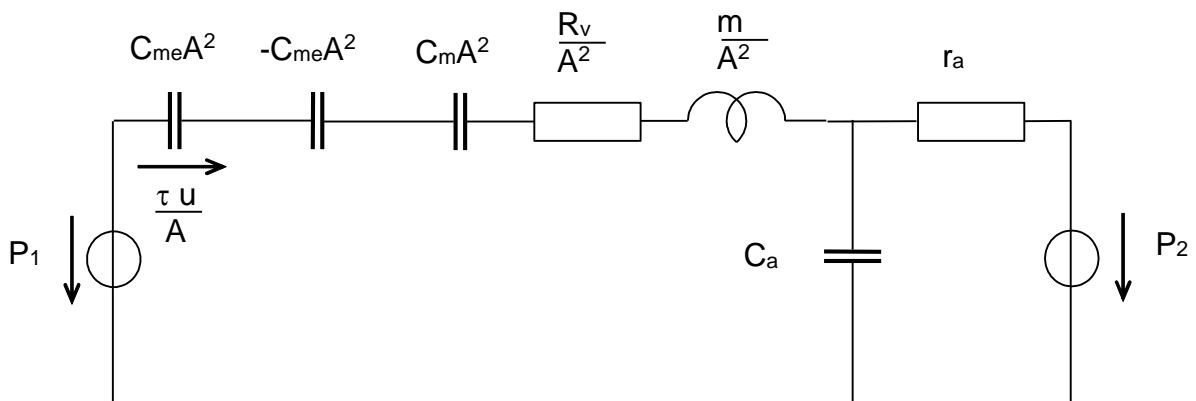
2. ábra. Kondenzátormikrofon elektromechanikai helyettesítő képe

Hozzunk létre kizárólag akusztikai elemeket tartalmazó hálózatot, és rajzoljuk fel ennek villamos analógját. Első lépésben hozzunk létre csak mechanikai, illetve akusztikai rendszert. A mechanikai oldalról áttranszformált  $C_0$  kapacitás, illetve az  $u$  feszültség a 2. ábrán látható  $C_{me}$  mechanikai rugó, illetve a rugóban mérhető erőként jelenik meg. A közös sebességen lévő mechanikai elemeket  $Z'_m$ -nek elnevezve rajzolható fel a 3. ábra szerinti helyettesítőép.



3. ábra.  
A kondenzátormikrofon akusztikai elemeket tartalmazó helyettesítőképeének elektromos analóg hálózata

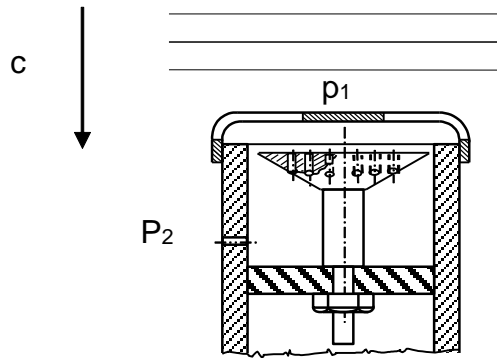
Kirajzolva a teljes helyettesítőképet, amely a  $Z'_m$  elmeit is tartalmazza, kapjuk a 4. ábrán látható helyettesítőképet, amely tartalmazza az  $u$  kimenőfeszültséget.



4. ábra.  
A kondenzátormikrofon akusztikai elemeket tartalmazó teljes helyettesítőképeének elektromos analóg hálózata

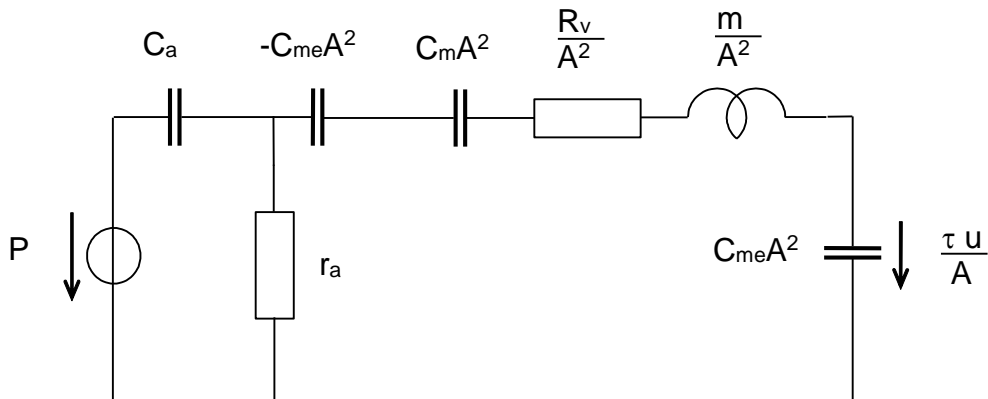
A 4. ábrán látható helyettesítőkép egyszerűsíthető, ha felismerjük, hogy abban az alapesetben, amikor a kiegyenlítő nyílás is a hangtérben van az 5. ábra szerint, akkor a  $p_1$  és a  $p_2$  hangnyomások, tekintettel a méretek hullámhosszhoz képest kicsi voltára, körülbelül megegyeznek:

$$p_1 = p_2 = p$$



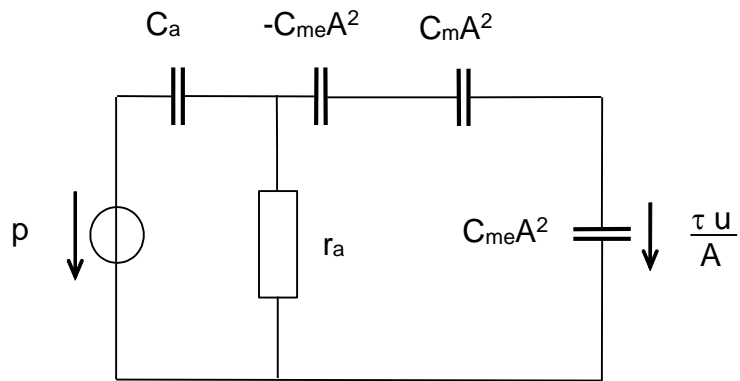
5. ábra.  
Kondenzátormikrofon  
Kiegyenlítő nyílása a  
hangtérben

Emiatt a villamos analóg kapcsolás a 6. ábra szerin alakul.



6. ábra.  
A kondenzátormikrofon  
akusztikai elemeket tartalmazó egyszerűsített  
helyettesítőképének elektromos analóg  
hálózata, kiegyenlítő nyílás a hangtérben

Közepes és ennél nagyobb frekvencián az  $r_a$  környezetében elhelyezkedő kapacitások impedanciája olyan kis, hogy az  $r_a$  ellenállás hatása elhanyagolható. Kisfrekvencián viszont a 6. ábra szerinti helyettesítőkép érvényes, ahol szerepel, viszont a csak nagyfrekvencián figyelembe veendő veszteségi ellenállást, illetve lengő tömeget reprezentáló elemek elhanyagolhatók. Tehát a kisfrekvenciás analóg kapcsolás tovább egyszerűsödik a 7. ábra szerint.



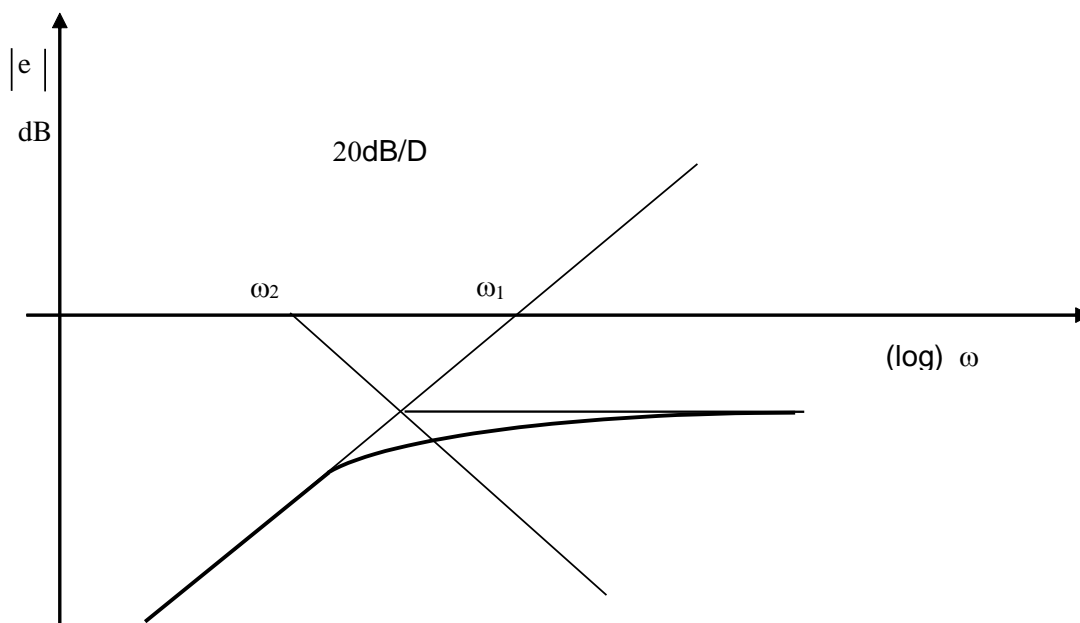
7. ábra.

A kondenzátormikrofon akusztikai elemeket tartalmazó egyszerűsített, kisfrekvenciás helyettesítőképének elektromos analóg hálózata, kiegyenlítő nyílás a hangtérben

$$e = konst \frac{\frac{1}{sc_m A^2} \times r_a}{\frac{1}{sc_m A^2} \times r_a + \frac{1}{sc_a}} = konst \frac{\left(\frac{s}{\omega_1}\right)}{1 + \left(\frac{s}{\omega_2}\right)}$$

$$ahol \omega_1 = \frac{1}{r_a c_a}, \quad \omega_2 = \frac{1}{r_a (c_a + c_m A^2)}$$

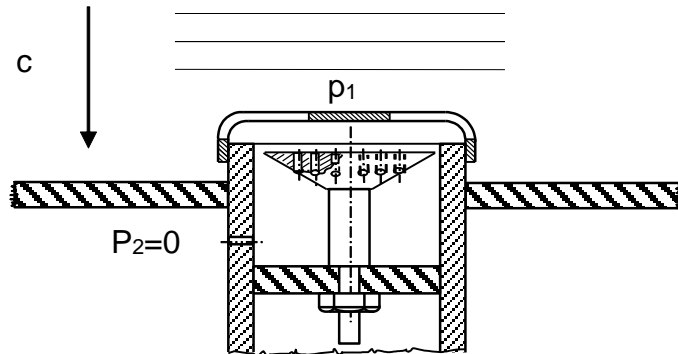
Eszerint az érzékenység abszolútértékének menete a 8. ábra szerinti.



8. ábra.

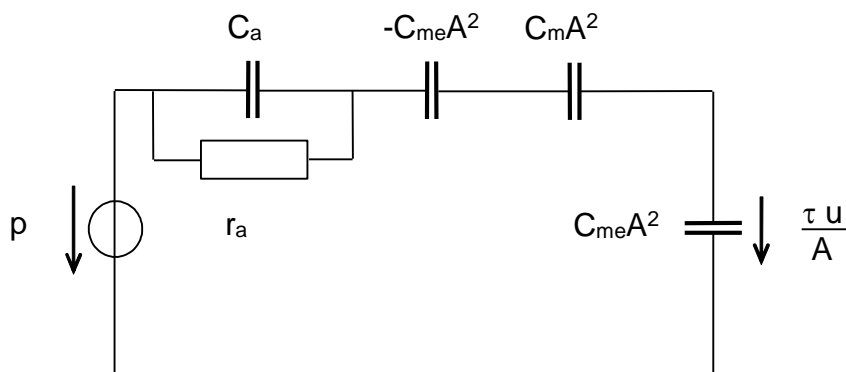
A kondenzátormikrofon érzékenység abszolútértékének Bode diagramja, kiegyenlítő nyílás a hangtérben

Most tekintsük át a kevésbé gyakori, de előforduló esetet, amikor a kiegyenlítő nyílás a hangtérén kívül helyezkedik el, például határoló falba történő méréskor. Ezt az elrendezést a 9. ábra szemlélteti.



9. ábra.  
Kondenzátormikrofon  
Kiegyenlítő nyílása a  
hangtérén kívül

Erre az esetre jellemző kisfrekvenciás villamos analóg kapcsolás a 10. ábrán látható



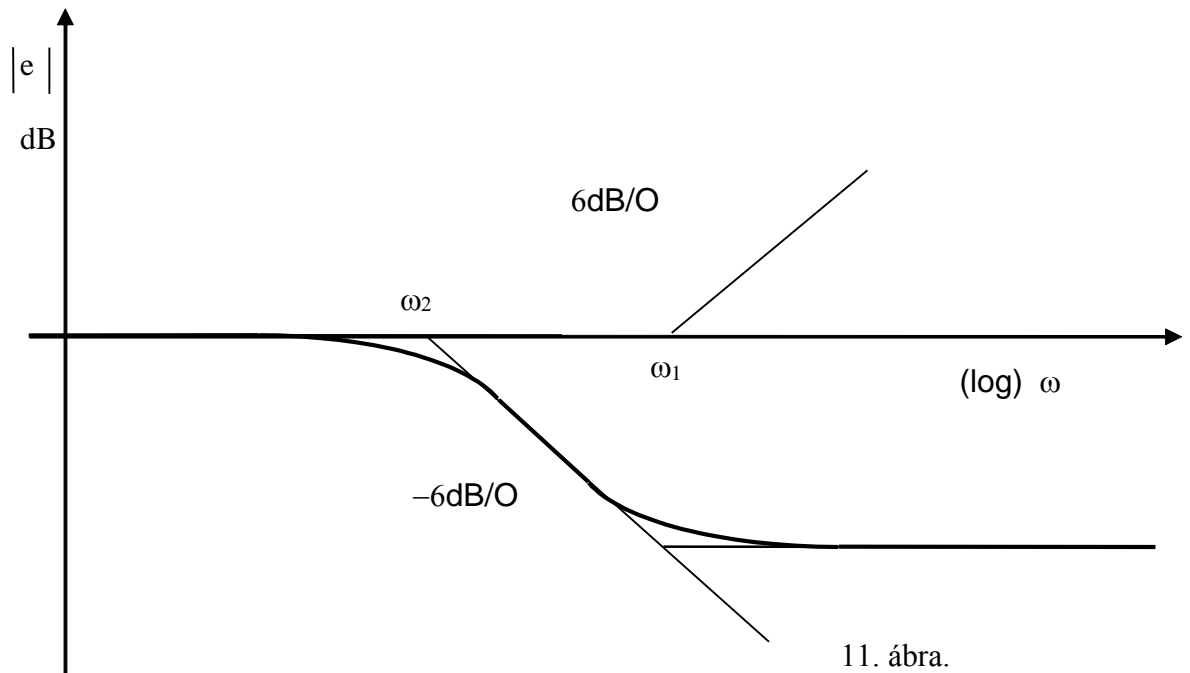
10. ábra.  
A kondenzátormikrofon  
akusztikai elemeket tartalmazó egyszerűsített, kisfrekvenciás  
helyettesítőképének elektromos analóg hálózata, kiegyenlítő  
nyílás a hangtérén kívül

Az érzékenység:

$$\dot{e} = konst \frac{\frac{1}{sc_m A^2 a}}{\frac{1}{sc_m A^2} + r_a \times \frac{1}{sc_a}} = konst \frac{1 + \left(\frac{s}{\omega_1}\right)}{1 + \left(\frac{s}{\omega_2}\right)}$$

$$\text{ahol } \omega_1 = \frac{1}{r_a c_a}, \quad \omega_2 = \frac{1}{r_a (c_a + c_m A^2)}$$

Az érzékenység Bode diagramban:



11. ábra.  
A kondenzátormikrofon  
érzékenység abszolútértékének Bode  
diagramja, kiegyenlítő nyílás a hangtérben

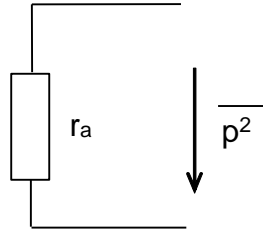
Itt tehát vágás helyett kiemelés jelentkezik kisfrekvencián.



### 13.2. Kondenzátormikrofonok termikus zaja

A mikrofonok termikus zaja, hasonlóan az elektromos hálózatok termikus zajához, a rezisztív elemekhez kapcsolódik.

Egy akusztikai ellenállás termikus zaja, hasonlóan egy villamos ellenálláshoz:



12. ábra.

Akusztikai ellenállás kapcsain mérhető átlagos zajteljesítmény

Az  $f_1$   $f_2$  frekvenciák közötti sávban mérhető átlagos termikus zajteljesítmény:

$$\overline{p^2} = \int_{f_1}^{f_2} 4kTr_a df \text{ ahol}$$

$k$ : Boltzmann állandó:  $1.3806488 \times 10^{-23}$  J/K

$T$ : abszolút hőmérséklet, K

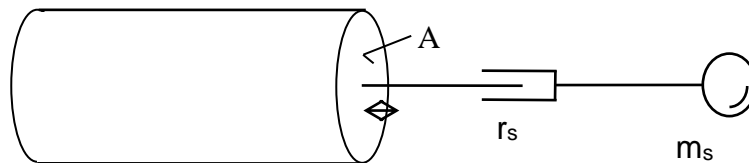
$r_a$ : Akusztikai ellenállás, Pa/m<sup>3</sup>s

$f$ : frekvencia, Hz

Az nyomás négyzet átlag mértékegységének ellenőrzése:

$$\frac{J}{K} \frac{Ns}{m^2 m^3} \frac{1}{s} = Nm \frac{N}{m^5} = \frac{N^2}{m^4} = \left( \frac{N}{m^2} \right)^2 = Pa^2$$

A mikrofon teljes akusztikai helyettesítő kapcsolásának villamos analógja, figyelembe véve a sugárzási impedanciát (13. ábra) is a 14. ábrán látható.



13. ábra. Kondenzátormikrofon membránját terhelő sugárzási impedancia modell – végtelen hosszú cső végén mozgó dugattyú

$$r_s = 1.5A\rho c$$

$$m_s = 0.62Ar\rho_0$$

ahol

$A$ : a membrán felülete,

$\rho_0$ : a levegő sűrűsége,

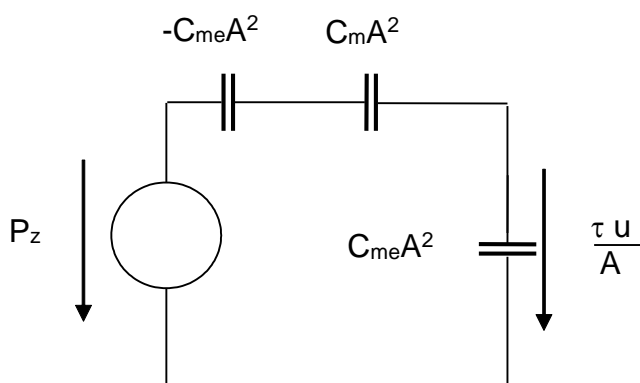
$C$ : a hang terjedési sebessége

$r$ : a membrán sugara

Határozzuk meg az egyes ellenállásokban lévő zajforrások kimenetre gyakorolt hatását a mikrofon üzemi frekvenciasávjában zajforrásonként.

$r_v$  veszteségi ellenállás hatása

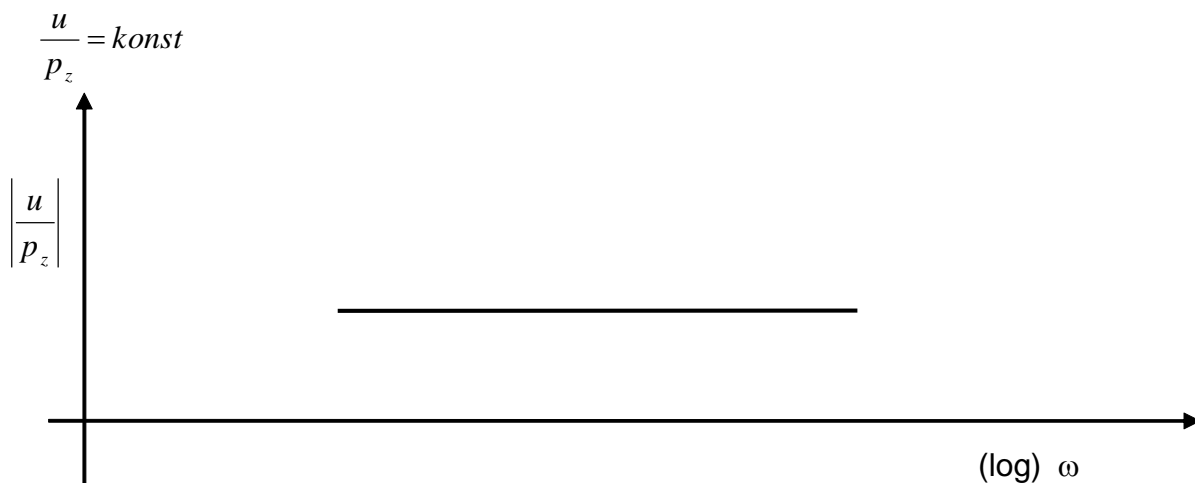
Mivel a veszteségi ellenállás a hasznos hangnyomás generátorához hasonló pozícióban van a helyettesítőképben, a hatása is hasonló számítható:



14. ábra.

A kondenzátormikrofon akusztikai elemeket tartalmazó teljes helyettesítő képének elektromos analóg hálózata, figyelembe véve a membránt terhelő sugárzási impedanciát is, zérus hasznos hangnyomás esetére

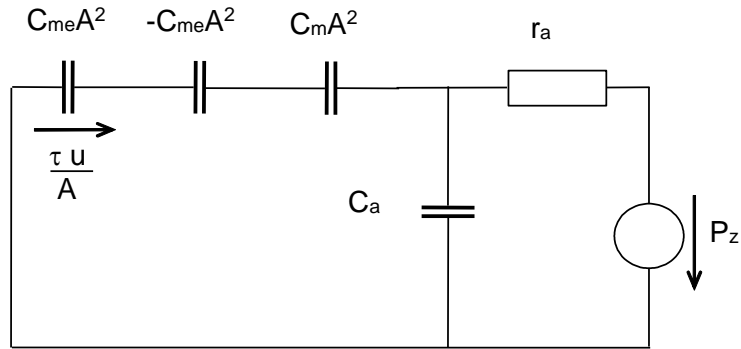
Mivel a kapacitív osztó frekvencia függetlenül oszt:



15. ábra.

A kondenzátormikrofon kimenő feszültségének és a veszteségi ellenállás, mint zajforrás feszültségének aránya közepes frekvencián Bode diagramban

$r_a$  kiegyenlítő nyílás akusztika ellenállásának hatása

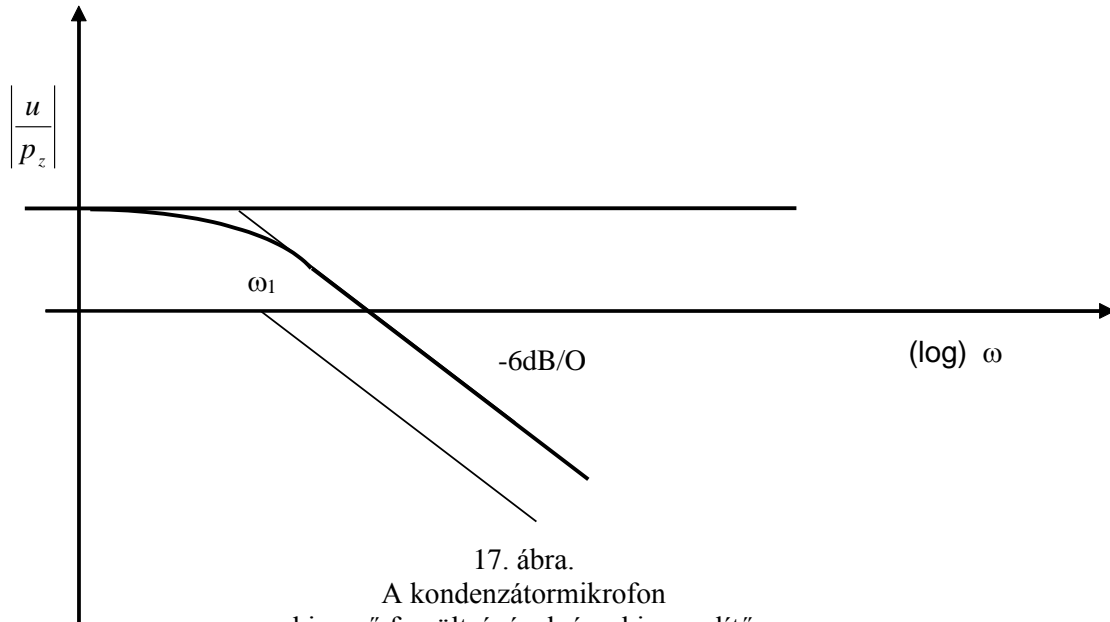


16. ábra.

A kondenzátormikrofon akusztikai elemeket tartalmazó helyettesítő képének elektromos analóg hálózata, a nyomás kiegyenlítő nyílás akusztikai ellenállásának termikus zajanalíziséhez

$$\frac{u}{p_z} = konst \frac{\frac{1}{s(c_a + c_m A^2)}}{\frac{1}{s(c_a + c_m A^2)} + r_a} = konst \frac{1}{1 + \left(\frac{s}{\omega_1}\right)}$$

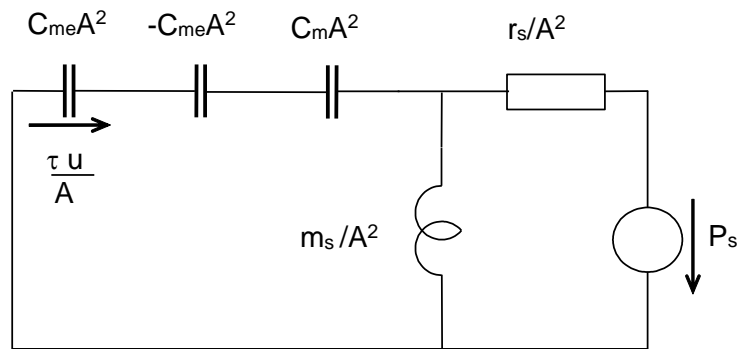
$$\text{ahol } \omega_1 = \frac{1}{r_a(c_a + c_m A^2)}$$



17. ábra.

A kondenzátormikrofon kimenő feszültségének és a kiegyenlítő nyílás ellenállás, mint zajforrás feszültségének aránya közepes frekvencián Bode diagramban

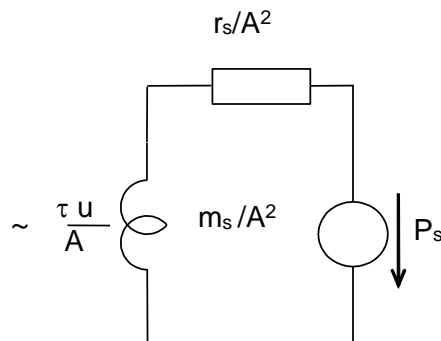
$r_s$  a sugárzási ellenállás hatása



18. ábra.

A kondenzátormikrofon akusztikai elemeket tartalmazó helyettesítő képének elektromos analóg hálózata, a sugárzási ellenállás termikus zajanalíziséhez

Az üzemi sávban, azaz a párhuzamos rezgőkör rezonancia frekvenciája alatt a sávban érvényes tovább egyszerűsített helyettesítőkép látható a 18-as ábrán.



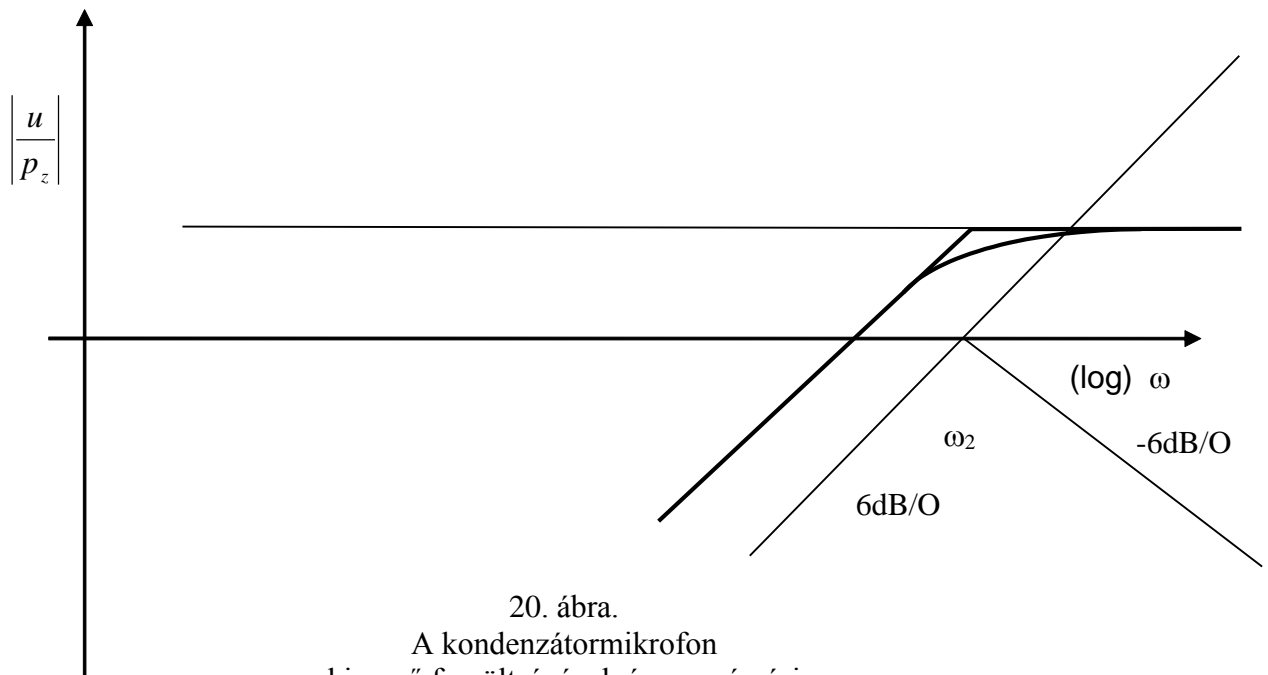
19. ábra.

A kondenzátormikrofon akusztikai elemeket tartalmazó helyettesítő képének elektromos analóg hálózata, a sugárzási ellenállás termikus zajanalíziséhez

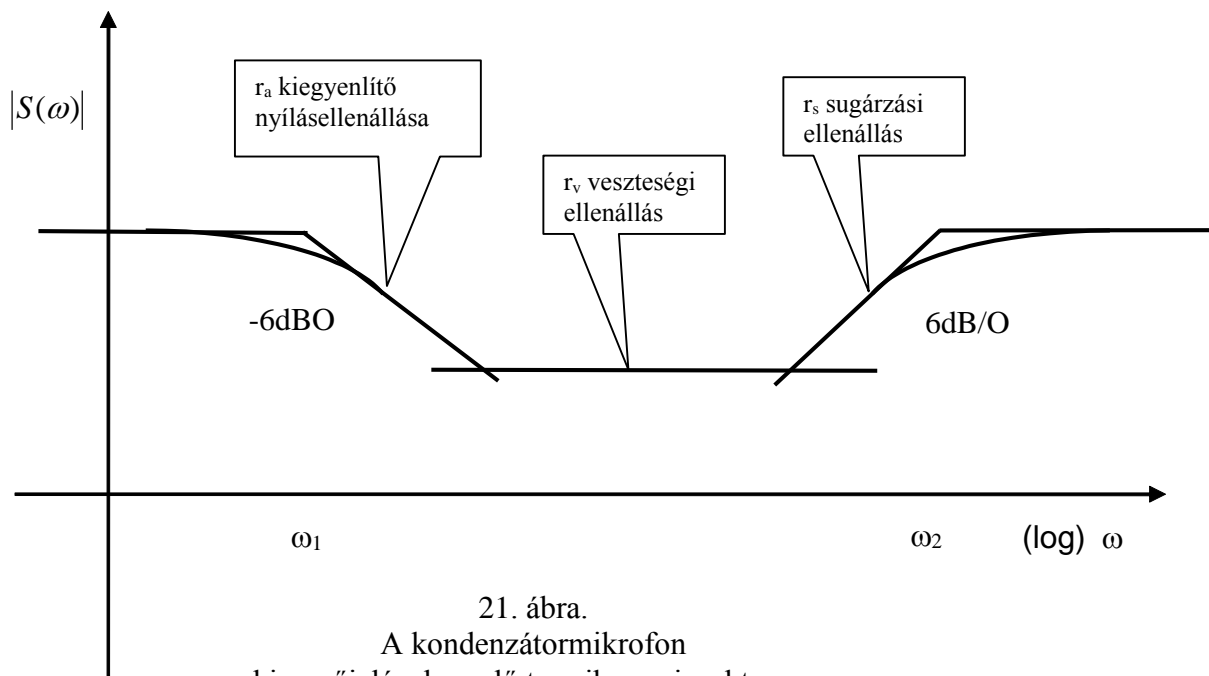
$$\frac{u}{p_z} = konst \frac{s \frac{m_s}{A^2}}{s \frac{m_s}{A^2} + \frac{r_s}{A^2}} = konst \frac{s \frac{m_s}{r_s}}{1 + s \frac{m_s}{r_s}} = \frac{s}{1 + \left( \frac{s}{\omega_2} \right)}$$

1"-os mikrofonra:

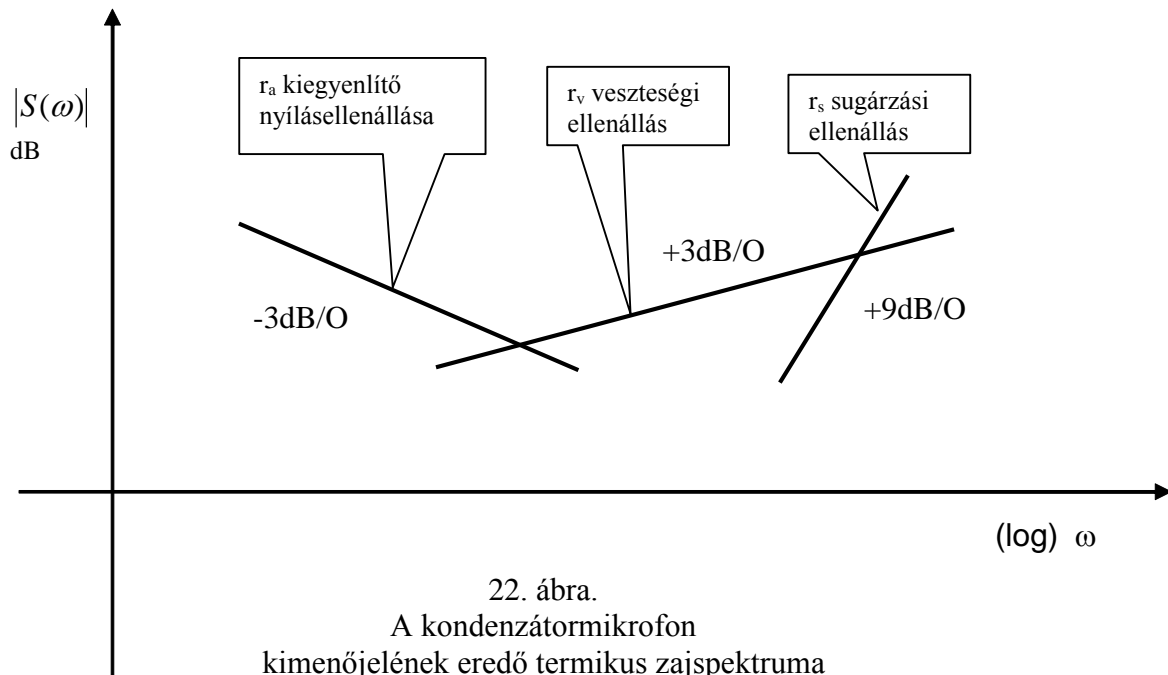
$$\text{ahol } \omega_2 = \frac{r_s}{m_s} = \frac{1.5A\rho_0c}{0.62Ar\rho_0} = 2.41 \frac{c}{r} = 15\text{kHz}$$



20. ábra.  
A kondenzátormikrofon  
kimenő feszültségének és a sugárzási  
ellenállás, mint zajforrás feszültségének  
aránya közepes frekvencián Bode  
diagramban



21. ábra.  
A kondenzátormikrofon  
kimenőjelének eredő termikus zajspektruma



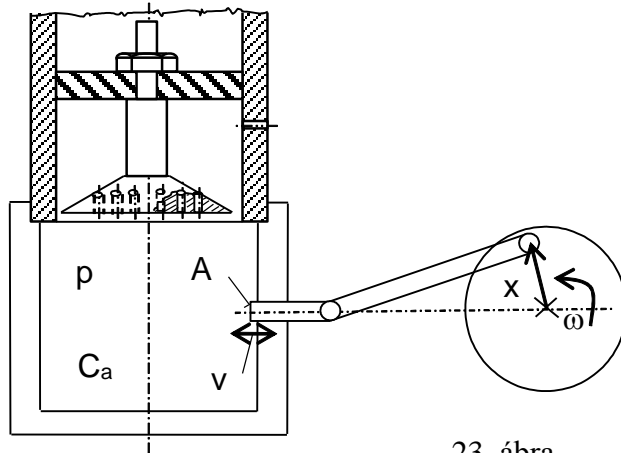
22. ábra.  
A kondenzátormikrofon  
kimenőjelének eredő termikus zajspektruma  
harmadoktávsváros elemző képernyőjén

Mivel a sávközépen a veszteségi ellenállás okozta zaj a domináns kiszajú mikrofont kis veszteségi ellenállással lehet realizálni. A kis veszteségi ellenállás viszont kiemelést jelent a nyomásérzékenység karakterisztikán. Ezért a kiszajú mérőmikrofonokat általában speciális korrekciós karakterisztikával rendelkező előerősítővel kell használni.

### 13.3. Kondenzátormikrofon kalibrálása

A mikrofonok kalibrálás során megmérjük a mikrofon közepes frekvenciás érzékenységét (mV/Pa), illetve ennek frekvencia függését. Ezeknek a méréseknek az elvégzésére mutatunk be néhány lehetőséget ebben a fejezetben.

Kondenzátormikrofon kalibrálása pizstonfonnal



23. ábra.  
Kondenzátor mikrofon  
kalibrálása pizstonfonnal

$$Z_a = \frac{p}{(Av)}$$

$$p = Z_a (Av)$$

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$\hat{p} = \frac{1}{j\omega C_a} A j\omega x$$

$$\hat{p} = \frac{\kappa P_0 A x}{V + V_{ekv}}$$

$$P_{eff} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\kappa P_0 A x}{V + V_{ekv}}$$

Ahol  $\kappa$  a fajhőhányados

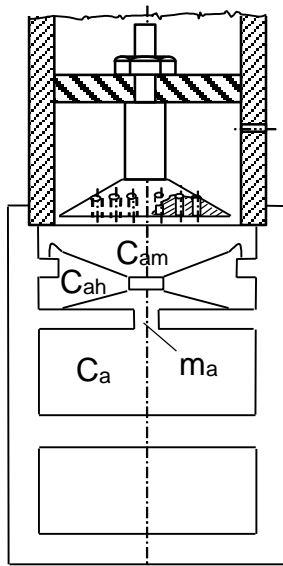
$P_0$ : a légnyomás

A: a dugattyú felülete

$x$ : az excenter tárcsa sugara, vagyis a dugattyú amplitúdója

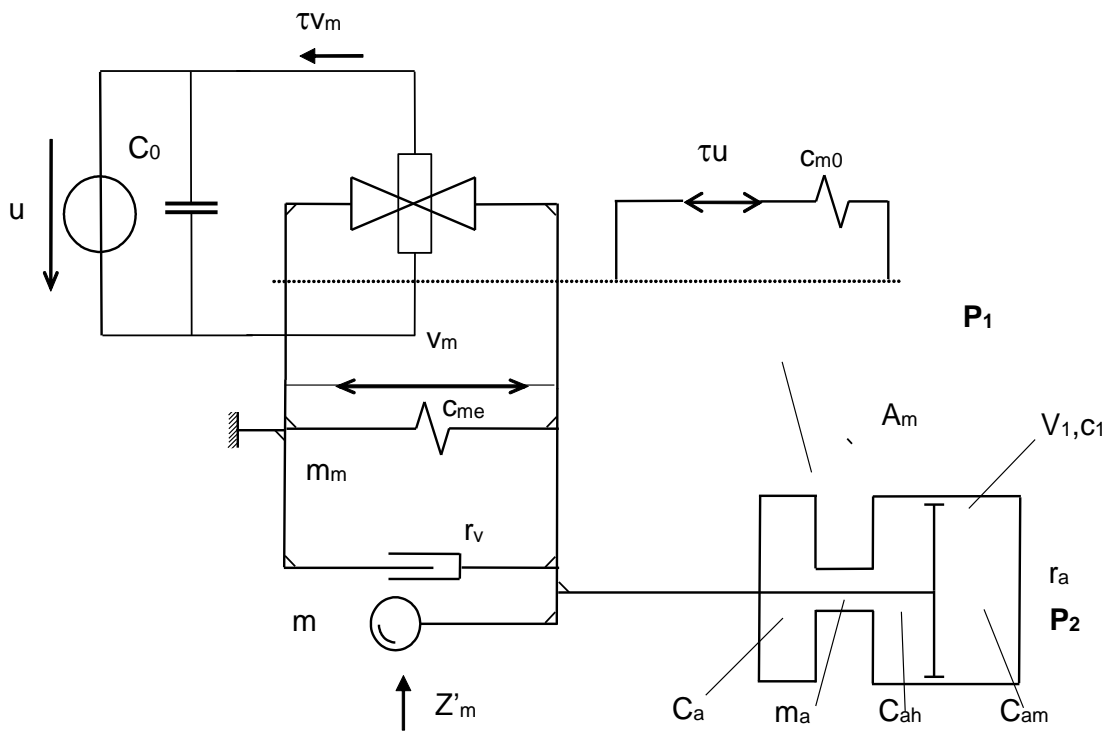
$V_{ekv}$ : amikrofon ekvivalens térfogata

Kondenzátormikrofon kalibrálása hangnyomásszint kalibrátorral



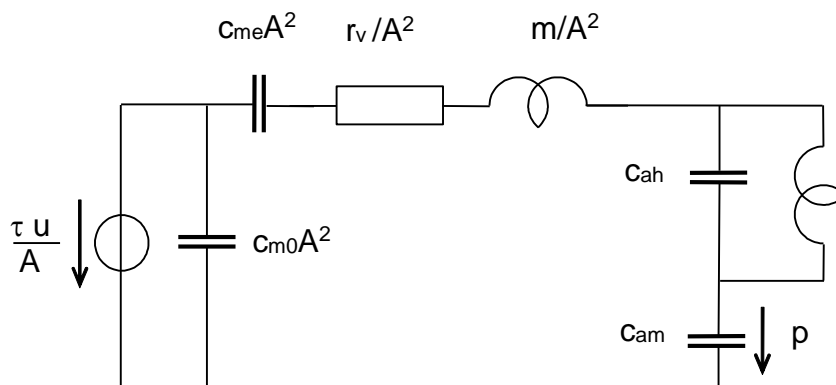
24. ábra.  
Hangnyomásszint kalibrátor  
felépítése

Az elektromechanikai helyettesítőkép:



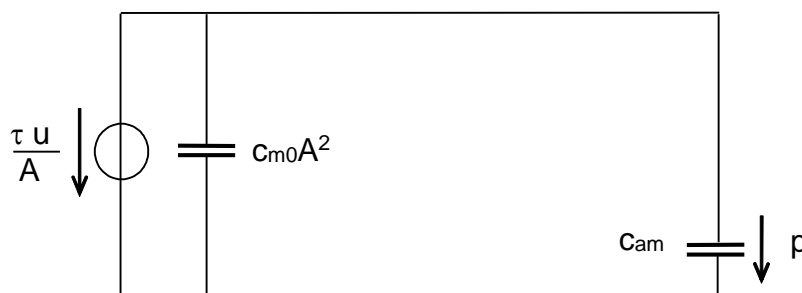
25. ábra. Kondenzátormikrofon elektromechanikai helyettesítő képe





26. ábra.  
A hangnyomásszint kalibrátor  
akusztikai elemeket tartalmazó helyettesítőképének elektromos  
analog hálózata

Mind a soros rezgőkör, mind pedig a Helmholtz rezonátor az üzemi frekvenciára, 1kHz-re van hangolva. Az ezen a a frekvencián érvényes helyettesítőkép:



27. ábra.  
A hangnyomásszint kalibrátor  
akusztikai elemeket tartalmazó helyettesítőképének elektromos  
analog hálózata

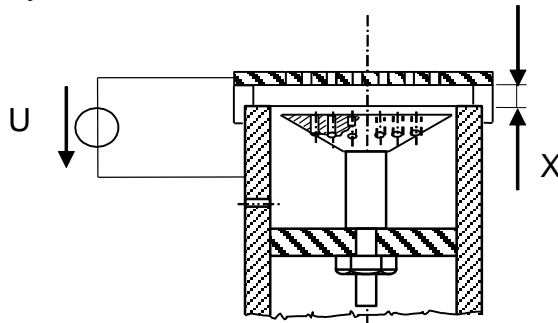
Tehát:

$$p = \frac{\tau u}{A}$$

A hangnyomásszint kalibrátor esetében elsődlegesen nem kell figyelembe vennünk a légnomást, illetve a létrehozott hangnyomás nem függ a munkatér fogattól, vagyis a mikrofon pontos behelyezésétől.

## Kondenzátormikrofon kalibrálása elektrosztatikus mérőrácossal

Az elektrosztatikus mérőrácossal konstans feszültségű táplálás esetén a frekvencia függvényében konstans hangnyomást szimulálunk a membrán felületén. Ezzel az eszközzel lehet könnyen kalibrálni a kondenzátor mikrofonok nyomás karakterisztikáját.



28. ábra.

Kondenzátor mikrofon kalibrálása  
elektrosztatikus mérőrácossal

A mérőrács és a membrán között fellépő vonzóerő:

$$F = \frac{1}{2} EDA = \frac{1}{2} \frac{U}{X} \varepsilon_0 \frac{U}{X} A = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \frac{A}{X^2} U^2 = kU^2$$

$$k = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \frac{A}{X^2}$$

$$U = U_0 + \hat{U} \cos \omega t$$

$$F = k(U_0 + \hat{U} \cos \omega t)^2 = k(U_0^2 + 2U_0\hat{U} \cos \omega t + \hat{U}^2 \cos^2 \omega t)$$

Ha  $U_0 \ll \hat{U}$  akkor a négyzetes tag elhanyagolható.

$$F = k(U_0^2 + 2U_0\hat{U} \cos \omega t) = F_0 + f$$

$$f = k2U_0\hat{U} \cos \omega t$$

A ható erő által a membrán felületen kifejtett nyomás amplitúdó:

$$p = \frac{F}{A} = \frac{2U_0 \frac{1}{2} \varepsilon_0 \frac{A}{X^2} \hat{U}}{A} = \frac{U_0 \varepsilon_0 \hat{U}}{X^2}$$

Konstans feszültségű táplálás esetén a konstans szimulált nyomás megvalósítható a frekvencia függvényében.

*Irodalom:*

*dr. Barát Zoltán: Műszaki akusztika előadások  
BME Villamosmérnöki Kar*

## 14. AKUSZTIKA ANALIZÁTOROK

### 14.1. Fourier transzformációk áttekintése

Fourier transzformáció alatt az időtartományból a frekvenciatartományba való áttérés eszközt értjük általános értelemben. Az inverz Fourier transzformáció alatt pedig az ellenkező irányú áttérést értjük. Attól függően, hogy az adott időtartományi jel milyen tulajdonságokkal rendelkezik, használunk különböző konkrét eljárást a transzformáció megvalósítására. Ezeket a módszereket vesszük sorra a következőkben.

*Periodikus jel Fourier sora*

Ha  $f_p(t)$  periodikus, akkor:

$$f_p(t) = f_p(t - T_p) \quad \forall t - re \quad T_p \text{ a periódusidő.}$$

Ha  $f_p(t)$  egy periódusra integrálható, véges sok szakadása van, akkor  $f_p(t)$  komplex Fourier soros alakban írható fel:

$$f_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_p t} \quad \omega_p = \frac{2\pi}{T_p}$$

Ahol  $C_n$ :

$$C_n = \frac{1}{T_p} \int_{t_1}^{t_1+T_p} f_p(t) e^{-jn\omega_p t} dt$$

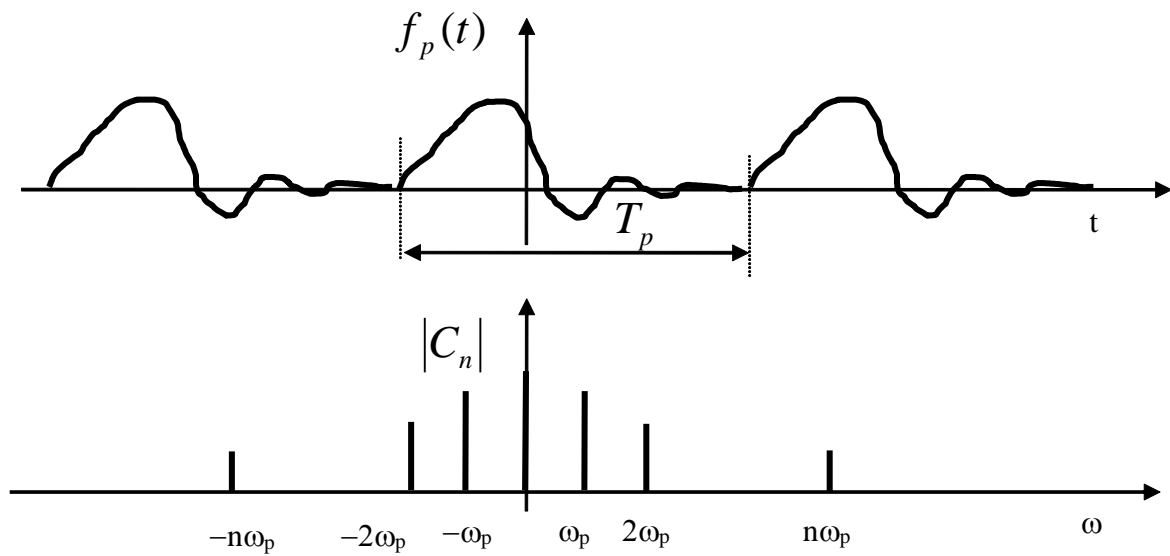
Tehát az idő > frekvencia transzformáció:

$$C_n = FI\{f_p(t)\}$$

És a frekvencia > idő transzformáció:

$$f_p(t) = IFI\{C_n\}$$

A 7.1. ábrán látható egy folytonos idejű periodikus időtartományi valós jel és spektruma, amik a komplex Fourier sorának együtthatóiból áll. Ezen együtthatók abszolút értékét mutatja az ábra. A továbbiakban vázolt spektrumábrák mindig valós időtartományi jellemzőt feltételeznek.

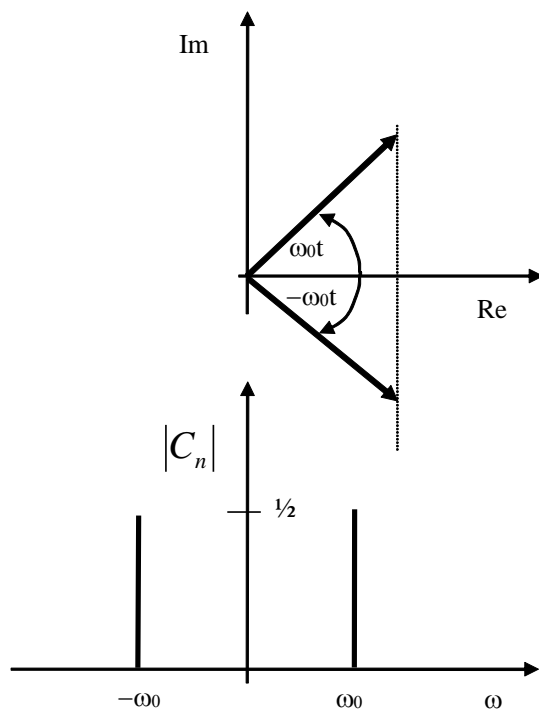


1. ábra.  
Periodikus jel és Fourier sorának együttható  
abszolút értékei

Példaként határozzuk meg a koszinuszos jel komplex Fourier sorát.

$$\cos \omega_0 t = \frac{1}{2} (e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t})$$

Hiszen:



2. ábra.  
 $\cos(\omega_0 t)$  Fourier sorának előállításához

### *Nem periodikus jel spektrális jellemzése - Fourier integrál*

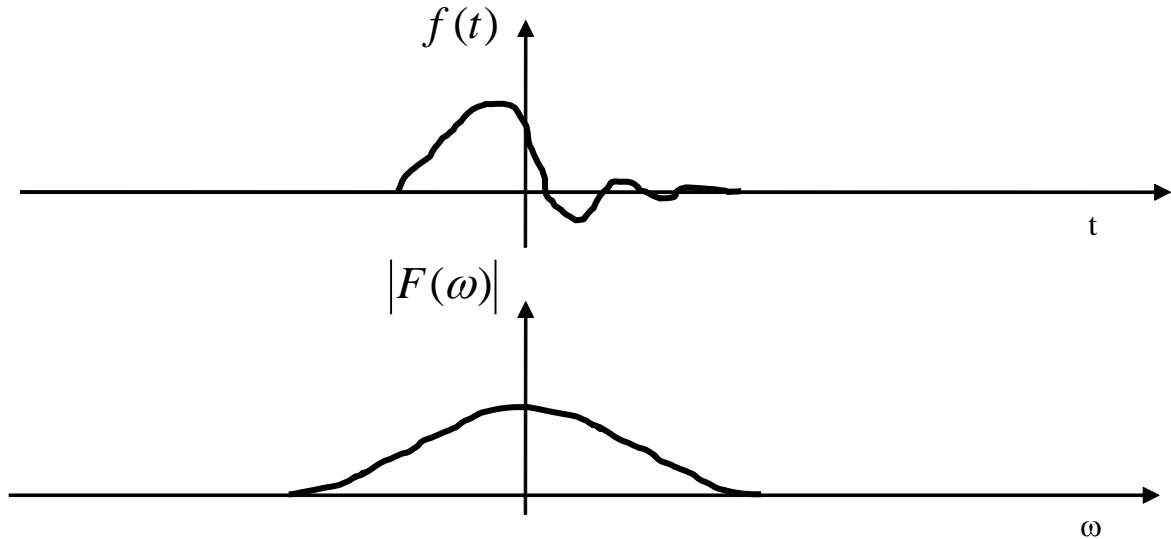
A  $T_p$  periódusidőt minden határon túl növelve eljutunk a nem periodikus jelekhez és a folytonos spektrumhoz. Ennek kiszámítási módja a Fourier Integrál.

Ha  $f(t)$  nem periodikus jel négyzetesen integrálható – véges energiájú, akkor:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt = FI\{f(t)\}$$

Az inverz transzformáció:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{j\omega t} dt = IFI\{F(\omega)\}$$



3. ábra.  
Véges energiájú, nem periodikus jel és  
Fourier integráljának abszolút értéke

Főbb tulajdonságok:

$$FI\{f^*(t)\} = F^*(-\omega)$$

Ha  $f(t)$  valós, tehát  $f(t) = f^*(t)$ , akkor  $F(\omega) = F^*(-\omega)$  - konjugált - komplex szimmetria.

Ekkor  $|F(\omega)|$  függvény páros, míg  $\arg\{F(\omega)\}$  páratlan függvény.

$FI\{f_1(t)f_2(t)\} = F_1(\omega) * F_2(\omega)$  időtartománybeli szorzás frekvencia tartománybeli konvolúciót jelent.

$FI\{f_1(t) * f_2(t)\} = F_1(\omega)F_2(\omega)$  időtartománybeli konvolúció frekvencia tartománybeli szorzást jelent.

Modulációs tétel:

$$FI\{f(t)e^{j\omega_0 t}\} = F(\omega - \omega_0)$$

Eltolási tétel:

$$FI\{f(t - T_0)\} = F(\omega)e^{-j\omega T_0}$$

A dirac delta Fourier integrálja:

$$FI\{\delta(t)\} = 1$$

### 7.1.3. Fourier sor, Fourier integrál kapcsolata

Legyen  $f_e(t)$  egyszeri, véges energiájú folyamat véges tartójú  $T_e$ -re, azaz:

$$f_e(t) = 0 \quad \text{ha } t \notin T_e$$

Ekkor:

$$F_e(\omega) = FI\{f_e(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} f_e(t) e^{-j\omega t} dt$$

Képezzünk  $f_e(t)$  segítségével egy periodikus  $f_p(t)$  jelet az  $f_e(t)$  periodikus kiterjesztésével:

$$f_p(t) = PK_{T_p}\{f_e(t)\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_e(t - nT_p)$$

Ahol  $T_p$  az így létrejövő periodikus jel periódusideje.

Fejtsük sorba a periodikus jelet:

$$f_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_p t},$$

ahol  $C_n$ :

$$C_n = \frac{1}{T_p} \int_{t_1}^{t_1+T_p} f_p(t) e^{-jn\omega_p t} dt = \frac{1}{T_p} F_e(n\omega_p)$$

Ez azt jelenti, hogy ismerve az eredeti egyszeri folyamat Fourier integrálját, a Fourier sor együtthatói meghatározhatók a Fourier integrállal kapott spektrumba való helyettesítési érték  $1/T_p$  szeresével.

Másrészt:

$$f_e(t) = f_p(t)w(t)$$

Ahol  $w(t)$  egy olyan ablakfüggvény, ami  $T_e$  tartójú.

Ennek alapján:

$$F_e(\omega) = F_p(\omega) * W(\omega)$$

Ahol  $W(\omega)$  a  $w(t)$  ablakfüggvény Fourier integrálja:

$$W(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} w(t) e^{-j\omega t} dt = \int_{-\frac{T_p}{2}}^{\frac{T_p}{2}} e^{-j\omega t} dt = \left[ \frac{e^{-j\omega t}}{-j\omega} \right]_{-\frac{T_p}{2}}^{\frac{T_p}{2}} = \frac{e^{-j\omega \frac{T_p}{2}} - e^{j\omega \frac{T_p}{2}}}{-j\omega} = T_p \frac{\sin\left(\omega \frac{T_p}{2}\right)}{\omega \frac{T_p}{2}}$$

A konvolúciót felírva:



$$F_e(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} F_p(\nu) T_p \frac{\sin\left((\omega - \nu) \frac{T_p}{2}\right)}{(\omega - \nu) \frac{T_p}{2}} d\nu$$

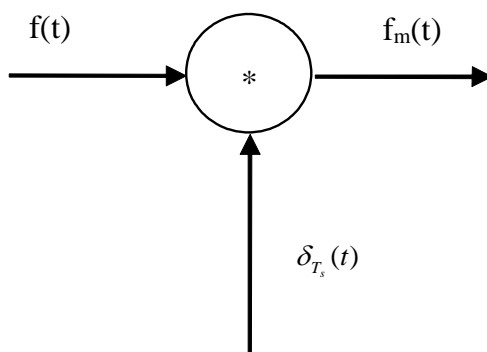
Ami figyelembe véve, hogy  $F_p(\nu)$  diszkrét függvény ( $C_n$ ) a frekvencia függvényében:

$$F_e(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n T_p \frac{\sin\left((\omega - n\omega_p) \frac{T_p}{2}\right)}{(\omega - n\omega_p) \frac{T_p}{2}}$$

Ez azt jelenti, hogy az egyszeri folyamat folytonos spektruma bármely frekvencián meghatározható a belőle létrehozott periodikus függvényt jellemző  $C_n$  együtthatókat, mint bázispontokat alkalmazva a fenti interpolációs formulával.

#### *Mintavételezett jel spektrális jellemzése*

A mintavételezés jól reprezentálható a mintavételezendő  $f(t)$  jel dirac delta sorozattal való szorzásával:



4. ábra.

A dirac delta sorozat a dirac függvény  $T_s$  (sampling time) szerinti periodikus kiterjesztésével hozható létre:

$$\delta_{T_s}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s)$$

Így a mintavételezett jel:

$$f_m(t) = f(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(nT_s) \delta(t - nT_s)$$

Az  $f_m(t)$  spektruma,  $F_m(\omega)$  a Fourier integrál segítségével határozható meg, alkalmazva az eltolási tételt:

$$F_m(\omega) = FI\{f_m(t)\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(nT_s) FI\{\delta(t - nT_s)\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(nT_s) e^{-jnT_s\omega}$$

Másrészt a dirac delta sorozat Fourier sorba fejthető:

$$\delta_{T_s}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_s t}$$

Ahol a  $C_n$  együtthatók:

$$C_n = \frac{1}{T_s} \int_{t_1}^{t_1+T_s} \delta_{T_s}(t) e^{-jn\omega_s t} dt$$

Mivel a dirac delta Fourier integrálja 1-et ad:

$$C_n = \frac{1}{T_s}$$

Tehát:

$$\delta_{T_s}(t) = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn\omega_s t}$$

Így a mintavételezett jel:

$$f_m(t) = f(t) \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn\omega_s t}$$

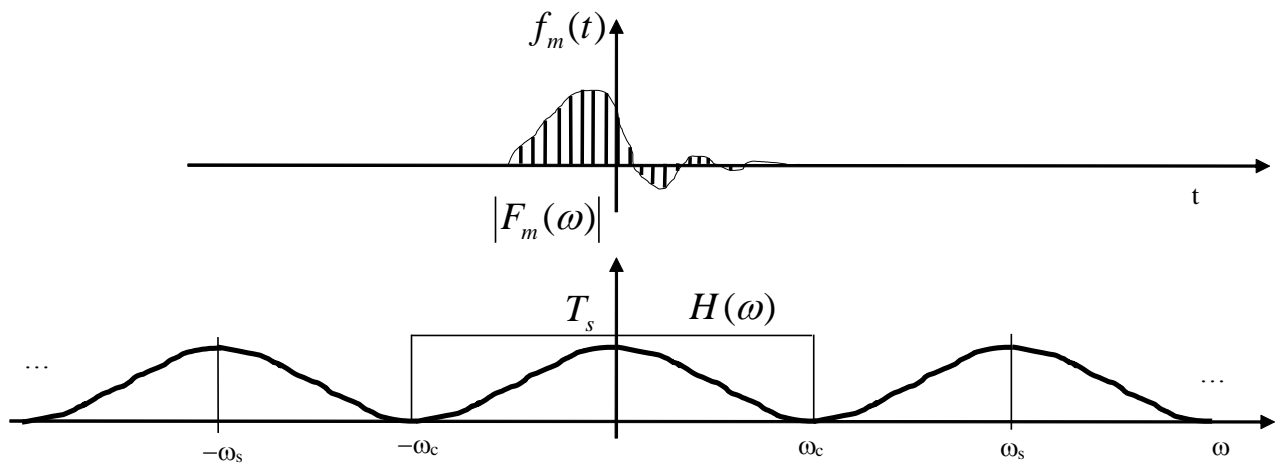
A mintavételezett jel spektruma pedig:

$$F_m(\omega) = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} FI\{f(t) e^{jn\omega_s t}\}$$

Alkalmazva a modulációs tételt:

$$F_m(\omega) = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(\omega - n\omega_s)$$

Ez az összefüggés pedig nem más, mint az eredeti jel spektrumának periodikus kiterjesztése  $\omega_s$  szerint, megszorozva  $\frac{1}{T_s}$ -el.



5. ábra.  
Mintavételezett jel és Fourier integráljának  
abszolút értéke

Ha  $f(t)$   $\omega_c$ -re sávkorlátozott, és  $\omega_s \geq 2\omega_c$  akkor :

$$F(\omega) = F_m(\omega)H(\omega)$$

$H(\omega)$  ideális aluláteresztő szűrő, a  $-\omega_c \dots \omega_c$  áteresztő sávban  $T_s$ , azon kívül nulla értékkel.

Frekvenciatartományi szorzás időtartományi konvolúciót jelent:

$$f(t) = f_m(t) * h(t)$$

Ahol:

$$h(t) = \text{IFI}\{H(\omega)\} = \frac{\sin(\omega_c t)}{\omega_c t}$$

A konvolúció:

$$f(t) = f_m(t) * \frac{\sin(\omega_c t)}{\omega_c t}$$

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_m(\tau) \frac{\sin(\omega_c(t-\tau))}{\omega_c(t-\tau)} d\tau$$

Tekintettel arra, hogy a mintavételezett jel időben diszkrét:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(nT_s) \frac{\sin(\omega_c(t-nT_s))}{\omega_c(t-nT_s)}$$

Tehát az eredeti jel a megfelelően sűrűn mintavett jel mintáiból egzakt módon visszaállítható.

A mintavételezett – időben vonalas- jel periodikus spektruma:

$$F_m(\omega) = IFS\{f(nT_s)\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(nT_s)e^{-jnT_s\omega}$$

Ahol a Fourier sor együtthatói a periodikus spektrumból:

$$f(nT_s) = FS\{F_m(\omega)\} = \frac{1}{\omega_s} \int_{\frac{-\omega_s}{2}}^{\frac{\omega_s}{2}} F_m(\omega)e^{-jnT_s\omega} d\omega$$

*Periodikus, mintavételezett jel spektrális jellemzése Diszkrét Fourier Sor (DFS)*

A továbbiakban az  $f(nT_s)$  jelölés helyett az  $f(n)$ , illetve a  $C_n$  helyett az  $F(k)$  egyszerűbb jelöléseket fogjuk alkalmazni.

Legyen  $f(n)$  periodikus N-re, azaz:

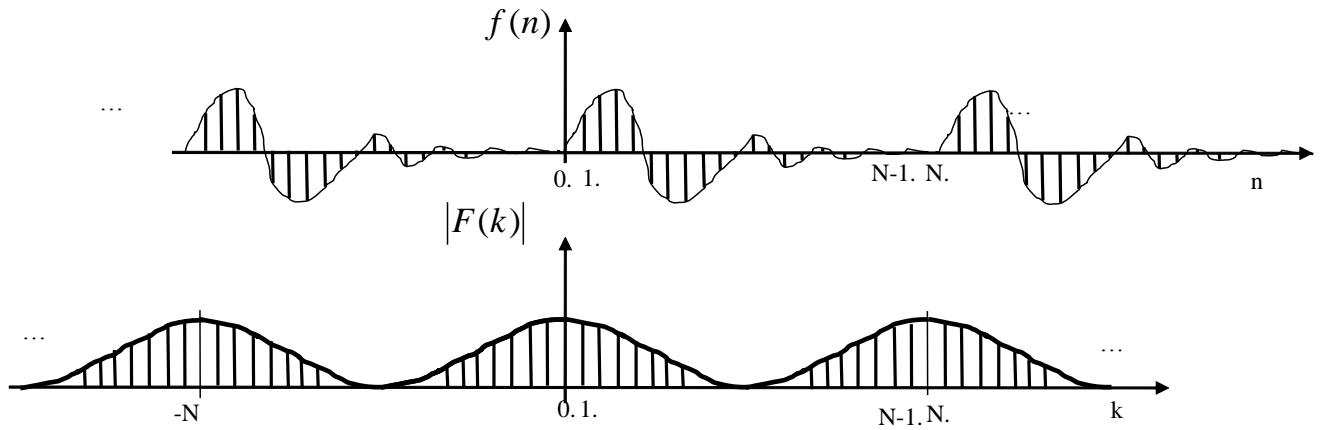
$$f(n) = f(n - N), \quad \forall n - re.$$

Ekkor, mivel az  $f(n)$  mintavételezett, ezért spektruma periodikus, és mivel  $f(n)$  periodikus, spektruma vonalas is:

$$F(k) = DFS\{f(n)\} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} f(n)e^{-jnk\frac{2\pi}{N}} \quad k = -\infty \dots \infty$$

És az inverz transzformáció:

$$f(n) = IDFS\{F(k)\} = \sum_{k=0}^{N-1} F(k)e^{jnk\frac{2\pi}{N}} \quad n = -\infty \dots \infty$$



6. ábra.  
Periodikus, mintavételezett jel és  
spektrumának abszolút értéke

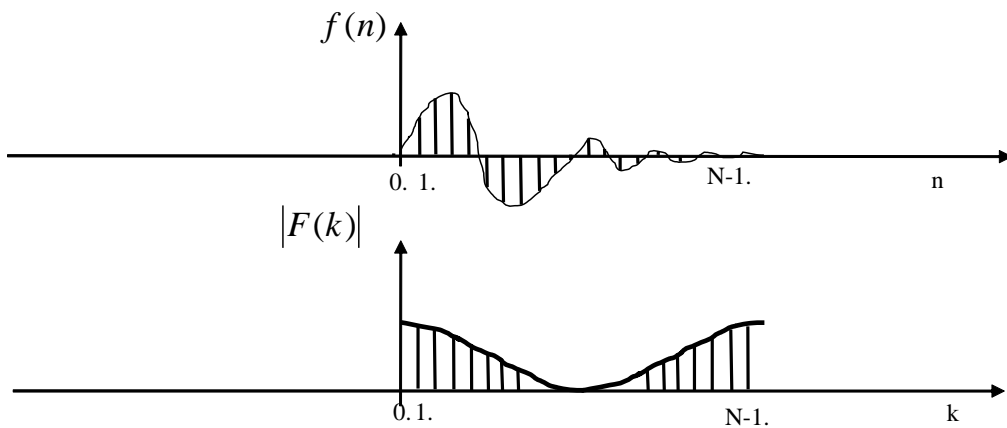
*A Diszkrét Fourier Transzformáció (DFT), a Diszkrét Fourier Sor (DFS) egy periódusa*

A DFT nem más, mint a DFS egy periódusa:

$$F(k) = DFT\{f(n)\} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} f(n) e^{-jnk \frac{2\pi}{N}} \quad k = 0 \dots N-1$$

Illetve az inverz transzformáció:

$$f(n) = IDFT\{F(k)\} = \sum_{k=0}^{N-1} F(k) e^{jnk \frac{2\pi}{N}} \quad n = 0 \dots N-1$$



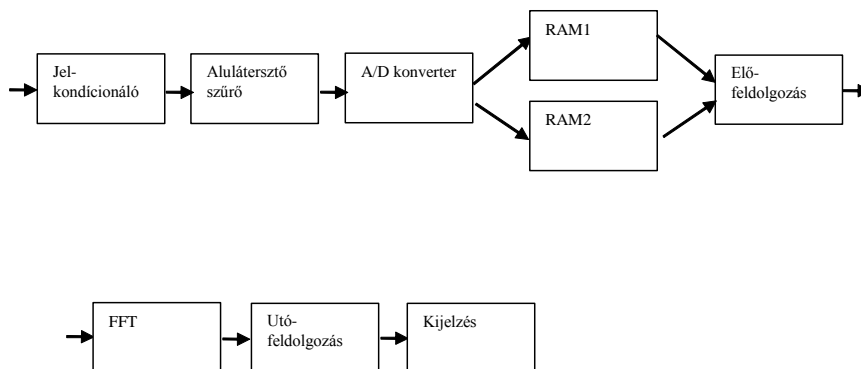
7. ábra.  
Periodikus, mintavételezett jel egy periódusa  
és periodikus spektrumabszolút értékének  
egy periódusa

## 14.2. Egycsatornás FFT analízátorok

Az előző fejezetben áttekintettük a Fourier transzformációkat és eljutottunk a DFT-hez. A DFT mintavételezett, periodikus jel spektrumát, - annak egy periódusát - határozza meg.

A DFT kiszámítására már a múlt század 60-as éveiben hatékony algoritmusokat alkottak (FFT), amik már régen lehetővé teszik a hangtechnikában való diszkrét idejű spektrumszámítás alkalmazását. A továbbiakban a legegyszerűbb ilyen műszer felépítését és legfontosabb alkalmazási szempontjait mutatjuk be.

### 7.2.1. Egycsatornás FFT analízátor tömbvázlata



8. ábra.  
Egycsatornás FFT analízátor

A műszer bemenetére kapcsolt jelet a jelkondicionáló fokozat megfelelően nagy bemeneti impedanciával fogadja, a szükséges erősítést a további fokozatok számára elvégzi. Az aluláteresztő szűrőt a beállított mintavételi frekvencia szerint kell beállítani. Az A/D konverter ezek után már sávkorlátozott, megfelelő szintű jelet kap. Az A/D konverter mintavételi frekvenciáját a vizsgálni kívánt sávnak megfelelően kell beállítani. A mintákat a RAM-okba gyűjtjük, melyek mérete N. Az előfeldolgozás például időtartományi ablakozás lehet, ami egy kiválasztott ablak függvényével való szorzást jelent. Ezt követően kerülnek a minták az FFT motor komplex bemenetére, jelünk valós lévén, a képzetes vektor zérus. Az FFT algoritmus kiszámítja a rekordhoz tartozó komplex spektrumot, amelynek abszolútértékét az utófeldolgozó fokozatban számítjuk ki. Mivel a bemeneti vektorunk valós volt, ezért a kiszámított spektrum abszolútérték páros függvény. Ezért az abszolútérték vektornak csupán a 0.. N/2 – ig terjedő szakaszát ábrázoljuk a képernyőn.

Mivel a regisztrátum memóriánk mérete véges, (véges N), és a mérésre is csupán véges időt számunk, ezért az eredeti jelünk helyett egy időben csonkolt változatát vizsgáljuk:

$$f'(t) = f(t)w(t)$$

Ahol  $w(t)$  az időben véges ablakfüggvény. Ez a függvény a legegyszerűbb esetben a rect függvény, ami az ablak tartási idejében 1 értékű, azon kívül pedig 0.

Vizsgáljuk meg, hogy pusztán a véges idejű megfigyelésnek milyen hatása lesz a kapott spektrumra.

Időtartományi szorzás, frekvenciatartományi konvolúciónak felel meg:

$$F'(f) = F(f) * W(f)$$

Ahol  $W(f)$  az ablakfüggvény Fourier transzformáltja.

Négyszög ablak esetén (rect), ahogy ezt már korábban láttuk:

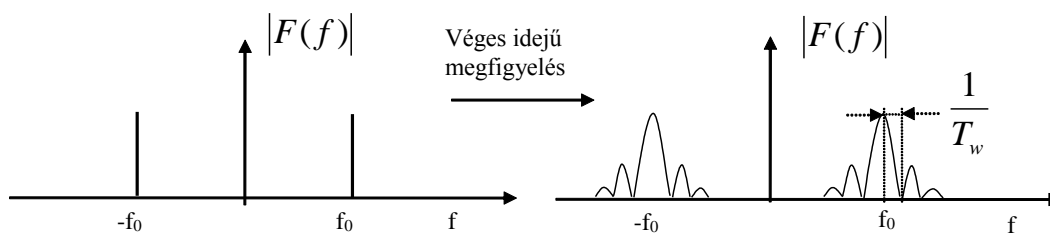
$$W(\omega) = T_w \frac{\sin\left(\omega \frac{T_w}{2}\right)}{\omega \frac{T_w}{2}}$$

Ahol  $T_w$  az ablakfüggvény tartási ideje.

Milyen hatása lesz a kapott spektrumra ezzel a függvénnyel való konvolúciónak.

Tudjuk, hogy a jelet a dirac deltával való konvolúció önmagába viszi át, tehát, ha a  $W(\omega) = \delta(\omega)$  lenne, akkor az ablakozásnak nem lenne semmilyen rontó hatása. Azonban a négyszög ablak  $W(\omega)$  függvénye nem dirac delta, de ahhoz valamilyen mértékben hasonlít. Minél nagyobbra választom a  $T_w$  értékét, a  $\sin x/x$  függvény főhullám szélessége annál kisebb lesz és a függvény annál jobban hasonlít a dirac deltára.

Tételezzük fel, hogy a négyszögablakkal működő eszközünk bemenetére egy szinuszos vizsgálójelet kapcsolunk. Ekkor a  $F'(f) = F(f) * W(f)$  konvolúció hatását az alábbi ábrán látjuk:



9. ábra.  
Szinuszos jel véges idejű megfigyelésének hatása a spektrumra

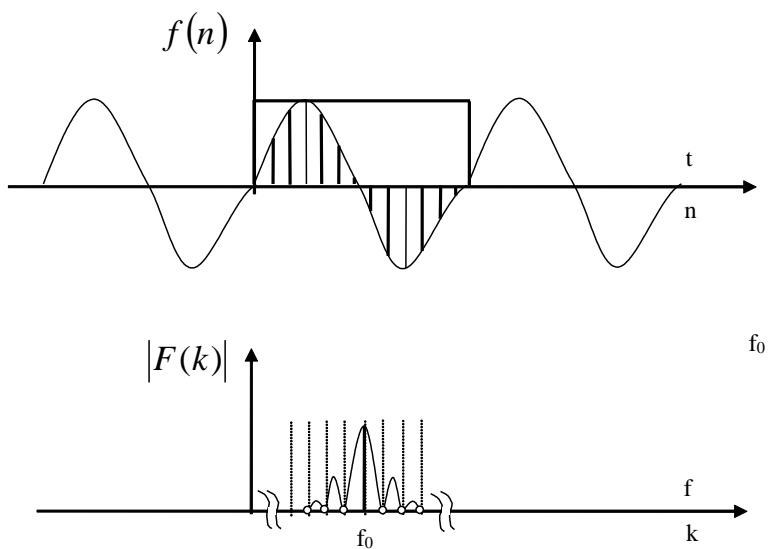
Tehát minél nagyobb  $T_w$  annál keskenyebb lesz a  $\sin x/x$  főhulláma, annál biztosabban meg tudjuk ítélni a jel frekvenciáját.

Eddig kizárólag a véges idejű megfigyeléssel foglalkoztunk, és nem vettük figyelembe, hogy az FFT analízatorban a vizsgálandó jelet mintavételezzük. Tehát egyidejűleg érvényesül a

véges idejű megfigyelés, és a mintavételezés hatása. Ráadásul az FFT (DFT) periodikusnak feltételezi a vizsgálandó jelünket, és ennek a periodikus jelnek számítja ki a vonalas spektrumát.

Vizsgáljuk meg a mintavételezett esetet szintén szinuszos jel alkalmazásával. Először azt az esetet vizsgáljuk, amikor a regisztrátum a vizsgált jel egész számú periódusait tartalmazza:

$$f_0 = k \frac{1}{T_w} = k \frac{1}{T_s N}$$



10. ábra.  
Szinuszos, mintavételezett jel négyzet  
ablakkal ablakozva, jel egész számú  
periódusa az ablakban és DFT abszolút  
értéke

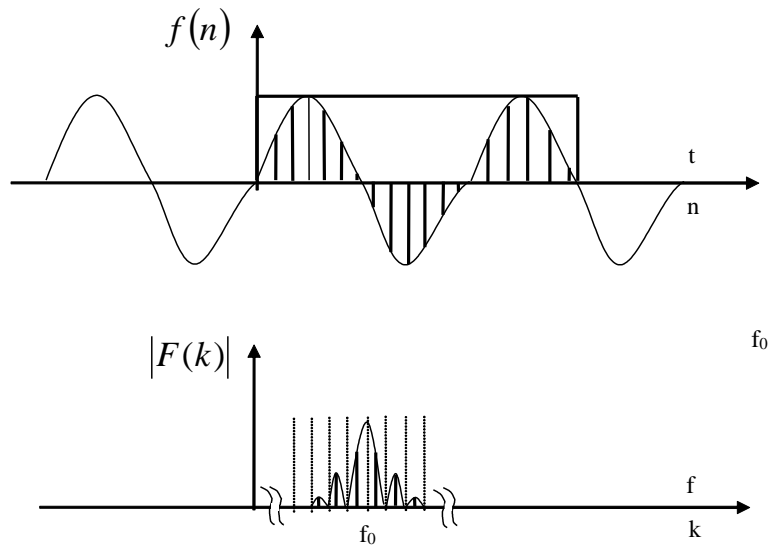
Látható, hogy ilyen szerencsés esetben az analízátor az ideális eredményt, az egy vonalas spektrumot határozza meg.

Vegyük most a másik szélsőséges helyzetet:

$$f_0 = \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{1}{T_w}$$

Az ehhez tartozó ábra a 11.





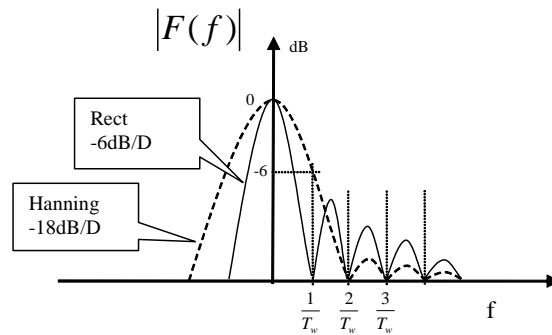
11. ábra.  
 Szinuszos, mintavételezett jel négyzet  
 ablakkal ablakozva, jel egész plusz fél  
 periódusa az ablakban, és DFT abszolút  
 értéke

Látható, hogy ebben a szerencsétlen esetben egy szélesen szétterülő spektrumot kapunk a négyzet ablak alkalmazásával.

Ennek a problémának a megoldására alkalmazzák az ablak széleken kicsi értékkel súlyozó ablakfüggvényeket, mint például a Hanning ablakot:

$$w(k) = \frac{1}{2} \left( 1 - \cos \frac{2\pi m}{N-1} \right)$$

A 12. ábrán egy diagramban ábrázoltuk a rect ablak és a Hanning ablak abszolútérték spektrumát.



12. ábra.  
Hanning és rect ablakok abszolútérték  
spektrumai

Mivel a Hanning ablak oldalhullámainak eltűnése sokkal meredekebb, a szerencsétlen esetre jellemző spektrum elterülés sokkal kevésbé jellemző rá.

## 15. SZÁMPÉLDÁK

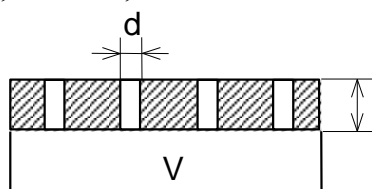
### 15.1. Akusztikai rendszerek

A fejezetben előforduló konstansok jelölése és értékei

$c$ – a hang terjedési sebessége levegőben, 20°C-on:	$c = 344 \text{ m/sec}$
$\rho_0$ – a levegő sűrűsége 20°C-on:	$\rho_0 = 1.2 \text{ kg/m}^3$
$p_0$ – a nyugalmi légköri nyomás:	$p_0 = 10^5 \text{ N/m}^2$
$\kappa$ – a levegő fajhőhányadosa:	$\kappa = 1.4$
A levegő specifikus ellenállása:	$\rho_0 c = 412.8 \text{ Ns/m}^3$

1. példa

Az 1. ábrán látható mikrofon védőrács rezonancia frekvenciáját 12 kHz-re kívánjuk tenni. Határozza meg az ehhez szükséges furatok számát. (Vegye figyelembe a sugárzási tömeget is!) A méretek:  $l=0.4 \text{ mm}$ ,  $d=2 \text{ mm}$ ,  $V=2 \text{ cm}^3$ .



1. ábra. Mikrofon védőrács

*Megoldás*

Jelöljük egy furat akusztikai tömegét  $m_a$ -val, és a furatot terhelő sugárzási tömeget  $m_{as}$ -sel. Eredőjük a két tömeg összege (közös térfogatsebesség!):

$$m_{1e} = m_a + m_{as}$$

A furatok száma legyen  $n$ . Az  $n$  darab tömegen közös a nyomás, térfogatsebességük összege megegyezik a bemenő térfogatsebességgel, ezért replusz kapcsolódnak. Az  $n$  tömeg eredője tehát:

$$m_e = \frac{m_{1e}}{n}$$

A védőrács rezonancia frekvenciája pedig:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{m_a C_a}, \quad \text{amiből } n \text{ meghatározható.}$$

$$m_e = \frac{1}{\omega_0^2 C_a} \quad \text{és} \quad n = m_{1e} C_a \omega_0^2, \text{ tehát:}$$

$$m_{1e} = \frac{\rho_0}{A_f} (1 + 0.85r) \quad \text{ahol } r = \frac{d}{2} \quad \text{és} \quad A_f = r^2 \pi$$

$$m_{1e} = 447.46 \text{ kg/m}^4$$

$$C_a = \frac{V}{\kappa p_0} = 1.43 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{Pa}$$

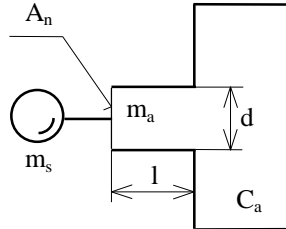
$$n = 36.4$$

Végeredményben tehát a furatok száma 36.

## 2. példa

Hány százalékkal csökken a Helmholtz-rezonátor sajátfrekvenciája, ha figyelembe vesszük az együttrezgő levegőtömeg hatását?

A rezonátor nyakrészének átmérője ( $d$ ) 2 cm, hossza ( $l$ ) 4 cm.



2. ábra. Helmholtz-rezonátor

### Megoldás

A rezonátor sajátfrekvenciájának hangoló elemei a nyakrész akusztikai tömege és az üreg akusztikai kapacitása (1.1.2. ábra):

$$\omega_1^2 = \frac{1}{m_a C_a}$$

A sugárzási tömeg hozzáadódik a nyakrész tömegéhez:

$$\omega_2^2 = \frac{1}{(m_a + m_{as}) C_a}$$

A megváltozott sajátfrekvencia:

$$\omega_2^2 = \omega_1^2 \frac{m_a}{m_a + m_{as}}$$

A tömegek számítása a 2. ábra jelöléseivel:

$$m_a = \frac{\rho_0 l}{A_n} \quad \text{és} \quad m_{as} = \frac{m_s}{A_n^2} = 0.85 \frac{\rho_0 r}{A_n}; \quad r = \frac{d}{2}$$

$$\omega_2^2 = \omega_1^2 \frac{1}{1 + 0.85r/l}$$

A sajátfrekvencia eltolódása tehát a nyílás sugarának és a nyakrész hosszának a viszonyától függ. Nem számottevő, ha a sugár kicsi a hosszhoz képest.

A fenti adatokkal:  $\frac{\omega_2}{\omega_1} = 0.908$ , tehát az elhangolódás 10 % alatt van.

## 3. példa

Egy végtelen nagy, merev hangfalba erősített 20 cm átmérőjű dugattyú a két térfélbe összesen 200 mW teljesítményt sugároz.

Mekkora a dugattyú kitérésének csúcserőértéke 100 és 200 Hz-en?

### Megoldás

Az elsugárzott teljesítmény a membrán sebesség és a sugárzási ellenállás ismeretében egyszerűen számítható, ha teljesül az alábbi feltétel:

$kr \ll 1$ , ahol  $k$  a hullámszám, és  $r$  a dugattyú sugara. Ekkor a teljesítmény:

$P_a = |v|^2 r_s$  ahol  $v$  a dugattyú sebessége,  $r_s$  pedig a sugárzási ellenállás:

$$r_s = \frac{1}{2} A \rho_0 c (kr)^2 ; \quad A \text{ a dugattyú felülete.}$$

Az elsugárzott teljesítményből tehát kiszámítható a dugattyú sebessége, abból pedig adott frekvencián a kitérés. Először határozzuk meg  $kr$  értékét 100 Hz-en.

$$kr = \frac{\omega}{c} r = 0.1826; \quad kr \ll 1,$$

tehát alkalmazható a teljesítményszámítás összefüggése. A két oldalt terhelő sugárzási ellenállás:

$$2r_s = 0.432 \text{ Ns/m}$$

A dugattyú sebessége, majd kitérése:

$$|v| = \sqrt{\frac{P_a}{2r_s}} = 0.68 \text{ m/sec}$$

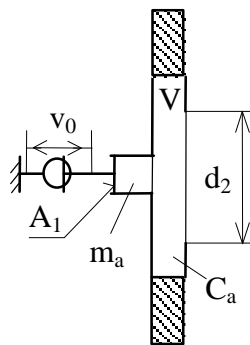
$$|\hat{x}| = \sqrt{2} \frac{|v|}{\omega} = 1.53 \text{ mm}$$

Az előző frekvencia kétszeresén, 200 Hz-en a sugárzási ellenállás négyszeresére nő, a sebesség felére csökken. Tovább feleződik a kitérés, így végül a kétszeres frekvencián mérhető kitérés negyedrésze lesz a 100 Hz-esnek:

$$|\hat{x}|_{100\text{Hz}} = 1.53 \text{ mm} \quad \text{és} \quad |\hat{x}|_{200\text{Hz}} = 0.382 \text{ mm}$$

#### 4. példa

Határozza meg a 3. ábrán látható elrendezés  $d_2$  átmérőjű nyílása által elsugárzott teljesítmény maximális értékét és a maximum frekvenciáját.



$$\begin{aligned} m_a &= 150 \text{ kg/m}^4 \\ A_1 &= 0.4 \text{ cm} \\ V &= 20 \text{ cm}^3 \\ d_2 &= 2 \text{ cm} \\ v_0 &= 10 \text{ cm/sec} \end{aligned}$$

3. ábra. Akusztikai szűrő

#### Megoldás

A teljesítményt az adott esetben nem egy rezgő merev test sugározza le, hanem a nyílásban mozgó levegő. Ha a nyílás hossza elegendően kicsi a hullámhosszhoz képest, mivel a szabadtér terhelő hatása igen csekély, a levegő részecskék azonos fázisban és sebességgel rezegnek, tehát úgy viselkednek, mint egy merev dugattyú. A teljesítmény számításához a sugárzási impedancia ismerete szükséges; jól alkalmazható a végtelen, merev falban mozgó dugattyú sugárzási impedanciája:

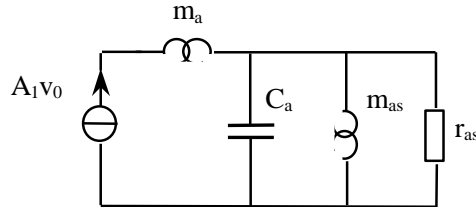
$$Z_m = 1.44 A_2 \rho_0 c \times j \omega 0.85 A_2 \rho_0 r_2, \quad \text{ahol}$$

$$r_2 = d_2 / 2 \quad \text{és} \quad A_2 = r_2^2 \pi$$

Célszerű áttérni akusztikai impedanciára:

$$Z_{as} = 1.44 \frac{\rho_0 c}{A_2} \times j \omega \frac{\rho_0 r_2}{A_2} = r_{as} \times j \omega m_{as}$$

Az akusztikai elrendezés elektromos analóg kapcsolását a 4. ábrán láthatjuk. Az elsugárzott teljesítmény az  $r_{as}$  ellenálláson lép fel.



4. ábra. Akusztikai szűrő elektromos analóg kapcsolása

Nyilvánvaló, hogy az  $A_1 v_0$  térfogatsebesség generátorral közös térfogatsebességre kapcsolt  $m_a$  tömegnek nincs szerepe az elsugárzott teljesítmény frekvenciamenetében. A teljesítménynek a párhuzamos kör rezonancia frekvenciáján ( $\square \square$ ) lesz maximuma.

$$\omega_0^2 = \frac{1}{C_a m_{as}}$$

Ezen frekvencián a teljesítmény:

$$P_{a \max} = (A_1 v_0)^2 r_{as}$$

Tehát:

$$A_2 = 3.14 \text{ cm}^2$$

$$r_{as} = 1.88 \times 10^6 \text{ Ns} / \text{m}^5$$

$$m_{as} = 32.5 \text{ kg} / \text{m}^4$$

$$C_a = \frac{V}{\kappa \rho_0} = 1.43 \times 10^{-10} \text{ m}^3 / \text{Pa}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{C_a m_{as}}} = 14.67 \text{ krad} / \text{sec} = 2.34 \text{ Hz}$$

$$P_{a \max} = 30.1 \text{ } \mu\text{W}$$

A maximális teljesítmény tehát  $30.1 \square \text{ W}$ , amit  $2.34 \text{ kHz}$ -en sugároz el a nyílás.

## 5. példa

Határozzuk meg a hangfal nélkül sugárzó kör alakú dugattyú irányítási tényezőjét a  $kr \ll 1$  esetben!

### Megoldás

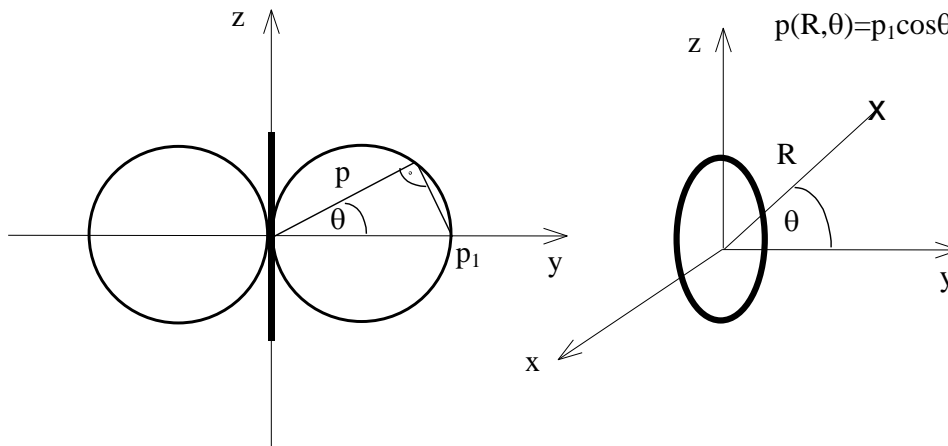
A fenti feltételben  $r$  a dugattyú sugara, tehát az alábbiak (adott méretű dugattyú esetében) kis frekvenciákra érvényesek.

Az irányítási tényező definíciója:

$$Q = \frac{\text{intenzitás a kiválasztott pontban}}{\text{átlagintenzitás}} = \frac{I(R, \theta, \Phi)}{I_{\text{átl}}}$$

Átlagintenzitás: intenzitás a kiválasztott pontban abban az esetben, ha az összes elsugárzott teljesítmény egyenletesen oszlik el a térben.

A kör alakú dugattyú által keltett  $p$  nyomás és  $I$  intenzitás a középponttól  $R$  távolságban csak a  $\theta$  szögtől függ (l. 5. ábra):



5. ábra. Hangfal nélküli dugattyú iránykarakterisztikája

$$p(R, \theta) = p_1 \cos \theta \quad \text{és}$$

$$I(R, \theta) = I_1 \cos^2 \theta \quad \text{ahol} \quad I_1 = \frac{p_1^2}{\rho_0 c}$$

$$Q(\theta) = \frac{I(R, \theta)}{I_{\text{átl}}}$$

Az átlagintenzitás számításához először határozzuk meg az elsugárzott teljesítményt. E célból helyezzünk el egy  $R$  sugarú gömböt a dugattyú köré (l. 6. ábra), és az  $R$  távolságban,  $\theta$  szög alatt mérhető  $I(\theta)$  intenzitást integráljuk a gömb felületére:

$$P_a = \int_A I(R, \theta) dA$$

A  $dA$  felületelem az ábra szerinti gömbön:

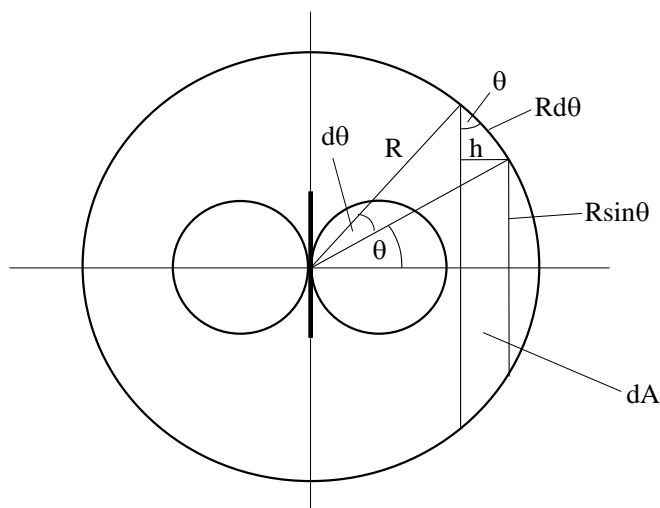
$$dA = 2\pi R h = 2\pi R \cdot R d\theta \cdot \sin \theta = 2\pi R^2 \sin \theta d\theta$$

A teljesítmény tehát:

$$P_a = \int I_1 \cos^2 \theta 2\pi R^2 \sin \theta d\theta = 2\pi R^2 I_1 \left[ -\frac{\cos^3 \theta}{3} \right]_0^\pi = \frac{4\pi R^2 I_1}{3}$$

Az átlagteljesítmény:

$$I_{\text{átl}} = \frac{P_a}{4\pi R^2} = \frac{I_1}{3}$$



6. ábra. Az irányítási tényező számítása

Végül az irányítási tényező:

$$Q(\theta) = \frac{I(R, \theta)}{I_{\text{átl}}} = \frac{I_1 \cos^2 \theta}{I_1 / 3} = 3 \cos^2 \theta$$

A főtengelyben, ahol  $\theta=0$ ,  $Q=3$ .

Az irányítási index az irányítási tényező dB-ben:

$$DI = 10 \log Q = 4.77 \text{ dB}$$

## 6. példa

Egy 20 cm membránátmérőjű hangszóró hangfal nélkül mért rezonancia frekvenciája 48 Hz, hangfalban mérve 44 Hz. Mekkora a membrán és a lengőcséve együttes tömege, és a felfüggesztés engedékenysége?

### Megoldás

A hangszóró membrán sugárzási impedanciáját legjobban a kör alakú dugattyú sugárzási impedanciájával közelíthetjük.

A rezonancia frekvencia eltolódását az okozza, hogy a dugattyú hangfalban mérhető sugárzási tömege nagyobb a hangfal nélkülinél, annak éppen kétszerese. Két oldalra számítva, hangfal nélkül:

$$m_s = 2(0.85A\rho_0 r / 2)$$

És hangfalban:

$$m_s' = 2(0.85A\rho_0 r) = 2m_s \quad \text{ahol } A \text{ a dugattyú (membrán) felülete és } r \text{ a sugara}$$

Legyen  $\omega_0$  a hangfal nélküli rezonancia frekvencia, és  $\omega_0'$  a hangfalban mérhető:



$$\omega_0^2 = \frac{1}{c_m(m+m_s)} \quad \text{és} \quad \omega_0'^2 = \frac{1}{c_m(m+2m_s)}$$

$m$  és  $c_m$  a membrán tömege és engedékenysége.

A fenti két egyenletet elosztva egymással és  $c_m$ -mel egyszerűsítve:

$$\left(\frac{\omega_0}{\omega_0'}\right)^2 = \frac{m+2m_s}{m+m_s} \quad \left(\frac{\omega_0}{\omega_0'}\right)^2 = 1.19$$

$$m = m_s \frac{2\left(\frac{\omega_0}{\omega_0'}\right)^2}{\left(\frac{\omega_0}{\omega_0'}\right)^2 - 1}$$

A sugárzási tömeg:

$$m_s = 0.85A\rho_0 r = 0.85r^3\pi\rho_0$$

A membrán tömege és engedékenysége:

$$m = 13.64 \text{ g}$$

$$c_m = \frac{1}{\omega_0^2(m+m_s)} = 0.64 \text{ mm/N}$$

Az eredmények tehát:  $m = 13.64 \text{ g}$  és  $c_m = 0,64 \text{ mm/N}$ .

## 7. példa

Egy 20 cm membránátmérőjű, közvetlen sugárzó dinamikus hangszóró hangfal nélkül mért rezonancia frekvenciája 10%-kal tolódik el, ha a hangszórót hangfalba tesszük, és 80%-kal, ha egy 30 liter térfogatú dobozban helyezzük el.

Mekkora a membrán és a lengőcséve együttes tömege ( $m$ ), és a felfüggesztés engedékenysége ( $c_m$ ) ?

### Megoldás

A membrán rezonancia frekvencia hangfal nélkül:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{c_m(m+m_s)} \quad \text{ahol} \quad m_s = 2(0.85A\rho_0 r)/2$$

Hangfalban:

$$\omega_1^2 = \frac{1}{c_m(m+2m_s)}$$

Végül dobozba helyezve, ahol a sugárzási tömeg csak a szabadterre, tehát egyszeresen számítandó:

$$\omega_2^2 = \frac{1}{(c_m \times c_{md})(m+m_s)}$$

Itt  $c_{md}$  a doboz akusztikai kapacitásának megfelelő mechanikai engedékenység:

$$c_{md} = \frac{C_a}{A^2} \quad \text{és} \quad C_a = \frac{V}{\kappa p_0}$$

Nyilvánvaló, hogy a zárt doboz csökkenti a membrán eredő engedékenységet, tehát  $c_m$  és  $c_{md}$  csak replusz kapcsolódhatnak. Ez így helyes egyébként is, mivel a két rugónak közös a sebessége.

Az első és a második feltétel felhasználásával számítható a membrán tömege:

$$\left(\frac{\omega_0}{\omega_1}\right)^2 = \frac{m + 2m_s}{m + m_s} \qquad \left(\frac{\omega_1}{\omega_0}\right)^2 = 0.81$$

$$m = m_s \frac{2 - \left(\frac{\omega_0}{\omega_1}\right)^2}{\left(\frac{\omega_0}{\omega_1}\right)^2 - 1} = m_s \frac{2\left(\frac{\omega_1}{\omega_0}\right)^2 - 1}{1 - \left(\frac{\omega_1}{\omega_0}\right)^2}$$

A sugárzási tömeg:  $m_s = 0.85A\rho_0r = 3.2 \text{ g}$

A membrán tömege:  $m = 10.44 \text{ g}$

Az engedékenységet az első és a harmadik feltételből határozhatjuk meg.

$$\left(\frac{\omega_2}{\omega_0}\right)^2 = \frac{c_m}{c_m \times c_{md}} = 1 + \frac{c_m}{c_{md}} = 1.8^2$$

$$C_a = \frac{V}{\kappa p_0} = 214.3 * 10^{-9} \text{ m}^3 / \text{Pa}$$

$$c_{md} = \frac{C_a}{A^2} = 2.17 * 10^{-4} \text{ m/N}$$

$$c_m = c_{md}(1.8^2 - 1) = 0.486 \text{ mm/N}$$

A számítások eredménye tehát:  $m = 10.44 \text{ g}$  és  $c_m = 0.486 \text{ mm/N}$ .

## 8.példa

Egy 20 cm membránátmérőjű, hangfal nélkül sugárzó hangszóró fő tengelyében, a membrántól 3 m távolságban 50 mPa hangnyomás mérhető 100 Hz-en.

Számítsa ki az elsugárzott teljesítményt és a membrán kitérésének csúcsertékét.

Mekkora membránkitérés szükséges a fenti teljesítmény elsugárzásához a fenti frekvencián, ha a hangszórót hullámhosszhoz képest nagyméretű hangfalba helyezzük?

### Megoldás

A hangfal nélkül sugárzó hangszóró fő tengelyében mért hangnyomás és az elsugárzott teljesítmény közti kapcsolat az irányítási tényező ismeretében számítható, melyet az adott esetre az 1.5. példában határoztunk meg. Az irányítási tényező definíciója:

$$Q = \frac{I(R, \theta)}{I_{\text{át}}} \qquad \text{és} \qquad I_{\text{át}} = \frac{P_a}{4\pi R^2}$$

Az irányítási tényező a  $kr \ll 1$  esetre:

$$Q = 3 \cos^2 \theta, \qquad \text{a fő tengelyben: } Q = 3$$

Az elsugárzott teljesítmény tehát:

$$P_a = 4\pi R^2 I_{\text{átl}} = 4\pi R^2 \frac{I(R, \theta)}{Q}$$

A főtengelyben:

$$I(R, 0) = \frac{P^2(R, 0)}{\rho_0 c}$$

Ellenőrizzük a  $kr$  szorzatot:  $kr = \frac{\omega}{c} r = 0.182 \ll 1$ , tehát a feltétel teljesül.

Az intenzitás a főtengelyben, a membrántól 3 m-re:  $I = 6.056 \mu\text{W}/\text{m}^2$

Az elsugárzott teljesítmény:  $P_a = 228 \text{ W}$

A membrán kitérését a teljesítményhez szükséges sebességből tudjuk kiszámítani, a sugárzási impedancia ismeretében:

$$|v|^2 = \frac{P_a}{2r_s}$$

$r_s$  most a hangfal nélkül sugárzó dugattyú sugárzási ellenállása:

$$r_s = 0.03 A \rho_0 c (kr)^4 = 4.266 \cdot 10^{-4} \text{ Ns/m}$$

$$|v| = \sqrt{\frac{P_a}{2r_s}} = 0.517 \text{ m/s}$$

A membrán kitérésének effektív értéke:

$$|x| = \frac{|v|}{\omega} = 0.823 \text{ mm}$$

A hangszórót hangfalba téve ugyanezen teljesítmény elsugárzásához lényegesen kisebb membránkitérés szükséges, mivel jelentősen megnő a sugárzási ellenállás. A hangfalban rezgő dugattyú sugárzási ellenállása a  $kr \ll 1$  esetben:

$$r_{shf} = \frac{1}{2} A \rho_0 c (kr)^2$$

A két ellenállás hányadosa:

$$\frac{r_{shf}}{r_s} = \frac{0.5}{0.03} \frac{1}{(kr)^2}$$

A kitérések viszonya:

$$\frac{|x|_{hf}}{|x|} = \frac{|v|_{hf}}{|v|} = \sqrt{\frac{r_s}{r_{shf}}} = 0.707 kr = 0.245$$

A hangfalba helyezett hangszóró membránkitérése 0.0367 mm.

Az eredmények:  $P_a = 228 \text{ W}$ ,  $|\hat{x}| = 1.16 \text{ mm}$ ,  $|\hat{x}|_{hf} = 0.052 \text{ mm}$

## 9. példa

Egy exponenciális tölcser torokkeresztmetszete ( $A_t$ )  $1.6 \text{ cm}^2$ , a tágulási tényezője ( $m$ )  $37 \text{ 1/m}$ .

Határozzuk meg, hol kell elvágni a tölcser, azaz mekkora legyen a hossza és a szájnylás sugara ( $r_{sz}$ ) ahhoz, hogy a határfrekvencia kétszeresen igaz legyen a  $k$   $r_{sz} = 2$  illesztési feltétel.

### Megoldás

A tölcser határfrekvenciáját a tágulási tényező egyértelműen meghatározza:

$$\omega_h = \frac{mc}{2} = 6364 \text{ rad / sec} = 1013.4 \text{ Hz}$$

A tölcser tehát csak magas hangok elsugárzására alkalmas. A szájnylás sugara:

$$r_{sz} = \frac{2}{k} = \frac{2c}{\omega} = \frac{2c}{2\omega_h} = \frac{2}{m} \qquad r_{sz} = 5.4 \text{ cm}$$

A tölcser hossza ( $h$ ) a torok- és a szájnylás felületéből ( $A_t$ ,  $A_{sz}$ ), valamint a tágulási tényezőtől számítható.

$$A_{sz} = A_t e^{mh}$$
$$h = \frac{1}{m} \ln \frac{A_{sz}}{A_t} = 0.109 \text{ m} = 10.9 \text{ cm}$$

A tölcser tehát  $10.9 \text{ cm}$  hosszú, és a szájnylás átmérője  $10.8 \text{ cm}$ .

## 15.2. Elektromechanikai átalakítók

### 1. példa

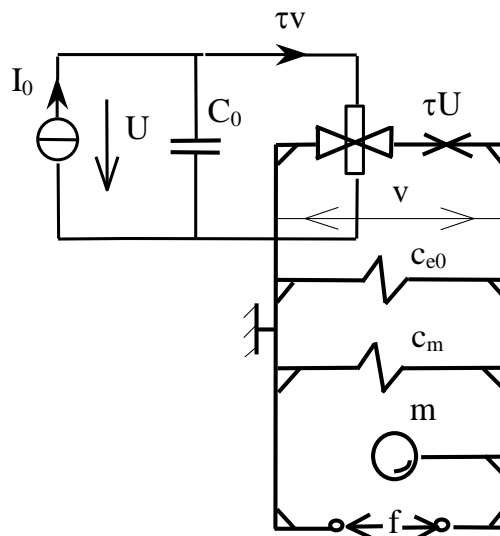
Egy kapacitív átalakítót áramgenerátorról hajtunk meg.

Mekkora lehet a generátor forrásárama ahhoz, hogy a membrán kitérésének csúcserőértéke 100 Hz-en legfeljebb a légrés századrésze legyen?

A mozgó elektróda felülete ( $A_m$ ) 10 cm<sup>2</sup>, tömege ( $m$ ) 10 mg, engedékenysége ( $c_m$ ) 0.5 mm/N, a nyugalmi légrés ( $X_0$ ) 0.1 mm, a polarizáló feszültség ( $U_0$ ) 200 V.

*Megoldás*

Az 1. ábrán látható az átalakító elektromechanikai helyettesítő kapcsolása.



1. ábra . Kapacitív átalakító helyettesítő kapcsolása

Az átalakító nyugalmi kapacitása,  $C_0$ , a negatív rugóengedékenység,  $c_{e0}$  és az átalakítási állandó,  $\tau$  kiszámíthatók:

$$C_0 = \epsilon_0 \frac{A_m}{X_0} = 88.6 \text{ pF}$$

A télerősség a légrésben:

$$E_0 = \frac{U_0}{X_0} = 2 \cdot 10^6 \text{ V/m}$$

Ezzel  $c_{e0}$  és  $\tau$

$$c_{e0} = -\frac{1}{C_0 E_0^2} = -2.82 \cdot 10^{-3} \text{ m/N}$$

$$\tau = C_0 E_0 = 1.77 \cdot 10^{-4} \text{ FV/m}$$

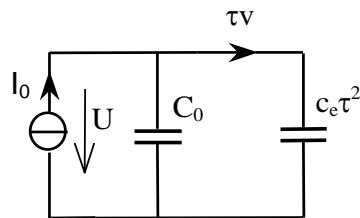
Érdeemes megkeresni a membrán rezonancia frekvenciáját, mivel ez valószínűleg sokkal nagyobb 100 Hz-nél:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{mc_e}}, \quad \text{ahol}$$

$$c_e = c_m \times c_{e0} = 0.606 \cdot 10^{-3} \text{ m/N}$$

$$\omega_0 = 12.9 \text{ krad/sec} = 2.054 \text{ kHz}$$

100 Hz-en, tehát jóval a membrán rezonancia frekvenciája alatt elhanyagolhatjuk a membrán tömegét, mivel az impedanciája sokkal kisebb a rugalmas impedanciánál. Az így kapott mechanikai hálózatot az elektromos oldalra transzformálva a 2. ábrán látható elrendezéshez jutunk.



2. ábra. Kapacitív átalakító kisfrekvenciás helyettesítése

A megengedett maximális kitérésből számítható a membrán legnagyobb sebességének effektív értéke:

$$v = \omega \frac{\hat{x}}{\sqrt{2}} \quad \text{ahol} \quad \hat{x} = \frac{X_0}{100}$$

$$v = 4.43 \cdot 10^{-4} \text{ m/s} \quad \text{és}$$

$$\tau v = 7.87 \cdot 10^{-8} \text{ A}$$

A 2. ábra alapján felírható az áramosztás, majd a generátor forrásárama:

$$\tau v = i_0 \frac{c_e \tau^2}{C_0 + c_e \tau^2}$$

$$i_0 = \tau v \frac{C_0 + c_e \tau^2}{c_e \tau^2}$$

A megfelelő mennyiségeket behelyettesítve:

$$c_e \tau^2 = 19 \text{ pF} \quad \text{és így} \quad i_0 = 0.44 \text{ } \mu\text{A}$$

A keresett áram maximuma tehát 0.44  $\mu\text{A}$ .

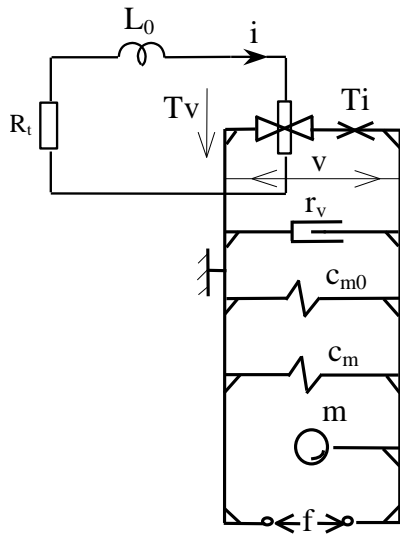
## 2. példa

Egy mágneses átalakító elektromechanikai áttétele ( $T$ ) 30 Vs/m, a mozgórész (membrán) tömege ( $m$ ) 0.5 g. A negatív rugó engedékenysége ( $c_{m0}$ ) a pozitívénak ( $c_m$ ) a kétszerese. A veszteségi ellenállás ( $r_v$ ) 1 Ns/m. A szakadással zárt elektromos kapcsokkal mért mechanikai rezonancia frekvencia ( $\omega_0$ ) 2 kHz.

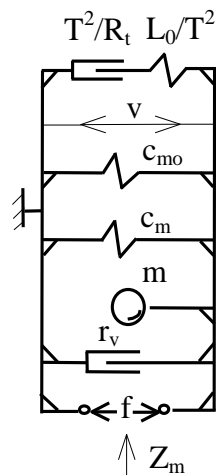
Határozza meg a mechanikai impedanciát abban az esetben, ha az elektromos kapcsokat 5 k $\Omega$ -os ellenállással zárjuk le. (A cséve ohmos ellenállása elhanyagolható.) Rajzolja fel a mechanikai hálózatot, és számítsa ki az elemek értékét.

Megoldás

A 3. ábrán rajzoltuk fel az átalakító elektromechanikai helyettesítő kapcsolását az ismert elemértékekkel együtt, a 4. ábrán pedig a mechanikai oldalra transzformált hálózatot.



3. ábra. Mágneses átalakító helyettesítő kapcsolása



4. ábra. Mágneses átalakító mechanikai oldalra transzformált helyettesítő kapcsolása

Először is értelmezzük a 2 kHz-es rezonancia frekvenciát. A szakadással zárt elektromos kapcsok mellett a mechanikai oldalra transzformált elektromos impedancia zérus, ezért a rezonancia frekvenciát csak a mechanikai elemek határozzák meg:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{m c_e}} \quad \text{ahol} \quad c_e = c_m \times c_{m0} \quad c_e = \frac{c_m (-2c_m)}{c_m - 2c_m} = 2c_m$$

A rezonancia frekvenciából ki tudjuk számítani  $c_e$ -t, ebből  $c_{m0}$ -t:

$$c_e = \frac{1}{\omega_0^2 m_e} = 12.66 \cdot 10^{-6} \text{ m/N}$$

$$c_m = c_e / 2 = 6.33 \cdot 10^{-6} \text{ m/N}$$

$$c_{m0} = -2c_m = c_e$$

Az elektromos oldalról átranzformált ellenállás:

$$\frac{T^2}{R_t} = 0.18 \text{ Ns/m}$$

Az  $L_0$  induktivitásból származó rugó engedékenysége pedig:

$$\frac{L_0}{T^2} = |c_{m0}| = 12.66 \cdot 10^{-6} \text{ m/N}$$

Ezzel a teljes mechanikai hálózatot ismerjük. A külső kapcsokon benézve látott mechanikai impedancia (l. 4. ábra):

$$Z_m = sm + \frac{1}{sc_e} + r_v + \frac{T^2}{R_t} \times \frac{1}{sL_0/T^2}$$

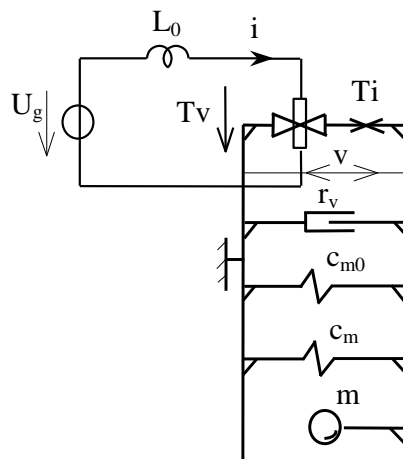
### 3. példa

Egy mágneses átalakító elektromechanikai áttétele ( $T$ ) 30 Vs/m, a mozgórész (membrán) tömege ( $m$ ) 0.5 g. A negatív rugó engedékenysége ( $c_{m0}$ )  $-3 \cdot 10^{-5}$  m/N, a pozitív rugó ( $c_m$ ) kétszer keményebb. A veszteségi ellenállás ( $r_v$ ) 0.8 Ns/m. Az átalakítóra 1 V<sub>eff</sub> feszültséget kapcsolunk ( $U_g$ ).

Számítsa ki a membrán kitérésének csúcserértékét a mechanikai oldal rezonancia frekvenciáján (azaz, ha az elektromos oldalon szakadás van), és ezen frekvencia alatt alatt egy dekáddal.

### Megoldás

Az 5. ábrán látható az átalakító helyettesítő kapcsolása.



5. ábra. Mágneses átalakító helyettesítő kapcsolása

A mechanikai oldal rezonancia frekvenciáját az eredő rugóengedékenység és a membrán tömege határozzák meg:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{mc_e}} \quad \text{ahol}$$

$$c_e = c_{e0} \times c_m = 3 \cdot 10^{-5} \text{ m/N}$$

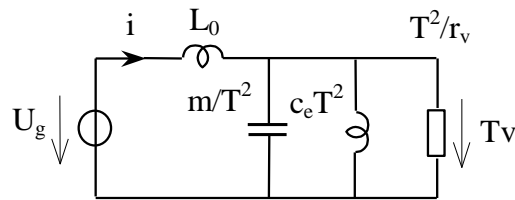
$$\omega_0 = 8.165 \text{ krad / s} = 1.3 \text{ kHz}$$

Az  $L_0$  induktivitás a negatív rugóengedékenységből és az elektromechanikai áttételből számítható:

$$L_0 = T^2 |c_{m0}| = 27 \text{ mH}$$



A rezonancia frekvencián a mechanikai hálózatból csak a veszteségi ellenállást, egy dekáddal kisebb frekvencián pedig (jó közelítéssel) csak a rugalmas impedanciát kell figyelembe venni. A keresett kitérést a membrán sebességéből kapjuk meg. Elektromos oldalra transzformálva, a 6. ábrán látható hálózatból felírható a feszültségosztás  $\omega_0$ -n és  $\omega_0/10$ -en.



6. ábra. Mágneses átalakító elektromos oldalra transzformált helyettesítő kapcsolása

$$T_v = U_g \frac{T^2 / R_v}{T^2 / R_v + j\omega L_0}$$

$$T_v = U_g \frac{T^2 c_e}{T^2 c_e + L_0}$$

$$\frac{T^2}{r_v} = 1125 \Omega \quad \text{és} \quad T^2 c_e = 27 \text{ mH}$$

$\omega_0$  frekvencián:

$$v = \frac{1}{30 + j5.88} = 32 + j6.29 \text{ mm/s} \quad \text{és} \quad |v| = 32.6 \text{ mm/s}$$

a kitérés pedig:

$$|\hat{x}| = \sqrt{2} \frac{|v|}{\omega_0} = 5.65 \mu\text{m}$$

Egy dekáddal  $\omega_0$  alatt, mivel  $T^2 c_e$  azonos  $L_0$  - val:

$$v = \frac{1}{T} \frac{U_g}{2} = 16.7 \text{ mm/s} \quad \text{és}$$

$$\hat{x} = \sqrt{2} \frac{v}{\omega_0/10} = 28.8 \mu\text{m}$$

A kitérés csúcserőke tehát a rezonancia frekvencián  $5.65 \mu\text{m}$ , egy dekáddal alatta pedig  $28.8 \mu\text{m}$ .

#### 4. példa

Egy 16 cm membránátmérőjű, hangfalban sugárzó dinamikus hangszóró cséve ellenállása ( $R_c$ )  $6.5 \Omega$ . A membrán és cséve együttes tömege ( $m_m$ )  $8.8 \text{ g}$ , a felfüggesztés engedékenysége  $0.4 \text{ mm/N}$ , ( $c_m$ ), veszteségi ellenállása ( $r_v$ )  $1 \text{ Ns/m}$ . (A cséve inductivitása elhanyagolható.) A membrán rezonancia frekvenciáján mérhető elektromos ellenállás ( $Z_{emax}$ )  $42.5 \Omega$ .

Számítsa ki az átalakító elektromechanikai áttételét.

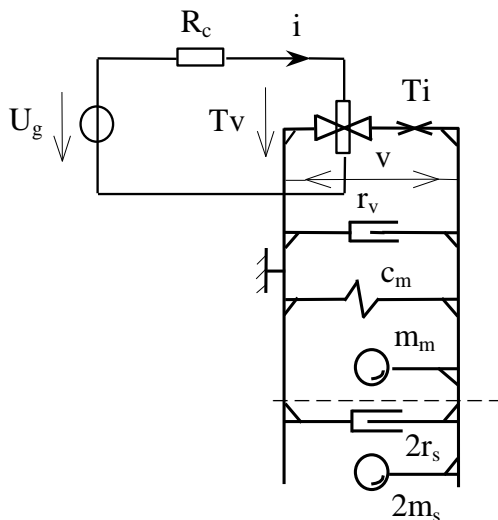
A hangszóróra  $5 \text{ V}_{\text{eff}}$  feszültséget kapcsolva, határozza meg a membrán kitérésének csúcserőértékét, valamint az elsugárzott teljesítményt a fenti frekvencián.

#### Megoldás

A 7. ábra mutatja a hangszóró helyettesítő kapcsolását. Az ábrán felrajzolt sugárzási impedancia csak a  $kr \ll 1$  esetben érvényes, ezért először is ezt ellenőrizzük a rezonancia frekvencián

A cséve és a membrán tömege mellett figyelembe kell vennünk a sugárzási tömeget:

$$2m_s = 2 \cdot 0.85 A \rho_0 r = 3.28 \text{ g}$$



7. ábra. Dinamikus hangszóró helyettesítő kapcsolása

A rezonancia frekvencia:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{m_e c_m}}$$

ahol

$$m_e = m_m + 2m_s = 12.08 \text{ g}$$

$$\omega_0 = 455 \text{ rad / s} = 72.44 \text{ Hz}$$

$$kr = \frac{\omega_0}{c} r = 0.106 \ll 1,$$

azaz alkalmazható a sugárzási impedancia közös sebességű helyettesítő kapcsolása.

A rezonancián mérhető elektromos ellenállás:

$$Z_{emax} = R_c + \frac{T^2}{r_v + 2r_s}$$

Ebből az átalakítási állandó:

$$T = \sqrt{(Z_{emax} - R_c)(r_v + 2r_s)}$$

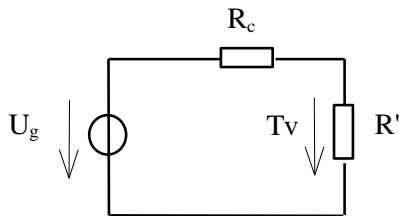
A sugárzási ellenállás, majd az átalakítási állandó:

$$2r_s = 0.093 \text{ Ns/m}$$

és

$$T = 6.27 \text{ Vs/m}$$

A feladat második felének kiszámításához nézzük a 8. ábrát. Az elektromos oldalra áttanszformált mechanikai ellenállás kapcsain megjelenő feszültség  $Tv$ , így egy feszültségosztással meghatározható a membrán sebessége. A sebességből mind a membrán kitérése ( $x$ ), mind az elsugárzott teljesítmény számítható.



8. ábra. Elektromos oldali impedancia rezonancia frekvencián

Legyen 
$$R' = \frac{T^2}{r_v + 2r_s},$$

ezzel

$$v = \frac{U_g}{T} \frac{R'}{R_c + R'}$$

Tehát : 
$$R' = 35.97 \Omega,$$

és

$$v = 0.675 \text{ m/s}$$

A membránkitérés csúcstértéke:

$$\hat{x} = \frac{\hat{v}}{\omega_0} = 2.09 \text{ mm}$$

Az elsugárzott teljesítmény:

$$P_a = v^2 2r_s = 42.4 \text{ mW}$$

Összefoglalva az eredményeket:

Átalakítási állandó

$$T = 6.27 \text{ Vs/m}$$

A membrán kitérésének csúcstértéke

$$x = 2.09 \text{ mm}$$

Elsugárzott teljesítmény

$$P_a = 42.4 \text{ mW}$$

## 5. példa

Egy 20 cm membránátmérőjű dinamikus hangszóró hangfal nélkül mért rezonancia frekvenciája ( $\omega_1$ ) 59 Hz. A hangszórót 30 l térfogatú (V) dobozba helyezve a rezonancia frekvencia 110 Hz-re tolódik ( $\omega_2$ ). A hangfal nélkül mért elektromos impedancia maximuma ( $Z_{emax}$ ) 34 Ohm. Az elektromechanikai áttétel ( $T$ ) 5.6 Vs/m, a lengőcséve ellenállása ( $R_c$ ) 6 Ohm.

Számítsa ki a membrán és a cséve együttes tömegét ( $m_m$ ), a felfüggesztés engedékenységét ( $c_m$ ) és a mechanikai veszteségi ellenállást ( $r_v$ ).

Határozza meg a hangfal nélkül sugárzó hangszóró mechanikai lengőrendszerének jósági tényezőjét ( $Q_m$ ).

### Megoldás

A 7. példában láttuk, hogy a dobozba zárt és a hangfal nélkül sugárzó hangszóró rezonancia frekvenciáinak hányadosa a következő:

$$\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 = \frac{c_m}{c_m \times c_{md}} = 1 + \frac{c_m}{c_{md}}$$

Itt  $c_{md}$  a doboz akusztikai kapacitásának megfelelő mechanikai engedékenysége:

$$c_{md} = \frac{C_a}{A^2} \quad \text{és} \quad C_a = \frac{V}{\kappa p_0}$$

Így a membrán engedékenységét meg tudjuk határozni:

$$c_m = c_{md} \left[ \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 - 1 \right]$$

Mivel a 7. példában szereplő hangszóró membrán átmérője és a doboz térfogata is megegyezik példánk hasonló adataival, az akusztikai kapacitás és mechanikai engedékenység azonos a 7. példában számítottal:

$$C_a = 214.3 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3 / \text{Pa} \quad \text{és} \quad c_{md} = 2.17 \cdot 10^{-4} \text{ m/N}$$

A membrán engedékenysége:  $c_m = 0.537 \text{ mm/N}$

A membrán és a cséve együttes tömegét pl. a hangfal nélküli rezonancia frekvenciából tudjuk kiszámítani:

$$m_m = \frac{1}{\omega_1^2 c_m} - m_s, \quad \text{ahol} \quad m_s = 2 \cdot \frac{0.85}{2} A \rho_0 r = 3.2 \text{ g}$$

$$m_m = 10.36 \text{ g}$$

A mechanikai veszteségi ellenállást ( $r_v$ ) a rezonancia frekvencián mérhető elektromos ellenállásból ( $Z_{emax}$ ) határozzuk meg:

$$Z_{emax} = R_c + \frac{T^2}{r_v + 2r_s}$$

Kifejezve a keresett ellenállást:

$$r_v = \frac{T^2}{Z_{emax} - R_c} - 2r_s$$

A hangfal nélkül sugárzó hangszóró sugárzási ellenállása,  $r_s$  minden bizonnyal elhanyagolható a veszteségi ellenállás mellett, de a rend kedvéért győződjünk meg róla!

$$kr = \frac{\omega}{c} r = 0.177$$

$$2r_s = 2 \cdot 0.03 A \rho_0 c (kr)^4$$

$$2r_s = 1.05 \cdot 10^{-4} \text{ Ns/m}$$

A veszteségi ellenállás:  $r_v = 1.12 \text{ Ns/m}$

Végül a mechanikai jósági tényező:

$$Q_m = \frac{\omega_0 (m_m + m_s)}{r_v} = 4.49$$

Az eredmények tehát:

A membrán és a cséve tömege  
A membrán engedékenysége  
A veszteségi ellenállás

$m_m = 10.36 \text{ g}$   
 $c_m = 0.537 \text{ mm/N}$   
 $r_v = 1.12 \text{ Ns/m}$

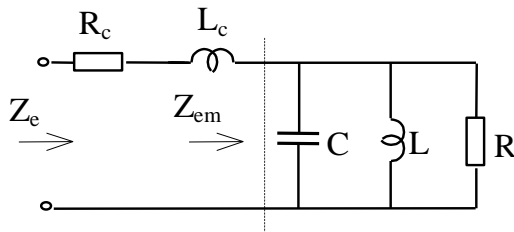
6. példa.

Egy hangfal nélkül sugárzó dinamikus hangszóró rezonancia frekvenciája ( $\omega$ ) 77 Hz. A hangszóró elektromos impedanciája 320 Hz-en ismét ohmossá válik. Az eredő lengőtömeg ( $m$ ) 15 g, az elektromechanikai áttétel ( $T$ ) 5 Vs/m. Az átranzformált mechanikai impedancia sávzélessége ( $\Delta\omega$ ) 14 Hz.

Mekkora a lengőcséve inductivitása?

Megoldás

A 9. ábrán rajzoltuk fel a hangszóró elektromos kapcsain benézve látható hálózatot, ahol  $Z_{em}$  jelöli a mechanikai oldalról átranzformált impedanciát.



9. ábra. Dinamikus hangszóró elektromos impedanciája

Az elektromos impedancia párhuzamos körének elemei:

$$L = c_m T^2 \quad c_m \text{ a membrán engedékenysége}$$

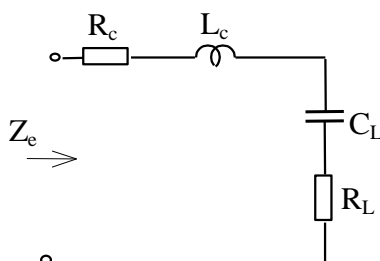
$$R = \frac{T^2}{r_v + r_s} \quad r_v \text{ a membrán veszteségi ellenállása}$$

A sugárzási ellenállás:

$$r_s = 2 * 0.03 A \rho_0 c (kr)^4$$

$$C = \frac{m}{T^2}$$

Látható, hogy a párhuzamos kör rezonancia frekvenciája nem más, mint a membrán sajátfrekvenciája. Ezen frekvencia fölött a kör kapacitív jellegű lesz és egy soros  $R_L-C_L$  taggal helyettesíthető, ahol mind  $R_L$ , mind  $C_L$  frekvenciafüggő. Ahol a lengőcséve inductív impedanciája megegyezik a látszólagos kapacitás impedanciájával, soros rezonancia alakul ki, és a hangszóró impedanciája ismét tiszta ohmos lesz (l.10. ábra). Ez történik jelen esetben 320 Hz-en.



10. ábra. Dinamikus hangszóró elektromos impedanciája a soros rezonancia frekvencia környezetében

Írjuk fel a párhuzamos kör impedanciáját:

$$Z_{em} = sL \times \frac{1}{sC} \times R = \frac{sL}{1 + s\frac{L}{R} + s^2 LC}$$

Írjuk be  $s$  helyébe  $j\omega$ -t, szorozzuk a számlálót és a nevezőt a nevező konjugáltjával, és helyettesítsük az  $LC$  szorzatot a rezonancia frekvencia négyzetének reciprokával:

$$Z_{em} = \frac{\omega^2 \frac{L^2}{R} + j\omega L \left[ 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right]^2}{\left[ 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right]^2 + \left[ \frac{\omega L}{R} \right]^2} = R_L + \frac{1}{j\omega C_L}$$

Látható, hogy a rezonancia frekvencia fölött, azaz, ha  $\omega > \omega_0$ , a képzetes tag negatív előjelű, tehát kapacitív jellegű lesz. A soros rezonancia frekvencia helyén:

$$j\omega_1 L_c + \frac{1}{j\omega_1 C_L} = 0, \quad \text{ebből}$$

$$L_c = \frac{1}{\omega_1^2 C_L} = \frac{L \left[ \left( \frac{\omega_1}{\omega_0} \right)^2 - 1 \right]}{\left[ 1 - \left( \frac{\omega_1}{\omega_0} \right)^2 \right]^2 + \left[ \frac{\omega_1 L}{R} \right]^2}$$

Ha nem vesszük figyelembe  $Z_{em}$  ohmos tagját, azaz  $R$ -t végtelen nagynak tekintjük, a cséve inductivitása egyszerűen számítható:

$$L_c \cong \frac{L}{\left( \frac{\omega_1}{\omega_0} \right)^2 - 1}$$

Első lépésben számítsuk ki  $L_c$  közelítő értékét. Ehhez ismernünk kell a membrán engedékenységét, amit a membrán rezonancia frekvenciájából határozhatunk meg:

$$c_m = \frac{1}{\omega_0^2 m} = 0.285 \text{ mm/N}$$

Az elektromos oldalra transzformálva:

$$L = c_m T^2 = 7.125 \text{ mH}$$

A cséve inductivitása:  $L_c \cong 0.438 \text{ mH}$

A pontos számításhoz először határozzuk meg a párhuzamos ellenállás,  $R$  értékét, és ehhez használjuk fel az elektromechanikai impedancia sávszélességét. (Mivel a sugárzási ellenállás jóval kisebb a membrán veszteségi ellenállásánál, az adott sávon belül eltekinthetünk a sugárzási ellenállás frekvenciafüggésétől).

Mint ismeretes, a párhuzamos rezgőkör impedancia abszolút érték 3 dB-es pontjainak különbsége a 9. ábra jelöléseivel:

$$\Delta\omega = \frac{1}{RC} \quad \text{és} \quad R = \frac{1}{C\Delta\omega} = \frac{T^2}{m\Delta\omega}$$

$$R = 18.95 \Omega$$

Mivel  $L_c$  pontos kifejezésében a nevező második tagja elhanyagolható az első mellett, általában igen kis hibát követünk el, ha a cséve inductivitását a közelítő összefüggésből számítjuk ki.

Végeredményben tehát a lengőcséve inductivitása 0.438 mH.

### 7. példa

Egy dinamikus átalakítóval meghajtott nyomókamrás tölcéses hangszóró 0.5 W hangteljesítményt sugároz. (A tölcésér keresztmetszete exponenciálisan tágul, és a szájnyílást illetően zártuk le.)

A cséve vörösréz huzalból készült, ellenállása ( $R_c$ )  $4 \Omega$ , a légrésindukció ( $B$ ) 1.2 T, az átalakítási állandó ( $T$ ) 9 Vs/m. A membrán és a cséve együttes tömege ( $m_m$ ) 3 g, a tölcésér torokkeresztmetszete ( $A_t$ )  $3 \text{ cm}^2$ .

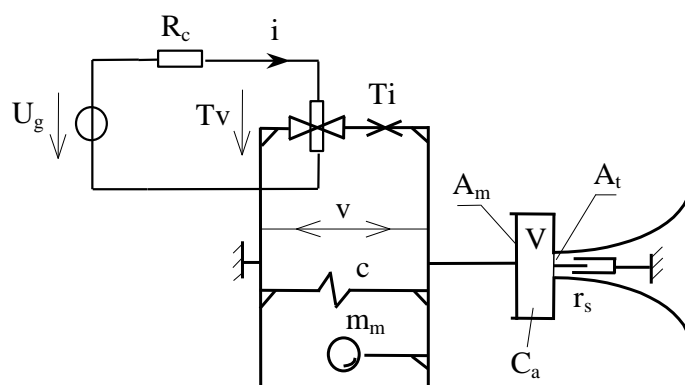
Határozza meg, mekkora membránfelület ( $A_m$ ) szükséges 3 kHz sávzélesség biztosításához állandó feszültségű táplálás esetén.

Számítsa ki a maximális hatásfokot, és a hozzá tartozó áramsűrűséget.

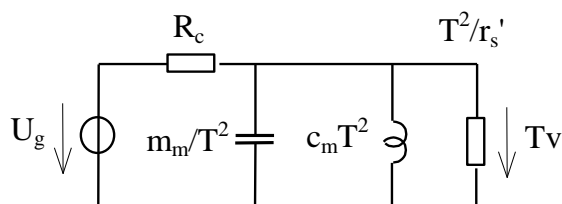
### Megoldás

A 11. ábrán felrajzoltuk az elektromechanikai, a 12. ábrán az elektromos oldalra transzformált helyettesítő képet.

Feltételezhetően a hangszóró átviteli sávja legalább egy oktávval a tölcésér határfrekvenciája fölött helyezkedik el, ezért a sugárzási tömeget elhanyagoltuk, és a sugárzási ellenállást frekvenciafüggetlennek tekintjük:  $r_s = A_t \rho_0 c$



11. ábra. Tölcéses hangszóró elektromechanikai helyettesítő kapcsolása



12. ábra. Tölcéses hangszóró elektromos oldalra transzformált helyettesítő képe

A membránra feltranszformált sugárzási ellenállás:

$$r_s' = \left( \frac{A_m}{A_t} \right)^2 r_s$$

A továbbiakban a nyomókamra akusztikai kapacitását sem vesszük figyelembe. (Feltételezzük, hogy a kapacitás impedanciája jóval nagyobb, mint a sugárzási ellenállás akusztikai értéke.) Az 5. fejezetben láttuk, hogy a sávzélesség következőképpen számítható:

$$\Delta\omega = \frac{\frac{T^2}{R_c} + r_s'}{m_m}$$

A fenti összefüggésből kifejezve  $r_s'$ -t, a membránfelület kiszámítható.

$$r_s' = m_m \Delta\omega - \frac{T^2}{R_c}$$

Az előírt torokkeresztmetszet mellett annál kisebb felületű membrán szükséges a sávzélesség megvalósításához, minél kisebbre adódik  $r_s'$  értéke. Érdekes tehát külön megvizsgálni a sávzélességet biztosító ellenállás összetevőit, ugyanis itt válik világossá, miért van szükség a nyomókamrára. Nézzük először a kifejezés első részét.

$$m_m \Delta\omega = 56.52 \text{ Ns/m}$$

Ezt a tagot adott sávzélesség mellett csak a membrán és cséve tömegének csökkentésével tudjuk csökkenteni, de nyilván csak a realitás határain belül. Az összefüggés második része:

$$\frac{T^2}{R_c} = 20.25 \text{ Ns/m}$$

Ezt az értéket sem tudjuk nagyságrendileg megváltoztatni; mind az átalakítási állandó, mind a cséve ellenállása szűk intervallumban realizálható, nem növelhető tetszőlegesen. A két tag különbsége az ellenállás:

$$r_s' = 36.3 \text{ Ns/m}$$

Vessük össze a feltranszformált ellenállást a torokban mérhető sugárzási ellenállással:

$$r_s = A_t \rho_0 c = 0.124 \text{ Ns/m}$$

Látjuk, hogy két nagyságrenddel kisebb, mint a 3 kHz-es sávzélességhez tartozó ellenállás. Transzformáló kamra nélkül a sávzélesség mintegy harmadrésze a megkívántnak:

$$\Delta\omega = \frac{\frac{T^2}{R_c} + r_s}{m_m} = 6.79 \text{ krad/s} = 1.08 \text{ kHz}$$

Most térjünk vissza a kérdéses membránfelület meghatározásához.

$$A_m = A_t \sqrt{\frac{r_s'}{r_s}} = 51.33 \text{ cm}^2$$

Az eredmény reális, közelítőleg azonos egy 4 cm sugarú, kör alakú membrán felületével.

A maximális hatásfok a membrán rezonancia frekvenciáján lép fel:

$$\eta_{max} = \frac{\frac{T^2}{r_s'}}{\frac{T^2}{r_s'} + R_c} = 0.358 = 35.8 \%$$



A reálisnál valamivel nagyobb hatásfokot számoltunk, mivel nem vettük figyelembe a membrán mechanikai veszteségét.

A lengőcsévén átfolyó áram az elsugárzott teljesítményből számítható:

$$P_a = I^2 \frac{T^2}{r_s'}$$

$$I = \sqrt{\frac{P_a}{T^2 / r_s'}} = 0.473 \text{ A}$$

Az áramsűrűség meghatározásához ismernünk kell a cséve huzal keresztmetszetét. A cséve ellenállása:

$$R_c = \rho_c \frac{l}{q}$$

Itt  $\rho_c$  a huzal fajlagos ellenállása, vörösrézre  $0.0175 \text{ } \Omega\text{mm}^2/\text{m}$ ;  $l$  a hasznos huzalhossz,  $q$  pedig a huzal keresztmetszete. A huzalhossz az átalakítási állandó és a légrésindukció hányadosa:

$$l = \frac{T}{B} = 7.5 \text{ m}$$

A huzal keresztmetszete és az áramsűrűség:

$$q = \rho_c \frac{l}{R_c} = 0.0328 \text{ mm}^2$$

$$i = \frac{I}{q} = 14.4 \text{ A / mm}^2$$

A számítások eredménye tehát:

A szükséges membránfelület  
A maximális hatásfok  
Az áramsűrűség

$$\begin{aligned} A_m &= 51.33 \text{ cm}^2 \\ \eta_{\max} &= 35.8 \% \\ i &= 14.4 \text{ A/mm}^2 \end{aligned}$$

## 8. példa

Egy nyomókamrás tölcséres hangszóró végtelen hosszú exponenciális tölcsérében terjedő hangteljesítmény ( $P_a$ ) 10 mW.

A tölcsér torokkeresztmetszete ( $At$ )  $2.5 \text{ cm}^2$ , határfrekvenciája 200 Hz. A nyomókamra térfogata ( $V$ )  $5 \text{ cm}^3$ .

A dinamikus meghajtó elektromechanikai áttétele ( $T$ ) 5 Vs/m, a cséve ellenállása ( $R_c$ )  $8 \text{ } \Omega$ . A membrán rezonancia frekvenciája ( $\omega_0$ ) 1 kHz, felülete ( $A_m$ )  $25 \text{ cm}^2$ .

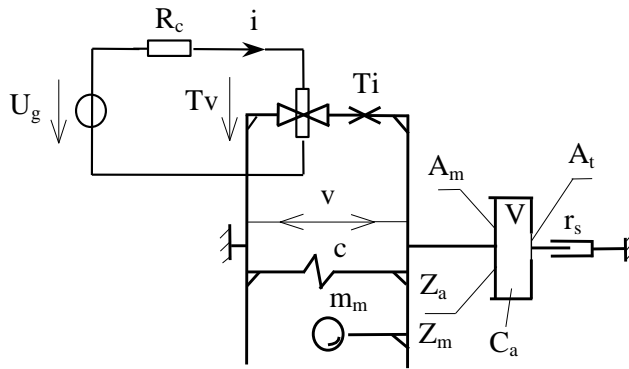
Számítsa ki, mekkora a nyomás a nyomókamra üregében.

Határozza meg a fenti nyomás előállításához szükséges generátor feszültség és membránkiterés nagyságát a membrán rezonancia frekvenciáján. (A membrán veszteségi ellenállása elhanyagolható.)

Számítsa ki azt a frekvenciát, ahol a nyomókamra impedancia abszolút értéke megegyezik a sugárzási ellenállással.

### Megoldás

A 13. ábrán látható helyettesítő kapcsolás lényegében azonos a 11. ábra kapcsolásával, de most számolnunk kell a nyomókamra kapacitásával is.



13. ábra. Tölcséres hangszóró helyettesítő kapcsolása

A membránt terhelő akusztikai és mechanikai impedancia leolvasható a 13. ábrából:

$$Z_a = \frac{1}{j\omega C_a} \times r_{as}$$

$C_a$  a nyomókamra akusztikai kapacitása,  $r_{as}$  pedig a torok sugárzási ellenállásának akusztikai értéke, ami jóval a tölcsér határfrekvenciája fölött frekvenciafüggetlennek tekinthető:

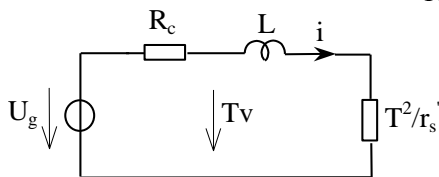
$$r_{as} = \frac{\rho_0 c}{A_t}$$

Az akusztikai impedanciát  $A_m^2$ -tel szorozva kapjuk a mechanikai impedanciát:

$$Z_m = \frac{1}{j\omega \frac{C_a}{A_m^2}} \times r_s', \quad \text{ahol}$$

$$r_s' = \left( \frac{A_m}{A_t} \right)^2 A_t \rho_0 c$$

A membrán rezonancia frekvenciáján a mechanikai oldalon csak a  $Z_m$  impedancia marad, amit az elektromos oldalra transzformálva kapjuk a 14. ábrát.



14. ábra. Tölcséres hangszóró elektromos helyettesítő képe a membrán rezonancia frekvenciáján

A nyomókamrában fellépő hangnyomás közvetlenül számítható az elsugárzott teljesítményből:

$$P_a = \frac{p^2}{r_{as}}$$

A keresett hangnyomás:

$$p = \sqrt{P_a r_{as}}$$

$$r_{as} = 1.65 \cdot 10^6 \text{ Ns/m}^5$$

$$p = 16.5 \text{ Pa}$$

A feladat második részéhez tekintsük a 14. ábrát. A körben folyó áram és az induktivitás értékét meg tudjuk határozni, így a generátor feszültség és a  $Tv$  szorzat kiszámítható. A sebességből adódik a membrán kitérése.

Az áram:

$$i = \frac{A_m P}{T} = 8.25 \text{ mA}$$

A nyomókamra akusztikai kapacitása:

$$C_a = \frac{V}{\kappa p_0} = 3.57 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{Pa}$$

Mechanikai engedékenysége:

$$c_m = \frac{C_a}{A_m^2} = 0.057 \text{ mm} / \text{N}$$

Az elektromos oldalra transzformálva:

$$L = c_m T^2 = 0.143 \text{ mH}$$

Az induktív impedancia a rezonancia frekvencián

$$j\omega_0 L = j0.898 \Omega$$

A sugárzási ellenállás és áttranszformált értéke:

$$r_s' = \left( \frac{A_m}{A_t} \right)^2 A_t \rho_0 c = 10.3 \text{ Ns/m} \quad \text{és} \quad \frac{T^2}{r_s'} = 2.43 \Omega$$

A generátor feszültsége:

$$U_g = i \left( R_c + \frac{T^2}{r_s'} + j\omega L \right) = 86.05 + j7.41 \text{ mV}$$

A sebesség  $Tv$ -ből:

$$Tv = U_g - iR_c = 20.05 + j22.07 \text{ mV}$$

$$v = 4.01 + j4.41 \text{ mm} / \text{s}$$

$$|v| = 5.96 \text{ mm} / \text{s}$$

A membrán kitérésének csúcstértéke:

$$|\hat{x}| = \sqrt{2} \frac{|v|}{\omega_0} = 1.34 \mu\text{m}$$

A nyomókamra impedancia és a sugárzási ellenállás mértékének összehasonlítása a hangszóró nagyfrekvenciás átvitele szempontjából lényeges. Ugyanis a kamra kapacitív impedanciája a frekvencia növekedésével egyre inkább sőtöli a sugárzási ellenállást, azaz a térfogatsebességnek egyre nagyobb része jut a kamrára, és csökkenő része a hasznos ellenállásra. Ennek az az eredménye, hogy az elsugárzott teljesítmény is csökken.

A kérdéses frekvencia tehát:

$$\frac{1}{\omega_f C_a} = r_{as} \quad \text{és} \quad \omega_f = \frac{1}{r_{as} C_a}$$

$$\omega_f = 16.98 \text{ krad} / \text{s} = 2702 \text{ Hz}$$

Végeredményben

A nyomókamrában a hangnyomás	$p=16.5 \text{ Pa}$
A generátor feszültsége	$U_g = 86.05 + j22.07 \text{ mV}$
A membrán kitérése	$ \hat{x}  = 1.34 \text{ } \mu\text{m}$
A felső kritikus frekvencia	$\omega_f = 2702 \text{ Hz}$

### 9. példa

Egy 5 cm membránátmérőjű hangszórót hangfalba helyezve, a főtengelyben a hang-faltól 1 m távolságban, 400 Hz-en a hangnyomás 0.5 Pa.

Határozza meg, mekkora membránkitérés tartozik a fenti hangnyomáshoz, valamint ugyanezen frekvencián mekkora membránkitérés keltene ugyanekkora hangnyomást – a hangszórót fejhallgatóként használva – a műfűl 6 cm<sup>3</sup>-es mérőüregében.

\* \* \* \* \*

### Megoldás

A hangfalban sugárzó hangszóró membránjának kitérését az elsugárzott teljesítmény ismeretében tudjuk meghatározni. A teljesítmény és a tér egy pontjában mérhető hangnyomás közti összefüggést az iránykarakterisztika írja le. Feladatunkban remélhetőleg elegendően kicsi a hullámszám és a membrán sugarának szorzata, azaz  $kr_m$  jóval kisebb 1-nél, és így a teljesítmény egyenletesen oszlik el a térben. Ellenőrizzük!

$$kr_m = \frac{\omega}{c} r_m = 0.18$$

$kr_m \ll 1$ , tehát a teljesítményt úgy számíthatjuk, hogy az 1 m sugarú gömb felületén mindenhol 0.5 Pa a nyomás.

Az intenzitás:

$$I = \frac{P_g^2}{\rho_0 c} = 0.606 \text{ mW / m}^2$$

A teljesítmény:

$$P_a = IA_g = I4r_g^2 \pi = 7.6 \text{ mW}$$

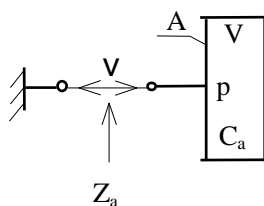
Az ehhez szükséges membránkitérés

$$x = \frac{v}{\omega} = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{P_a}{r_s}} \quad \text{ahol } r_s \text{ a hangfalban mozgó dugattyú sugárzási impedanciája:}$$

$$r_s = 2 * \frac{1}{2} A_m \rho_0 c (kr_m)^2 = 0.026 \text{ Ns/m}$$

$$x = 0.2 \text{ mm}$$

A mérőüregben a hangnyomás a membrán kitérésével arányos, amint ezt a 10. fejezetben láttuk.



15. ábra. A mérőüregben a hangnyomás a membránkitéréssel arányos

Az üreg akusztikai impedanciája:

$$Z_a = \frac{p}{Av} = \frac{1}{j\omega C_a} \quad \text{amiből a nyomás:}$$

$$p = \frac{A}{C_a} \frac{v}{j\omega} = \frac{A}{C_a} x \quad \text{ahol } x \text{ a membrán kitérése.}$$

A membránkitérés számításához ismernünk kell az üreg akusztikai kapacitását:

$$C_a = \frac{V}{\kappa p_0} = 4.29 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{Pa}$$

A kitérés:

$$x = p \frac{C_a}{A_m} = 0.011 \text{ } \mu\text{m}$$

A hangszóró membránkitérése tehát 0.2 mm, az azonos nyomást előállító fejhallgatóé pedig 0.011  $\mu\text{m}$ .

## 10. példa

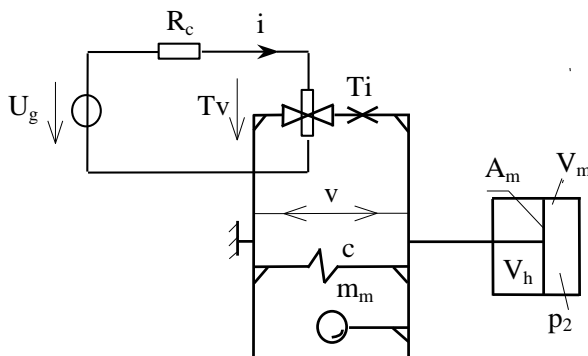
Egy miniatűr dinamikus fejhallgató membránjának sajátfrekvenciája ( $\omega_l$ ) 2 kHz. Azt kívánjuk elérni, hogy a műfül 2 cm<sup>3</sup>-es üregében ( $V_m$ ) mérhető hangnyomás frekvenciamenetének törésponti frekvenciája ( $\omega_0$ ) 2.8 kHz legyen állandó feszültségű meghajtással.

Számítsa ki, mekkorára kell megválasztani a membrán mögötti zárt üreg térfogatát ( $V_h$ ). Határozza meg az átviteli függvény csillapítását a törésponti frekvencián.

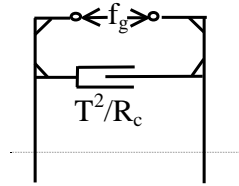
A membrán felülete ( $A_m$ ) 2 cm<sup>2</sup>, a felfüggesztés engedékenysége ( $c_m$ ) 3\*10<sup>-5</sup> m/N. A lengőcséve ellenállása ( $R_c$ ) 50  $\Omega$ , az átalakító elektromechanikai áttétele ( $T$ ) 9 Vs/m. (A védőrács és a mechanikai veszteségi ellenállások hatását nem vesszük figyelembe.)

### Megoldás

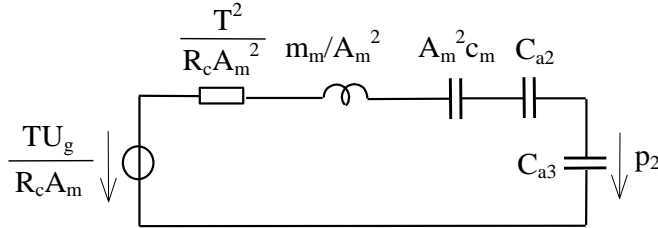
A 16. ábrán felrajzoltuk a fejhallgató elektromechanikai helyettesítő kapcsolását, ahol  $p_2$  jelöli a kimeneti hangnyomást a mérőüregben. Thevenin-Norton átalakítás után a generátort a mechanikai oldalra transzformáljuk (17. ábra) és felrajzoljuk az akusztikaiba átszámított mechanikai hálózat analóg kapcsolását (18. ábra).



16. ábra. Dinamikus fejhallgató elektromechanikai helyettesítő kapcsolása



17. ábra. A dinamikus átalakító, mint mechanikai generátor



18. ábra. A fejhallgató mechanikai hálózatának elektromos analóg kapcsolása

A műfül üregében mérhető hangnyomás meghatározásához tekintsük a 18. ábrát, és vezessünk be néhány jelölést:

$$r_a = \frac{T^2}{A_m^2 R_c} \quad C_{a1} = c_m A_m^2 \quad p_1 = \frac{TU_g}{A_m R_c}$$

$$m_a = \frac{m_m}{A_m^2} \quad C_{a2} = \frac{V_h}{\kappa p_0} \quad C_{a3} = \frac{V_m}{\kappa p_0} \quad C_{ax} = C_{a1} \times C_{a2}$$

Ezek után egyszerűen felírható a kimeneti hangnyomás:

$$p_2(s) = p_1 \frac{\frac{1}{sC_{a3}}}{\frac{1}{sC_{a3}} + \frac{1}{sC_{ax}} + sm_a + r_a} =$$

$$= p_1 \frac{C_{ax}}{C_{ax} + C_{a3}} \frac{1}{1 + sr_a(C_{ax} \times C_{a3}) + s^2 m_a(C_{ax} + C_{a3})}$$

Látható, hogy ha  $U_g$ =áll,  $p_1$ =áll, és a frekvenciamenetet a tört nevezőjében lévő kifejezés adja meg. A nevező egy jól ismert másodfokú Bode-tag, a frekvenciamenet pedig aluláteresztő szűrő karakterisztika  $\omega_0$  törésponti frekvenciával:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{m_a(C_{ax} \times C_{a3})}$$

A membrán mögötti üreg felkeményíti a membránt, így a törésponti frekvencia feljebb tolódik, és az átviteli sáv szélesebb lesz. (A mérőüregnek is van hasonló hatása, de viszonylag nagy mérete miatt nem elegendő.) A fenti összefüggésből fejezzük ki  $C_{ax}$ -et:

$$C_{ax} = \frac{C_{a3}}{\omega_0^2 m_a C_{a3} - 1} = \frac{C_{a3}}{\left(\frac{\omega_0}{\omega_1}\right)^2 \frac{C_{a3}}{C_{a1}} - 1}$$

$C_{ax}$  ismeretében  $C_{a2}$ , majd ebből a membrán mögötti térfogat számítható:

$$C_{a2} = \frac{C_{a1} C_{ax}}{C_{a1} - C_{ax}} \quad \text{és} \quad V_h = \kappa p_0 C_{a2}$$

Tehát:

$$C_{a3} = \frac{V_m}{\kappa p_0} = 14.3 * 10^{-12} \text{ m}^3 / \text{Pa}$$

$$C_{a1} = c_m A_m^2 = 1.2 * 10^{-12} \text{ m}^3 / \text{Pa}$$

$$C_{ax} = 0.64 * 10^{-12} \text{ m}^3 / \text{Pa}$$

$$C_{a2} = 1.37 * 10^{-12} \text{ m}^3 / \text{Pa}$$

$$V_h = 0.192 \text{ cm}^3$$

A kiadódó térfogat reális, mivel a  $2 \text{ cm}^2$ -es membrán mögött kb. 1 mm mély üregnek felel meg.

A feladat második részéhez először definiáljuk a fejhallgató átviteli függvényét,  $a(s)$ -t. A hasznos kimenő jel a műfül üregében mért hangnyomás,  $p_2$ , a bemenő jelnek pedig tekintsük a meghajtó feszültséget,  $U_g$ -t.

$$a(s) = \frac{p_2(s)}{U_g} = \frac{T}{A_m R_c} \frac{C_{ax}}{C_{ax} + C_{a3}} \frac{1}{1 + 2\zeta \frac{s}{\omega_0} + \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2}$$

Az átviteli függvény csillapítása a törésponti frekvencián éppen  $2\zeta$ -val egyenlő.

$$\frac{2\zeta}{\omega_0} = r_a (C_{ax} \times C_{a3})$$

$$r_a = \frac{T^2}{A_m^2 R_c} = 40.5 * 10^6 \text{ Ns/m}^5$$

$$2\zeta = \omega_0 r_a (C_{ax} \times C_{a3}) = 0.436$$

Az átviteli függvénynek tehát kiemelése van, a kiemelés mértéke 7.2 dB. A valóságban kisebb a kiemelés az itt figyelembe nem vett akusztikai és mechanikai ellenállások miatt.

Végeredményben:

$$\text{A membrán mögötti üreg térfogata } V_h = 0.192 \text{ cm}^3$$

$$\text{Az átviteli függvény kiemelése } a(\omega) = 7.2 \text{ dB}$$

## 11. példa

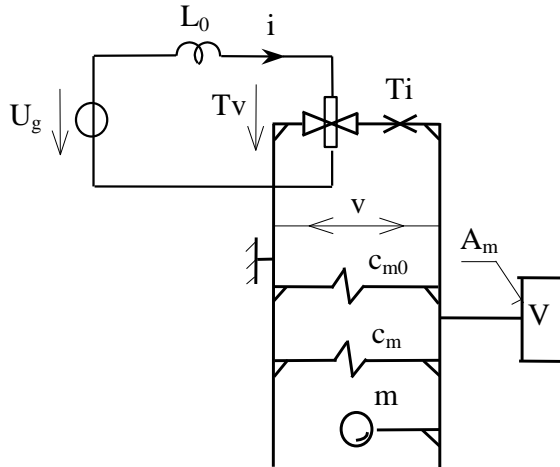
Egy mágneses fejhallgató mechanikai hálózatának sajátfrekvenciája ( $\omega_0$ ) szakadással zárt elektromos kapcsokkal és műfül terhelés nélkül 2 kHz. A membrán felülete ( $A_m$ )  $8 \text{ cm}^2$ , a negatív rugó engedékenysége ( $c_{m0}$ )  $1.5 * 10^{-5} \text{ m/N}$ . Fenti frekvencián 25 mV generátor feszültség szükséges ahhoz, hogy a  $6 \text{ cm}^3$ -es mérőüregben ( $V$ ) 94 dB legyen a hangnyomásszint.

Számítsa ki az átalakítási állandót! (A tekercs ellenállása, valamint a membrán veszteségi ellenállása elhanyagolható.)

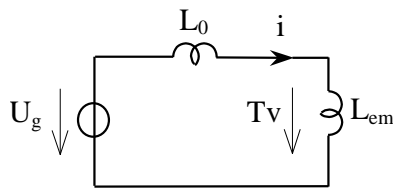
*Megoldás*

A számításokhoz ismét rajzoljunk helyettesítő kapcsolást (l. 19. ábra).

A membrán rezonancia frekvenciáján a mechanikai oldalon csak a mérőüreg akusztikai kapacitása marad, amit az elektromos oldalra transzformálva kapjuk a 20. ábrát



19. ábra. Mágneses fejhallgató helyettesítő kapcsolása



20. ábra. Mágneses fejhallgató elektromos impedanciája a membrán rezonancia frekvenciáján

A 9. példában láttuk, hogy az üregben a hangnyomást keltő membránkitérés a következő:

$$x = p \frac{C_a}{A_m}$$

A kitérésből számítható a sebesség, majd a feszültség:

$$v = \omega x \quad \text{és} \quad U_{em} = T v$$

Írjuk fel a 20. ábra alapján a feszültségosztást:

$$T v = U_g \frac{j\omega_0 L_{em}}{j\omega_0 L_0 + j\omega_0 L_{em}}$$

$$L_0 = c_{m0} T^2 \quad \text{és} \quad L_{em} = \frac{T^2 C_a}{A_m^2}$$

Az elektromechanikai áttétel:

$$T = \frac{U_g}{v} \frac{c_{m0}}{c_{m0} + \frac{C_a}{A_m^2}}$$

Számítsuk ki először a membránkitérést és a sebességet! A 94 dB hangnyomásszint éppen 1 Pa-nak felel meg:

$$20 \lg \frac{1}{20 * 10^{-6}} = 94 \text{ dB}$$



$$C_a = \frac{V}{\kappa p_0} = 4.28 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{Pa}$$

$$\frac{C_a}{A_m^2} = 6.69 \cdot 10^{-5} \text{ m} / \text{N}$$

$$x = p \frac{C_a}{A_m} = 0.0535 \text{ } \mu\text{m}$$

$$v = \omega x = 0.672 \text{ mm/s}$$

Végül az elektromechanikai áttétel:

$$T = \frac{U_s}{v} \frac{c_{m0}}{c_{m0} + \frac{C_a}{A_m^2}} = 6.8 \text{ Vs} / \text{m}$$

Végeredményben tehát:  $T = 6.8 \text{ Vs/m}$

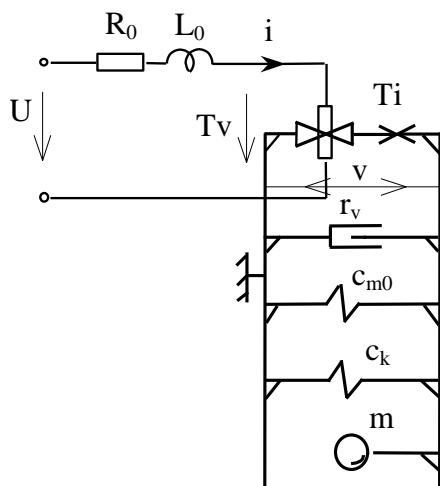
## 12. példa

Egy mágneses fejhallgató mechanikai lengőrendszerének rezonancia frekvenciája ( $\omega_0$ ) 1400 Hz-en van. Az elektromos impedancia ezen a frekvencián  $270.4 + j76 \Omega$ , 100 Hz-en ( $\omega_1$ )  $40 + j10.85 \Omega$ . Továbbá 100 Hz-en 1 mA áram hatására  $0.4 \mu\text{m}$  a membrán kitérésének a csúcstértéke.

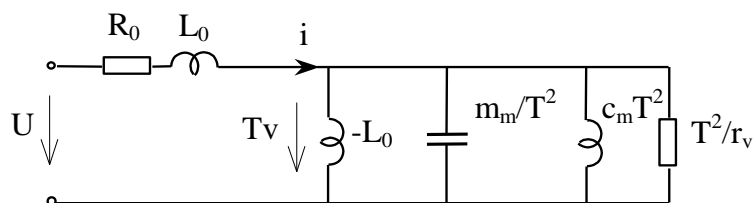
Számítsa ki a helyettesítő kapcsolás elemeinek értékét és az elektromechanikai áttételt.

### Megoldás

A 21. és a 22. ábrákon a fejhallgató elektromechanikai helyettesítő képét, valamint az elektromos oldalra transzformált hálózatot láthatjuk.



21. ábra. Mágneses fejhallgató helyettesítő kapcsolása



22. ábra. Mágneses fejhallgató elektromos oldalra transzformált helyettesítő kapcsolása

Első lépésként vizsgáljuk meg a mechanikai rezonancia frekvencián mérhető elektromos impedanciát. A mechanikai hálózat csak a veszteségi ellenállásból áll, így az elektromos impedancia:

$$Z_e|_{\omega_0} = R_0 + j\omega_0 L_0 + \frac{T^2}{r_v}$$

Összehasonlítva az 1400 Hz-es impedanciával:

$$R_0 + \frac{T^2}{r_v} = 270.4 \, \Omega \quad \text{és} \quad L_0 = \frac{76}{2\pi \cdot 1400} = 8.64 \, \text{mH}$$

100 Hz-en feltételezhetjük, hogy a párhuzamos körben mind a kapacitív, mind az ohmos tag elhanyagolható az induktív impedancia mellett. Így írhatjuk:

$$Z_e|_{\omega_1} \cong R_0 + j\omega_1(L_0 + L_e) \quad \text{ahol} \quad L_e = -L_0 \times T^2 c_k$$

$$\text{Innen: } R_0 = 40 \, \Omega \quad \text{és} \quad L_0 + L_e = 17.28 \, \text{mH} \\ L_e = 8.64 \, \text{mH}$$

Az elektromechanikai áttételt a 100 Hz-es membránkitérésből tudjuk meghatározni. Az előbbi elhanyagolásokkal élve, az ismert  $i$  áram  $Tv$  feszültséget hoz létre  $L_e$  impedanciáján. A sebesség kiszámítható a membránkitérésből, így az elektromechanikai áttétel adódik.

$$Tv|_{\omega_1} = j\omega_1 L_e i$$

Másrészt:

$$Tv|_{\omega_1} = j\omega_1 \frac{|\hat{x}_m|^2}{\sqrt{2}} \quad \text{tehát:}$$

$$T = \sqrt{2} i \frac{L_e}{\hat{x}_m} = 30.46 \, \text{Vs/m}$$

Ezek alapján ki tudjuk számítani a helyettesítő kapcsolás elemeit is. A mechanikai ellenállás:

$$\frac{T^2}{r_v} = 230.4 \, \Omega \quad r_v = 0.248 \, \text{Ns/m}$$

A membrán tömegét ( $m$ ) a mechanikai rezonancia frekvenciából kapjuk meg:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{L_e \frac{m}{T^2}} \quad \text{és} \quad m = \frac{T^2}{\omega_0^2 L_e}$$

$$m = 1.37 \, \text{g}$$

A membrán engedékenysége ( $c_k$ ) a párhuzamos kör eredő induktivitásából:

$$L_e = -L_0 \times T^2 c_k \\ c_k = \frac{L_e}{T^2 \left( \frac{L_e}{L_0} + 1 \right)} = 4.66 \, \mu\text{m/N}$$

Végül a negatív engedékenység:

$$c_{m0} = -\frac{L_0}{T^2} = -2c_k = -9.3 \mu\text{m/N}$$

Az eredményeket összefoglalva:

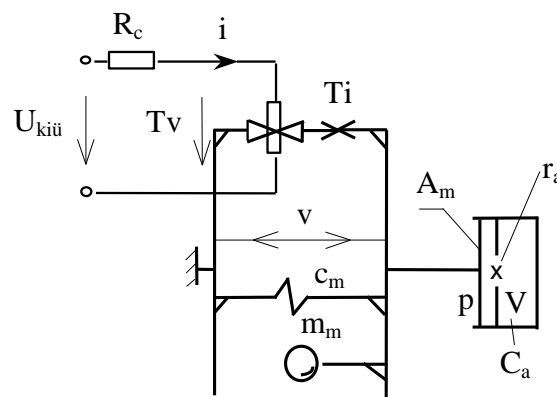
A cséve ellenállása	$R_0 = 40\Omega$
A cséve induktivitása	$L_0 = 8.64 \text{ mH}$
A membrán tömege	$m = 1.37 \text{ g}$
A membrán engedékenysége	$c_k = 4.66 \mu\text{m/N}$

### 13. példa

Egy kompenzálás nélküli dinamikus nyomásmikrofon membránjának tömege  $\ddot{u}(m_m)$  200 mg, rezonancia frekvenciája ( $\omega_0$ ) 500 Hz. A membrán felülete ( $A_m$ ) 5 cm<sup>2</sup>, az elektromechanikai áttétel ( $T$ ) 8 Vs/m. A mágneskörön belüli üreg térfogata ( $V$ ) 20 cm<sup>3</sup>, a csillapító ellenállás akusztikai értéke ( $r_a$ )  $8 \cdot 10^6 \text{ Ns/m}^5$ . (A membrán mögötti kis térfogatú üreg hatása elhanyagolható.)

Számítsa ki a maximális érzékenységet és a maximum frekvenciáját!

*Megoldás*

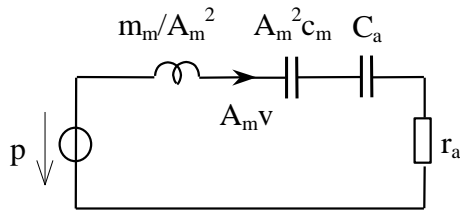


23 ábra. Dinamikus mikrofon helyettesítő kapcsolása

A 23. ábrán a mikrofon elektromechanikai helyettesítő képe látható védőrács nélkül, de még a membrán mögötti üreg feltüntetésével. A továbbiakban ezt az elemet, amely egy kis értékű keresztági kapacitásnak felel meg az analóg kapcsolatban, nem vesszük figyelembe. Az érzékenység definíciója az egységnyi nyomás hatására létrejövő kimeneti üresjárású feszültség:

$$\acute{e} = \frac{U_{ki\ddot{u}}}{p}$$

Mivel az elektromos oldal terheletlen, a mechanikai oldalra transzformált impedancia zérus. Ebből következik, hogy a mikrofon tárgyalásához elég a mechanikai-akusztikai elemeket figyelembe venni, célszerűen egy elektromos analóg kapcsolással. Legyen ez a kapcsolat az akusztikaiba átszámított rendszer analóg hálózata (l. 24. ábra).



24. ábra. Dinamikus mikrofon mechanikai hálózatának elektromos analóg kapcsolása

A kimeneti üresjárású feszültség a 24. ábra jelöléseivel  $T_v$ , így az érzékenység:

$$\acute{e} = \frac{T_v}{p} = \frac{T}{A_m} \frac{A_m v}{p} = \frac{T}{A_m} \frac{1}{Z_a}$$

Az érzékenység maximuma tehát a  $Z_a$  impedancia minimum helyén lesz, azaz a soros kör rezonancia frekvenciáján:

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{m_a c_{ae}}} \quad \text{ahol}$$

$$m_a = \frac{m_m}{A_m^2}, \quad C_{ae} = c_m A_m^2 \times C_a \quad \text{és} \quad C_a = \frac{V}{\kappa p_0}$$

Ezen a frekvencián a kör impedanciája a veszteségi ellenállással azonos, tehát az érzékenység maximuma:

$$\acute{e}_1 = \frac{T}{A_m r_a}$$

A maximum frekvenciájához számítsuk ki az elemértékeket.

$$m_a = 800 \text{ kg} / \text{m}^4 \quad C_a = 1.43 \cdot 10^{-10} \text{ m}^3 / \text{Pa}$$

$$A_m^2 c_m = \frac{1}{\omega_0^2 m_a} = 1.25 \cdot 10^{-10} \text{ m}^3 / \text{Pa} \quad \text{és} \quad C_{ae} = 0.667 \cdot 10^{-10} \text{ m}^3 / \text{Pa}$$

Az érzékenység maximumának frekvenciája:

$$\omega_1 = 4.33 \text{ krad/s} = 689 \text{ Hz}$$

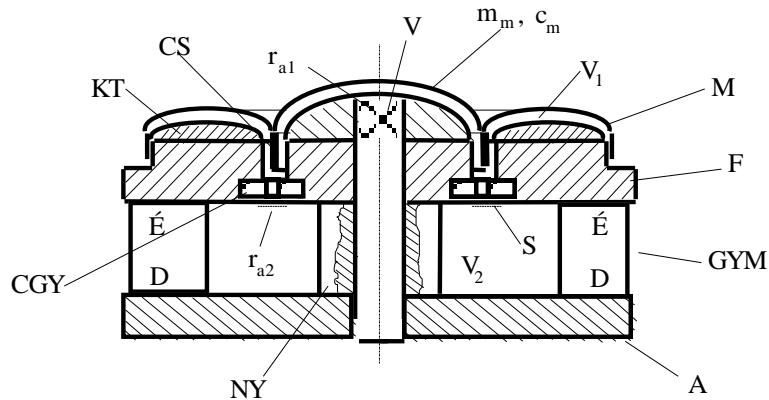
A maximális érzékenység:

$$\acute{e}_1 = \frac{T}{A_m r_a} = 2 \text{ mV} / \text{Pa}$$

A mikrofon legnagyobb érzékenysége tehát 2 mV/Pa, 689 Hz-en lép fel.

#### 14. példa

Határozzuk meg a 25. ábrán látható dinamikus mikrofon iránykarakterisztikájának kifejezését a frekvencia függvényében. Írjuk fel az ideális kardioid karakterisztikához tartozó impedancia feltételeket.



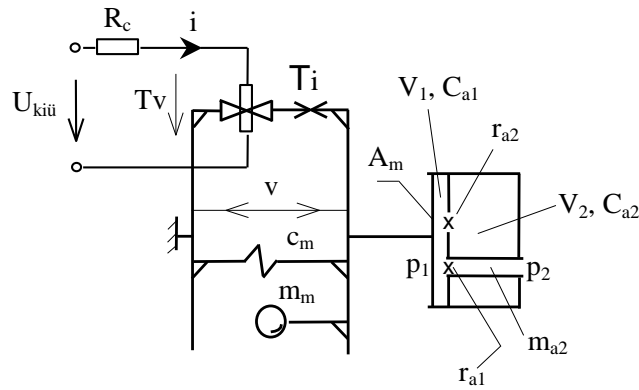
25 ábra. Dinamikus mikrofon szerkezeti ábrája

#### Megoldás

Az ábra csak a mikrofon betétet ábrázolja, a házat és a védőrácst nem tüntettük fel a rajzon. A mikrofon alkatrészei: GY – gyűrű alakú állandó mágnes, A – lággyvas alaplap, F – lággyvas fedőlap, NY – lággyvas nyak, CGY – centírozó gyűrű, M – membrán, CS – lengőcséve, KT – térkitöltő test, S – az  $r_{a2}$  ellenállást (a kis furatokkal együtt) realizáló textil réteg, V – az  $r_{a1}$  ellenállást megvalósító vatta betét.

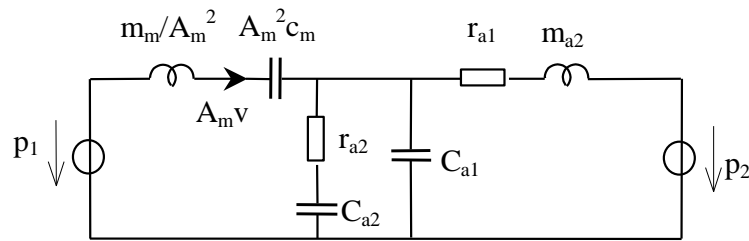
A mikrofon érdekessége a mágneskörön áthaladó furat. Ha ez a nyílás (és persze a vatta) nincs a szerkezetben, a betét nyomásmikrofonként működik, iránykarakterisztikája pedig gömb. Ugyanez a helyzet akkor is, ha a nyílást egy üreg zárja le, ugyanis a nyílás-üreg együttes Helmholtz-rezonátort alkot, és helyesen méretezve a rezonátor kisfrekvenciás kompenzálásra alkalmas. Az ábrán látható formában viszont a furat összeköti a membrán hátoldalát a szabad hangtérrel. Ennek eredményeképpen nemcsak a membrán előtt lévő hangnyomás hat a membránra, hanem a nyílás előtti, az előzőtől fázisban és nagyságban eltérő nyomásösszetevő is. A főirányból és a hátoldalról érkező nyomáskomponensek fázis és amplitudó különbsége függ a beeső hang irányának a mikrofon főirányával bezárt szögétől, vagyis a mikrofon érzékenysége a beeső hang irányának a függvénye. Az iránykarakterisztika tehát eltér a nyomásmikrofonok gömbkarakterisztikájától, és – az adott konstrukciótól függően jól, vagy kevésbé jól – megközelíti a kardioid karakterisztikát.

Az elektromechanikai helyettesítő kapcsolás hasonló lesz a 23. ábrán láthatóhoz, csak az akusztikai rész bővül az átmenő nyílással és a megfelelő ellenállással (l. 25. ábra).



25. ábra. Kardiod mikrofon helyettesítő kapcsolása

Mivel az elektromos kapcsok terheletlenek, és a mechanikai oldalra áttranszformált impedancia zérus, itt is elegendő – az előző példához hasonlóan – a mechanikai oldal elektromos analógiájával tovább számolni. Az analóg kapcsolás a 26. ábrán látható.



26. ábra. Kardiod mikrofon elektromos analóg kapcsolása

A mikrofon által leadott feszültség a membrán sebességével arányos, az érzékenység pedig az egységnyi nyomás hatására keletkező kimeneti üresjárású feszültség:

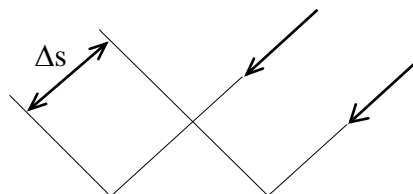
$$\acute{e} = \frac{U_{ki\ddot{u}}}{P_1} = \frac{Tv_1}{P_1}$$

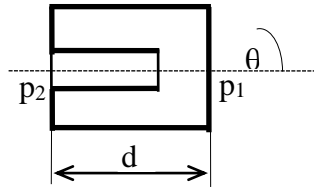
A következőkben tehát az a feladatunk, hogy megkeressük a membrán térfogatsebessége és a membrán előtti hangnyomás közötti összefüggést a frekvencia és a beeső hang irányának függvényében.

Számításainkat egyszerűsítsük a feltételezéssel, hogy a membrán előtti nyomás ( $p_1$ ) és a mikrofon hátoldalán mérhető nyomás ( $p_2$ ) között csak fáziskülönbség van, a két nyomás amplitúdója közelítőleg megegyezik. Ez akkor igaz, ha a mikrofon membránja és a hátoldal közti útkülönbség ( $\Delta s$ ) jóval kisebb a hangforrástól mért távolságnál ( $r$ ), vagy a hangforrástól elegendően távol ( $kr \gg 1$ ).

A 27. ábrán a membrán és a hátsó beömlő nyílás közti távolságot  $d$ -vel jelöltük, a beeső hanghullámok iránya a főtengellyel  $\theta$  szöget zár be. A  $p_1$  és  $p_2$  közti fáziskülönbség:

$$\varphi = kd \cos \theta$$





27. ábra

A hangnyomások közti összefüggés:

$$p_2 = p_1 e^{-j\varphi} = p_1 (\cos \varphi - j \sin \varphi)$$

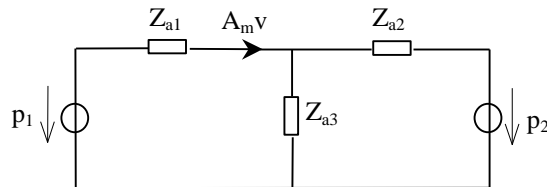
Ha  $d$  jóval kisebb a hullámhossznál, azaz  $kd \ll 1$ , feltételezésünk igaz, és írhatjuk:

$$\cos \varphi \approx 1$$

$$\sin \varphi \approx \varphi$$

$$p_2 \approx p_1 (1 - j\varphi) = p_1 (1 - jkdc \cos \theta)$$

A 26. ábra hossz- és keresztági impedanciáit értelemszerűen összevonva a 28. ábrát kapjuk:



28. ábra. Helyettesítő kapcsolás az impedanciák összevonásával

A szuperpozíció alapján felírhatjuk a hangnyomások és a térfogatsebesség közötti összefüggést. Először zárjuk rövidre a  $p_2$  generátort, és keressük meg  $(A_m v)_1$ -et:

$$(A_m v)_1 = \frac{p_1}{Z_{a1} + Z_{a2} \times Z_{a3}}$$

Ismételjük meg a számítást  $p_1$  rövidrezárásával:

$$(A_m v)_2 = \frac{p_2}{Z_{a2} + Z_{a1} \times Z_{a3}} \frac{Z_{a3}}{Z_{a1} + Z_{a3}}$$

A keresett térfogatsebesség a két résztérfogatsebesség összege:

$$A_m v = \frac{p_1}{Z_{a1}} \left( 1 - \frac{\frac{1}{Z_{a1}} + \frac{p_2}{p_1} \frac{1}{Z_{a2}}}{\frac{1}{Z_{a1}} + \frac{1}{Z_{a2}} + \frac{1}{Z_{a3}}} \right)$$

Felhasználva  $p_1$  és  $p_2$  közti összefüggést, kapjuk:

$$A_m v = \frac{p_1}{Z_{a1}} \left[ 1 - \frac{\frac{1}{Z_{a1}} + (1 - jkdc \cos \theta) \frac{1}{Z_{a2}}}{\frac{1}{Z_{a1}} + \frac{1}{Z_{a2}} + \frac{1}{Z_{a3}}} \right] \quad \text{és}$$

$$\frac{A_m v}{P_1} = \frac{1 + j \frac{Z_{a3}}{Z_{a2}} k d \cos \theta}{Z_{a1} + Z_{a3} + \frac{Z_{a1} Z_{a3}}{Z_{a2}}} = K(\theta, \omega)$$

Ez utóbbi kifejezés egy konstanstól eltekintve megadja a mikrofon érzékenységét a beeső hang irányának, valamint a frekvenciának a függvényében. A főirányú érzékenységet a frekvencia függvényében a  $\theta=0$  esetben kapjuk, egy rögzített frekvencián  $\theta$  függvényében az irányérzékenység adódik. Az iránykarakterisztika az irányérzékenységnek a főirányú érzékenységre vonatkoztatott értéke.

Ha most nem csak egy konkrét iránykarakterisztikát keresünk, hanem a frekvencia függvényében is vizsgáljuk a relatív irányérzékenységet, írhatjuk:

$$D(\theta, \omega) = \frac{K(\theta, \omega)}{K(0, \omega)} = \frac{1 + j \frac{Z_{a3}}{Z_{a2}} k d \cos \theta}{1 + j \frac{Z_{a3}}{Z_{a2}} k d}$$

A fenti összefüggés szerint akkor kapunk ideális kardiod iránkarakterisztikát, ha  $\cos \theta$  együtthatója éppen egységnyi:

$$j \frac{Z_{a3}}{Z_{a2}} k d = j \omega \frac{Z_{a3}}{Z_{a2}} \frac{d}{c} = 1, \quad \text{az az}$$

$$\frac{Z_{a3}}{Z_{a2}} = \frac{1}{j \omega d} \quad \text{és} \quad Z_{a3} = \frac{Z_{a2}}{j \omega \frac{d}{c}}$$

Az így kapott feltétel  $Z_{a2}$  és  $Z_{a3}$  alkalmas megválasztásával kielégíthető. A megoldás lehetséges módja, ha  $Z_{a2}$  tömeg jellegű impedancia, így  $Z_{a3}$ -nak akusztikai ellenállásnak kell lennie. Ha pedig  $Z_{a2}$  ellenállás,  $Z_{a3}$  akusztikai kapacitás kell, hogy legyen.

A 26. ábrán látható szerkezeti rajz és a 27. ábra helyettesítő kapcsolása alapján azt kell mondanunk, hogy az ideális kardiod karakterisztika csak közelítően érhető el, és rendszerint csak szűk frekvenciatartományban biztosítható. A méretezés további nehézsége, hogy a főirányú érzékenység egyenletességére is törekedni kell. Ezt a problémát oldja meg az u.n. kétutas mikrofon, amely külön kis- és nagyfrekvenciás betétet tartalmaz. A két feszültségforrás váltószűrővel kapcsolódik a mikrofon kimenetére. Ezzel a módszerrel igen széles sávban lehet jelentős irányítást megvalósítani úgy, hogy a főirányú érzékenység is kis ingadozású maradjon.

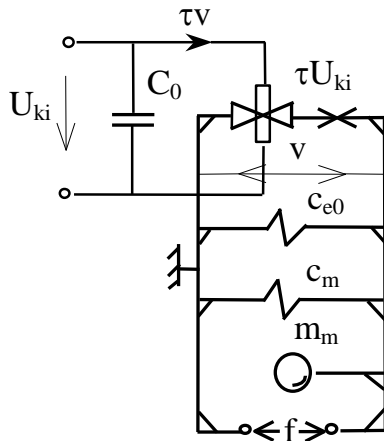
Érdeemes megjegyezni, hogy az iránykarakterisztika független a membrán jellemzőitől, csak a mikrofon többi elemétől függ. A főirányú érzékenység nagyságát és frekvenciamenetét természetesen a membrán elemei is befolyásolják.



15. példa

A 29. ábrán egy kondenzátor mikrofon helyettesítő kapcsolása látható. Számítsa ki a membránon mérhető 1 Pa hangnyomásra keletkező üresjárású kimenő feszültséget a membrán rezonancia frekvencia alatt egy dekáddal. (Használja ki az elhanyagolási lehetőségeket!)

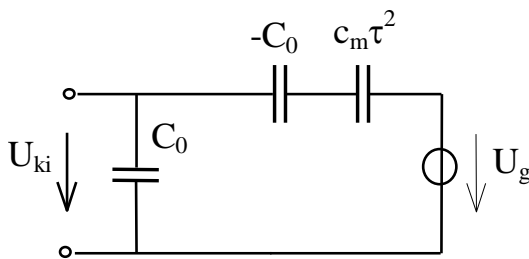
A lengőrész (membrán) tömege ( $m_m$ ) 1.3 mg, engedékenysége ( $c_m$ ) 0.037 mm/N, a membrán felülete ( $A_m$ ) 38 mm<sup>2</sup>. A polarizáló feszültség ( $U_0$ ) 200 V, a légrés ( $X_0$ ) 0.02 mm. A hangnyomás a membránon ( $p_g$ ) 1 Pa.



29. ábra. Kondenzátor mikrofon helyettesítő kapcsolása

Megoldás

Jóval a membrán rezonancia frekvenciája alatt a membrán tömegének impedanciája elhanyagolható a rugalmas impedancia mellett. A kimenő feszültséget egy kapacitív osztó határozza meg, amint ez az átalakító elektromos oldalra transzformált helyettesítő kapcsolásából leolvasható (30. ábra).



30. ábra. Kondenzátor mikrofon helyettesítő kapcsolása kisfrekvenciákon

A mechanikaiból származó elektromos impedancia:

$$Z_{em} = \frac{Z_m}{\tau^2}, \quad \text{és a generátor forrásfeszültsége:}$$

$$U_g = \frac{f_g}{\tau} \quad \text{ahol} \quad f_g = A_m p_g \quad \text{és} \quad \tau = E_0 C_0$$

A kimenő feszültség:

$$U_{ki} = \frac{f_g}{\tau} \frac{\frac{1}{sC_0}}{\frac{1}{sC_0} + \frac{1}{s(-C_0)} + \frac{1}{sc_m\tau^2}} = A_m p_g \frac{c_m\tau}{C_0} = p_g A_m c_m E_0$$

$$E_0 = \frac{U_0}{X_0} = 10^7 \text{ V / m} \quad \text{és}$$

$$U_{ki} = 14.06 \text{ mV}$$

Az 1 Pa hangnyomásra kiadott üresjárás kimenő feszültség nem más, mint a mikrofon érzékenysége:

$$\epsilon = 14.06 \text{ mV/Pa} = 1.4 \text{ mV/}\mu\text{bar}$$

## 16. példa

Egy kondenzátor mikrofon nyugalmi kapacitása ( $C_0$ ) 50 pF, a lemezek távolsága ( $X_0$ ) 80  $\mu\text{m}$ , a tápfeszültség ( $U_0$ ) 200 V.

Mekkora a membránkitérés 10 mV üresjárás kimenő feszültségnél?

Mekkora legyen (közelítőleg) a terhelő ellenállás ( $R_t$ ), ha azt akarjuk, hogy az érzékenység frekvenciamenetének alsó 3 dB-es pontja 10 Hz-re essék?

### Megoldás

A 15. példában meghatároztuk a kondenzátor mikrofon kimenő üresjárás feszültségét és érzékenységét a membrán rezonancia frekvenciája alatt, az átviteli tartományban. Most egy más nézőpontból vizsgáljuk a kimenő feszültséget, frekvencia korlátozás nélkül.

A 29. ábrából leolvasható, hogy az üresjárás feszültség a  $C_0$  nyugalmi kapacitás kapcsain lép fel a  $\tau v$  átfolyó áram hatására. Azaz:

$$U_{ki} = \tau v \frac{1}{j\omega C_0}$$

Mivel  $\frac{v}{j\omega} = x$ , vagyis a membrán kitérése, ezért:

$$U_{ki} = \frac{\tau}{C_0} x$$

Az elektromechanikai áttétel viszont a térerősség és a nyugalmi kapacitás szorzata:

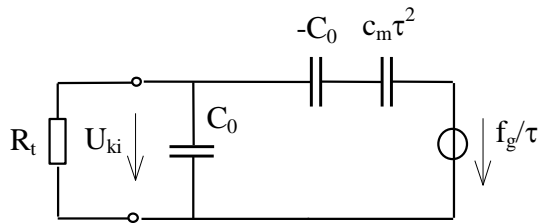
$$\tau = C_0 E_0, \quad \text{így} \quad U_{ki} = E_0 x$$

Azaz, az üresjárás kimenő feszültség arányos a membrán kitéréssel, az arányossági tényező a lemezek közötti térerősség.

$$E_0 = \frac{U_0}{x_0} = 2.5 \cdot 10^6 \text{ V / m}$$

$$x = \frac{U_{ki}}{E_0} = 4 \text{ nm}$$

A második kérdés megoldásához rajzoljuk fel az elektromos oldalra transzformált helyettesítő kép kisfrekvenciás közelítését a terhelő ellenállással (31. ábra).



31. ábra. Kondenzátor mikrofon  
kisfrekvenciás helyettesítő képe  
terhelő ellenállással

A soros ág kapacitásainak eredőjét jelöljük  $C_e$ -vel:

$$C_e = -C_0 \times c_m \tau^2$$

A mechanikai generátor forrásereje a membrán felületének és a külső hangnyomásnak a szorzata:

$$f_g = A_m p_g$$

A kimenő feszültséget felírva kapjuk a következő összefüggést, amiből az érzékenység a hangnyomással történő osztással számítható:

$$U_{ki} = \frac{f_g}{\tau} \frac{R_t \times \frac{1}{sC_0}}{R_t \times \frac{1}{sC_0} + \frac{1}{sC_e}} = \frac{A_m p_g}{\tau} \frac{sR_t C_e}{1 + sR_t(C_0 + C_e)}$$

Az érzékenység:

$$\acute{e} = \frac{U_{ki}}{p_g} = \frac{A_m}{\tau} R_t C_e \frac{s}{1 + \frac{s}{\omega_a}} \quad \text{ahol} \quad \omega_a = \frac{1}{R_t(C_0 + C_e)}$$

A gyakorlatban a nyugalmi kapacitás jóval nagyobb a membrán engedékenység áttranszformált értékénél, ( $C_0 \gg c_m \tau^2$ ), ezért  $C_e \approx c_m \tau^2$ , és  $C_e + C_0 \approx C_0$ . Így az érzékenység kisfrekvenciás menete jó közelítéssel:

$$\acute{e} \approx E_0 A_m c_m \frac{\frac{s}{\omega_a}}{1 + \frac{s}{\omega_a}}$$

Látjuk, hogy jóval a törésponti frekvencia felett az érzékenység átmegy a 15. példában meghatározott konstans értékbe. Az alsó törésponti frekvencia összefüggéséből pedig ki-számítható a terhelő ellenállás:

$$R_t = \frac{1}{\omega_a C_0} = 318.3 \text{ M}\Omega$$

Végeredményben tehát a 10 mV-os kimeneti üresjárás feszültséghez 4 nm-es membránkitérés szükséges, és a 10 Hz-es törésponti frekvencia megvalósításához 318 M $\Omega$  terhelő ellenállás.